

DEMOSTRANDO TRIÁNGULOS PARTE 2
GUÍA DEL ESTUDIANTE

MATERIA: Matemáticas

NIVEL: 7-9

AUTOR: Prof. Josiel Rosado Tirado

CONCEPTO PRINCIPAL

- TRIÁNGULOS

CONCEPTOS SECUNDARIOS

- Teorema de Pitágoras
- Recíproca del teorema de Pitágoras
- Razones en triángulos rectángulos

OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Al terminar la capacitación los participantes:

OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Durante la capacitación los participantes:

1. Crean programas con la calculadora TI-84 para determinar con que longitudes se cumple el teorema de Pitágoras.
2. Realizan fórmulas de área de triángulos y área de cuadrados para demostrar el teorema de Pitágoras.
3. Utilizan rompecabezas geométricos para demostrar o comprobar el teorema de Pitágoras.
4. Analizan el inverso o recíproco del teorema de Pitágoras utilizando la aplicación Cabri Jr.
5. Clasifican los triángulos dadas las longitudes de sus lados.
6. Descubren las razones especiales (sen, cos, tan) en los triángulos rectángulos.
7. Resuelven triángulos rectángulos utilizando el teorema de suma de ángulos, desigualdades de triángulos, ángulo exterior, Pitágoras y las razones trigonométricas básicas.



Actividad de inicio
“Exploración de la enseñanza del Teorema de Pitágoras”

Instrucciones:

1. Se formarán grupos de 4 ó 5 maestros y compartirán ideas acerca de la forma en que trabajan el teorema de Pitágoras con sus estudiantes y qué dificultades encuentran es sus estudiantes.
2. En un papelote(o cartulina) y con un marcador, escribirán los acuerdos de la discusión.
3. Dividirán el papelote en dos partes, en la primera mitad escriba ¿Cómo enseñan el teorema de Pitágoras? y en la otra mitad ¿Qué dificultades encuentras en tus estudiantes en el teorema de Pitágoras?
4. Pegarán el papelote en la pared para ser presentado al grupo. El papelote estará durante toda la capacitación pegado a la pared.

Anejo#1

“Exploración del Teorema de Pitágoras”

¿Cómo enseñan el Teorema de Pitágoras a sus estudiantes?	¿Qué dificultades encuentran en sus estudiantes en el Teorema de Pitágoras?

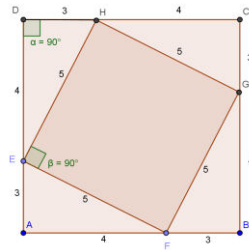
Hoja de trabajo #1A

“Demostrando el teorema de Pitágoras con fórmulas de área”

Instrucciones: Determina el área de los cuatro triángulos y los dos cuadrados (pequeño y grande). Luego suma el área de los cuatro triángulos y del cuadrado pequeño. Compara la suma de las áreas con el área del cuadrado grande. *Teorema de Pitágoras* $c^2 = a^2 + b^2$

$$\text{área}\Delta = \frac{b \times h}{2}$$

$$\text{área}\blacksquare = l^2$$



$$\text{área}\Delta EDH = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta FAE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta FGB = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta GHB = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\blacksquare EHGF = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\blacksquare ADCB = \underline{\hspace{2cm}}$$

Preguntas:

1. ¿Qué observas en las medidas de las áreas que hallaste?
2. ¿Cómo se comparan estas medidas?
3. ¿Crees que esto te ayuda a demostrar el teorema de Pitágoras? Explica.
4. ¿Cómo demostrarías el teorema de Pitágoras? Explica.

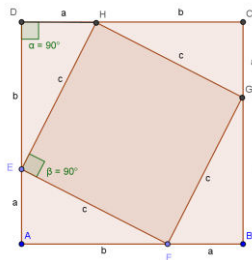
Hoja de trabajo #1 B

“Demostrando el teorema de Pitágoras con fórmulas de área PARTE 2”

Instrucciones: Determina el área de los cuatro triángulos y los dos cuadrados (pequeño y grande), utilizando las variables. Luego suma el área de los cuatro triángulos y del cuadrado pequeño (recuerda utilizar un poco de álgebra). Compara la suma de las áreas con el área del cuadrado grande. *Teorema de Pitágoras* $c^2 = a^2 + b^2$

$$\text{área}\Delta = \frac{b \times h}{2}$$

$$\text{área}\blacksquare = l^2$$



$$\text{área}\Delta EDH = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta FAE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta FGB = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\Delta GHC = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\blacksquare EFGH = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{área}\blacksquare ABCD = \underline{\hspace{2cm}}$$

Preguntas:

