



Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas (ALACiMA)

**UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO DE RIO PIEDRAS**

Programa de Certificación Maestros Máster de Matemáticas

El uso de manipulativos y la integración de la tecnología en la comprensión de la función cuadrática en estudiantes de nivel superior

Profesor Tomás Díaz Berríos

Maestro Master de Matemáticas



Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias

Índice

	Págs.
Introducción	6 - 7
Capítulo 1	
1.1 Justificación para la selección de la investigación	7
1.2 Planteamiento del problema	8
1.3 Propósito de la investigación	8
1.4 Preguntas de investigación	9
1.5 Hipótesis	9
Capítulo 2	
Revisión de literatura pertinente y elementos del examen de literatura que se usaron para delimitar la investigación	
2.1 Marco teórico	9
2.2 Análisis de contenido y capacidades: Función Cuadrática	10 – 11
2.3 El uso de manipulativos en la enseñanza de matemáticas	12 - 13
Capítulo 3	
Metodología	
3.1 Diseño de investigación	14
3.2 Población y muestra	14
3.3 Intervenciones Educativas	15
3.4 Fase Administrativa	15
3.5 Fase Académica	15 - 16
3.6 Procedimiento de la experimentación	16 - 19
Capítulo 4	
Análisis de la información	
4.1 Análisis de los datos	19 – 22
4.2 Prueba de hipótesis	23



Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones	23
5.1 Discusión de los resultados y conclusiones	24 - 26
5.2 Recomendaciones	26 - 27
Referencias bibliográficas	28 - 29
Apéndice	30
Apéndice A. Pre – prueba / Post – prueba	31 – 37
Apéndice B. Explorando las concepciones previas sobre el concepto función cuadrática	
Hoja de trabajo # 1	38 - 40
Apéndice C. Hallando funciones cuadráticas en la naturaleza	
Hoja de trabajo # 1	41 - 42
Apéndice D. Manipulativo virtual geogebra.	
Estudio de los parámetros de una función cuadrática de forma general y forma estándar	
Hoja de trabajo # 1	43 - 46
Hoja de trabajo # 2	47
Hoja de trabajo # 3	48 - 51
Hoja de trabajo # 4	52 - 53
Apéndice E. Estudiar la caída libre de un objeto	
Hoja de trabajo # 1	54 - 55
Hoja de trabajo # 2	56 - 60
Hoja de trabajo # 3	61 - 62
Apéndice F. Estudiar el movimiento de una pelota	
Hoja de trabajo # 1	63 - 66
Hoja de trabajo # 2	67 - 68



Hoja de trabajo # 3	69 – 74
Apéndice G. Modelando con funciones	
Hoja de trabajo # 1	75 – 79
Hoja de trabajo # 2	80 – 85
Hoja de trabajo # 3	84
Apéndice H. Modelando con funciones. Utilizando el programa computarizado el Geómetra.	
Área máxima de un rectángulo	
Hoja de trabajo # 1	85 – 94
Apéndice I. Carta dirigida a los padres de los estudiantes	95 – 96
Apéndice J. Relevó de responsabilidad por fotos, y/o video	97
Apéndice K. Análisis puntuaciones de los estudiantes en Pre – prueba	98 - 99
(Grupo Control)	
Apéndice L. Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre – prueba	100 - 101
(Grupo Experimental)	
Apéndice M. Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Post – prueba	102 - 103
(Grupo Control)	
Apéndice N. Análisis de puntuaciones en la Post – prueba	104 - 105
(Grupo Experimental)	
Apéndice O. Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre – prueba	106 - 107
(Grupo Control y Experimental)	
Apéndice P. Análisis de puntuaciones de los estudiantes de la	108 - 109
Pre y Post prueba (Grupo Control y Experimental)	
Apéndice Q. Comparación de cantidad de ítems contestado correctamente	110 - 111
por los estudiantes del grupo control y experimental	



Apéndice R. Comparación de cantidad de ítems contestado correctamente por los estudiantes del grupo control y grupo experimental en la Post – prueba	112 - 113
Apéndice S. Resultados de la Pre – prueba (Grupo control y experimental)	114
Apéndice T. Resultados de la Post – prueba (Grupo control y experimental)	115
Apéndice U. Resultados (Grupo Control)	116
Apéndice V. Resultados (Grupo Experimental)	117
Apéndice W. Análisis estadístico de la Pre – prueba para probar si los dos grupos eran idénticos en los resultados de la prueba y prueba de hipótesis	118
Apéndice X. Análisis estadístico de la Post – prueba para probar si los resultados de la prueba demostraban una diferencia significativa y prueba de hipótesis	119 - 120
Apéndice Y. Análisis de 19 “ítems” conceptos fundamentales de la función cuadrática	121 – 122
Apéndice Z. Análisis de 6 “ítems” resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática	123 - 124
Apéndice A₁ Análisis de 19 “ítems” conceptos fundamentales de la función cuadrática	125 - 126
Apéndice B₁ Análisis de 6 “ítems” resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática.	127 - 128
Apéndice C₁ Pruebas T, resultado de la Pre – prueba	129
Apéndice D₁ Pruebas T, resultado de la Post – prueba	130



Introducción:

La educación para el siglo XXI promueve cambios en estrategias y metodologías de enseñanza para que los estudiantes adquieran el conocimiento mediante actividades educativas. Estas deben promover aprendizaje por descubrimiento construyendo el conocimiento de lo concreto a lo abstracto, haciendo uso de manipulativos e integrando la tecnología para fomentar el aprendizaje mediante el método de inquirir a través de pequeñas comunidades de aprendizaje. Las nuevas metodologías y estrategias reformadoras sobre cómo debemos educar hoy día se sustentan en que vivimos en un mundo de extraordinarios y acelerados cambios en el cual surgen y evolucionan continuamente nuevos conocimientos, herramientas y formas de usar y comunicar la matemática.

Organizaciones académicas como el Concilio Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés), adoptaron la tecnología como uno de los instrumentos principales en la enseñanza de las matemáticas. Para la NCTM, los programas instruccionales deben permitir a los estudiantes “crear y usar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas; seleccionar, aplicar y transitar entre las diferentes representaciones para resolver problemas; y usar representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos” (2000, p.67). En este proceso, la tecnología ha modificado no sólo la forma en que se enseña sino a la misma matemática que se enseña (NCTM, 2000). Así, el uso de la calculadora apoya la enseñanza efectiva de las matemáticas y nos permite estudiar los problemas que antes era imposible hacerlo (Waits y Demana, 2000).

Puerto Rico no es ajeno de estos requerimientos educativos, puesto que el uso de la tecnología en la enseñanza está plasmada en el documento Metas y Guías Principales para las diferentes áreas estratégicas del plan de tecnología (Departamento de Educación, 2003). Además, reconoce que la tecnología puede contribuir significativamente al proceso enseñanza-aprendizaje al hacerlo más interesante, efectivo y eficiente. Para el Marco Curricular del Programa de Matemáticas el uso de la calculadora en todos los niveles es recomendable, ya que este provee guías para su uso, incluyendo el desarrollo y refuerzo de destrezas, la exploración de ideas y conceptos y la resolución de problemas. (Departamento de Educación, 2003).

En el curso de matemáticas, el tema de las funciones, en específico “el concepto de función ha sido considerado como un elemento fundamental para la construcción de pensamiento matemático, en gran parte por las múltiples aplicaciones en la modelización de situaciones de variación relativas a contextos cotidianos y a las demás ciencias” (Villa y Mesa, 2008). A través, de la investigación acción se pretende diseñar una propuesta didáctica mediante la cual se pueda construir el concepto de función cuadrática haciendo uso de la modelización de fenómenos de variación. También, la integración de la tecnología en la enseñanza ayuda al desarrollo del razonamiento matemático que se manifiesta en el razonamiento constructivo y sistemático del estudiante.

Son los maestros de matemáticas que deben ser proactivos en sus salas de clases a los nuevos cambios de enseñanza integrando nuevas estrategias como el uso de la tecnología. Los beneficios de la integración de tecnología en el proceso de enseñanza – aprendizaje han demostrado su efectividad para hacer más dinámica la actividad cognitiva de los estudiantes



(Viña de la Hoz, Navarro, Ortega Collante, 2004). Para Dreyfous (1996) en Puerto Rico, el proceso de enseñanza aprendizaje en matemáticas en el nivel secundario se ha caracterizado por la memorización de algoritmos, el uso de marcadores y pizarra, y el carácter repetitivo de las clases. Son muy pocos estudiantes que tienen la oportunidad de construir sus conocimientos mediante actividades que utilicen modelos concretos para que les permita entender conceptos abstractos. Es importante que esta oportunidad se les ofrezca a todos los estudiantes para que así construyan su conocimiento a su propio ritmo.