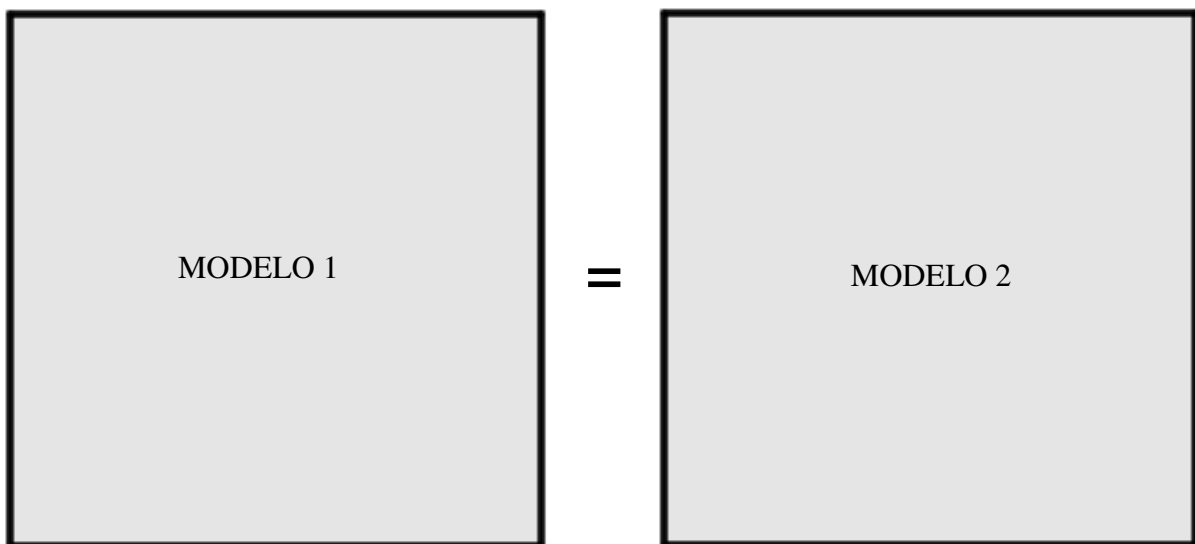
1. ¿Qué observas en las medidas de las áreas que hallaste?
2. ¿Cómo se comparan estas medidas?
3. ¿Crees que esto te ayuda a demostrar el teorema de Pitágoras? Explica.
4. ¿Crees que es importante que los estudiantes conozcan demostraciones como esta? Explica.

Hoja de trabajo #2
“Rompecabezas Pitagóricos”

Instrucciones: Recorta las piezas de los modelos que el capacitador te entregará e identifícalos por la parte de atrás con sus respectivos números. Utiliza las piezas para montar tus rompecabezas. Con cada par de modelos se demuestra el teorema de Pitágoras. Utiliza las piezas, álgebra y tu mente matemática para demostrar que Pitágoras estaba en lo correcto.

$$\text{Teorema de Pitágoras } c^2 = a^2 + b^2$$

ROMPECABEZAS 1



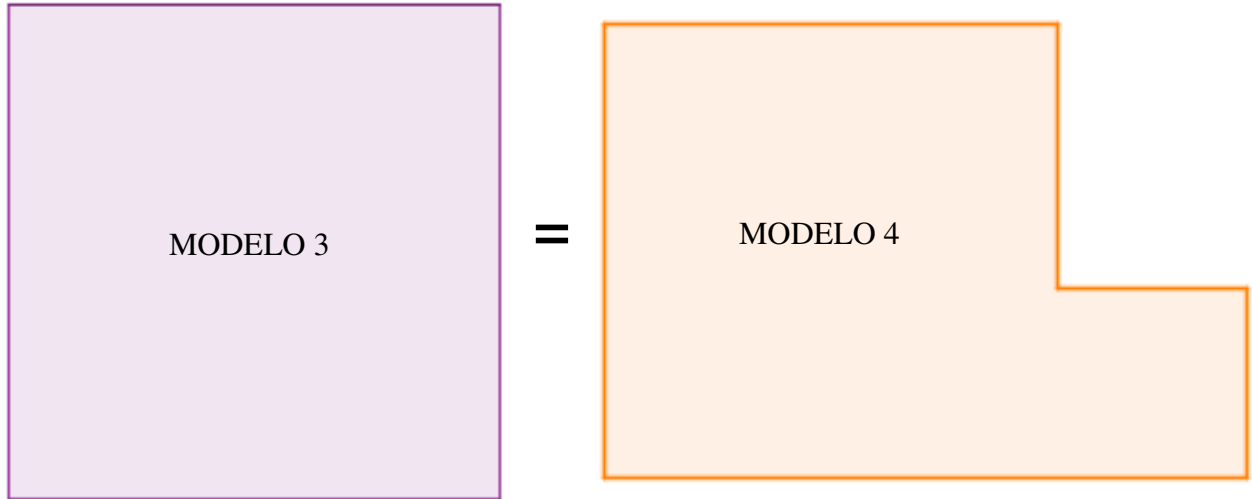
Escribe el proceso algebraico:

¿Por qué este rompecabezas ilustra el teorema de Pitágoras? Explica.

¿Qué piensas de este tipo de demostración del Teorema?

Teorema de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$

ROMPECABEZAS 2



Escribe el proceso algebraico:

¿Por qué este rompecabezas ilustra el teorema de Pitágoras? Explica.

¿Qué piensas de este tipo de demostración del Teorema?

Hoja de trabajo #3
“Programando a Pitágoras”

Instrucciones:

1. Utiliza la calculadora TI-84 Plus para crear un programa que determine que longitudes forman un triángulo rectángulo y cuáles no forman un triángulo rectángulo.
2. Oprime la tecla [PRGM].
3. Desplázate hasta NEW y oprime ENTER.
4. Escribe los siguientes comandos en la calculadora:
(los comandos se encuentran en la tecla de [PRGM])

```
PROGRAM:TRIIRECT
: Input A
: Input B
: Input C
: Disp "SIDES =", A, B, C
: If  $A^2+B^2=C^2$ 
:THEN
:Disp "ES TRIANGULO
RECTANGULO"
:Else
:Disp "NO ES TRIANGULO
RECTANGULO"
:Stop
```

5. Prueba tu nuevo programa para comprobar el teorema de Pitágoras.

Preguntas:

¿Qué te parece este tipo de programación? Explica tu respuesta

¿Crees que es pertinente para los estudiantes? Explica.

Hoja de trabajo #4

“Algo más que el teorema de Pitágoras”

Instrucciones:





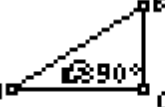

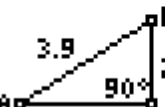

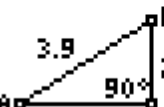
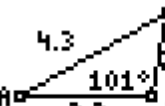
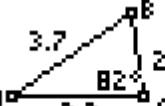
1. Abre la aplicación de Cabri Jr. De la calculadora TI-84 Plus.
2. Construye un triángulo cualquiera.
3. Nombra sus vértices A, B y C.
4. Mide el ángulo $\angle BCA$, debes poder cambiar la medida del ángulo $\angle BCA$ (agudo, recto y obtuso).
5. Mide la medida de las longitudes de los tres lados.
6. Calcula el cuadrado de los tres lados.
7. Suma el cuadrado del lado a y el lado b.
8. Compara la suma del cuadrado de lado a y el lado b con el cuadrado de lado c cuando el ángulo $\angle BCA$ es agudo, es recto y es obtuso.
9. Puedes utilizar la guía de Cabri Jr. para realizar la actividad.
10. Contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuál es la relación entre c^2 y $a^2 + b^2$ cuando $\triangle ABC$ es un triángulo rectángulo?
- b. ¿Cuál es la relación entre c^2 y $a^2 + b^2$ cuando $\triangle ABC$ es un triángulo acutángulo?
- c. ¿Cuál es la relación entre c^2 y $a^2 + b^2$ cuando $\triangle ABC$ es un triángulo obtusángulo?

Determina si el triángulo con las medidas de los lados dadas es acutángulo, obtusángulo o rectángulo.

1. 3 pulg., 7 pulg., 8 pulg. _____
2. 3 pies, 5 pies, 5 pies _____
3. 8 cm, 15 cm, 17 cm _____
4. 7.9 m, 11.5 m, 15.4 m _____
5. 26.2 pulg., 36 pulg., 48.1 pulg. _____

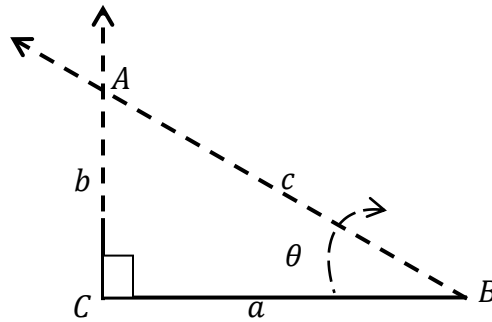
Guía actividad: Algo más que el teorema de Pitágoras en Cabri Jr.

<p>APPLICATIONS</p> <p>1: Finance... 2: ALG1CH5 3: ALG1PRT1 4: AreaForm 5: CabriJr 6: CBL/CBR 7: CellSheet</p>	<p>Cabri Junior</p> <p>Press a key...</p> <p>@ CabriLog 2.00 www.cabri.com</p>	<p>F2</p> <p>Point Line Segment Circle Triangle Quad.</p>
<p>△</p> 	<p>A</p> <p>F5</p> <p>Hide/Show Alph-Num Display Measure Coord. & Eq. Calculate Clear</p> 	
<p>∠°</p> <p>F5</p> <p>Hide/Show Alph-Num Display Meas. D. & Length Coord. Area Calc. Angle Clear Slope</p> 	<p>∠°</p> 	<p>cm</p> <p>F5</p> <p>Hide/Show Alph-Num Display Meas. D. & Length Coord. Area Calc. Angle Clear Slope</p> 
	<p>+ - X ÷</p> <p>F5</p> <p>Hide/Show Alph-Num Display Measure Coord. & Eq. Calculate Clear</p> 	<p>4.4 + 10.9 : 15.3 15.3 : 15.3</p> 
<p>4.6 + 10.9 : 18.1 15.5 : 18.1</p> 	<p>4.5 + 10.9 : 13.4 15.4 : 13.4</p> 	

Hoja de trabajo #5

“Razones en el triángulo rectángulo”

Instrucciones: Utiliza regla y transportador para construir tres triángulos semejantes (ángulos congruentes con lados diferentes). Escoge el tamaño de la base de cada triángulo y del ángulo formado por la base y la hipotenusa (recuerda que este ángulo debe ser el mismo para todos los triángulos).



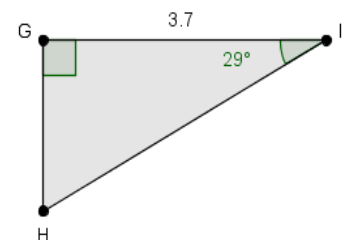
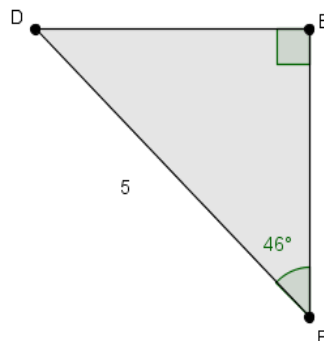
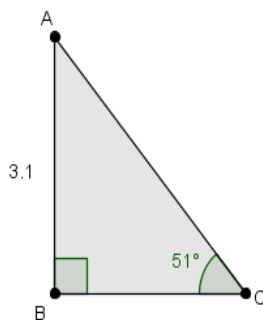
Es necesario ser lo más preciso al medir los ángulos y las longitudes de los lados.

Una vez tengas todas las medidas de los tres triángulos (longitud de los lados y medidas de los ángulos) divide la medida del lado opuesto al ángulo θ entre la medida de la hipotenusa. Repite este procedimiento para cada triángulo.

Contesta:

1. ¿Qué resultado obtienes al dividir la medida del lado opuesto al ángulo θ entre la medida de la hipotenusa?
2. ¿Da el mismo resultado en todos los triángulos? Explica
3. ¿Qué quieren decir estos resultados? Explica
4. ¿Qué relación encuentras al comparar los resultados?
5. ¿Cuál es el nombre de esta relación?
6. Haz un proceso similar para la división de la medida del lado adyacente al ángulo θ entre la medida de la hipotenusa y para la división de la medida del lado opuesto al ángulo θ entre la medida del lado adyacente al ángulo θ . Explica tus resultados.

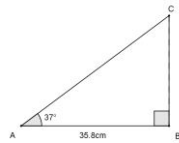
Utiliza las razones trigonométricas para resolver los ejercicios.



Actividad de cierre
“Aplicando los teoremas”

Instrucciones: Determina todas las medidas de los triángulos utilizando todos los teoremas discutidos en la capacitación. En cada procedimiento indica que teoremas estas utilizando, para hallar las medidas. Contesta las preguntas.

1.



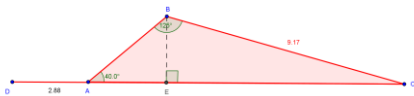
a. $m\angle ACB =$ _____ Teorema: _____

b. ¿Qué puedes decir de los lados b y a sin hallar sus medidas? Explica. (utiliza el teorema de desigualdad de triángulos)

c. $m\overline{AC} =$ _____ Teorema: _____

d. $m\overline{BC} =$ _____ Teorema: _____

2.



a. $m\angle BCE =$ _____

Teorema: _____

b. $m\angle EBC =$ _____

Teorema: _____

c. $m\angle ABE =$ _____

Teorema: _____

d. $m\angle DAB =$ _____

Teorema: _____

e. $m\overline{AB} =$ _____

Teorema: _____

f. $m\overline{AE} =$ _____

Teorema: _____

g. $m\overline{AC} =$ _____

Teorema: _____

h. $m\overline{BE} =$ _____

Teorema: _____

i. $m\overline{EC} =$ _____

Teorema: _____

j. ¿Puedes trazar un segmento de 5 unidades de longitud desde el punto D hasta el punto B? Explica. (utiliza un teorema para justificar tu respuesta)