La investigación pretende ampliar nuestros conocimientos sobre la forma en que se aprende y se enseña la función cuadrática en matemáticas. El uso de los manipulativos y la integración de la tecnología en este proceso serán a beneficio de los estudiantes, ya que facilitan el aprendizaje y permiten que el conocimiento sea construido por el propio estudiante.

CAPITULO 1

1.1 Justificación

Como educador y maestro de matemáticas del curso Funciones y Modelos en la Escuela Superior en Orocovis, he observado una baja ejecutoria de los estudiantes en las matemáticas en el tema “función cuadrática”. Por tal razón, el aprovechamiento académico en matemáticas de muchos estudiantes disminuye cuando se enseña este concepto. Más aún esto se evidencia en los resultados obtenidos en las Pruebas Puertorriqueñas de Aprovechamiento Académico (PPAA) de grado undécimo del periodo escolar 2011 – 12. De un total de 145 estudiantes, el 15% estuvo en pre-básico, 66% básico, 8% proficiente y tan solo un 12% se encontró avanzado.

La investigación de Vargas (2010) señala que una experiencia de aprendizaje es una oportunidad que se ofrece a los estudiantes para que tengan una vivencia compartida que los lleve a descubrir, conocer, crear, desarrollar destrezas y habilidades. Así mismo establece que en esta experiencia, el maestro es el que guía los procesos y su misión es mediar los aprendizajes y crear escenarios de aprendizaje que sean significativos.

En este sentido, para mejorar el aprovechamiento académico en el curso, se desarrolló actividades educativas que mejoren rezagos básicos que traen los estudiantes de nivel superior de cursos anteriores como dificultades en las destrezas de evaluar expresiones algebraicas y desarrollar técnicas de completar el cuadrado para convertir una función cuadrática de la forma general, a la forma estándar para que el estudiante pueda interpretar y comprender correctamente el significado de los parámetros de la función cuadrática de forma simbólica y geométrica. Así como, las deficiencias de destrezas en la solución de problemas verbales donde se aplique el modelo cuadrático. Como parte de las actividades, se usó el modelo del constructivismo social





en pequeñas comunidades de aprendizaje haciendo uso de manipulativos, manipulativos virtuales, programados como el “Geometer’s Sketchpad”, geogebra, GRAPH, sensores de movimiento (CBR) y la calculadora gráfica TI-84 plus fomentando con esto, experiencias de aprendizaje.

1.2 Planteamiento del problema

El énfasis del trabajo de investigación se basa en que los estudiantes del nivel superior carecen de conocimientos básicos de álgebra (evaluación de expresiones algebraicas, factorización de polinomios) y la falta de integración de manipulativos virtuales en la sala de clases se hace más necesario para la comprensión del álgebra y, cómo los estudiantes utilizan el razonamiento deductivo. Existiendo también la dificultad de problemas verbales para encontrar el modelo cuadrático y su relación con situaciones o fenómenos de la vida real. Todos estos factores traen como consecuencia alguna deficiencias en cuanto a la comprensión y desarrollo de destrezas (llevar la función cuadrática de la forma general a la forma estándar, significado de los parámetros de una función cuadrática). Recordemos que el modelo de la función cuadrática, sus características y la comprensión de los parámetros con sus respectivas representaciones simbólicas y geométricas aplicado a fenómenos de la vida diaria es uno de los conceptos en matemáticas que más dificultad presentan los estudiantes a la hora de aprender.

La falta de destrezas matemáticas de los estudiantes se debe en parte a la carencia de contenidos matemáticos que no logran dominar. El estudiante al no dominar los métodos algebraicos utilizados en las funciones cuadráticas no podrá interpretar, y comprender el comportamiento de la función de forma simbólica y geométrica. Consecuentemente el estudiante no comprende ni el concepto, ni el significado de los parámetros de la función cuadrática con sus respectivas representaciones simbólica y geométrica aplicado a fenómenos de la vida diaria.

1.3 Propósito de la Investigación

El propósito de la investigación es mejorar el aprovechamiento de los estudiantes de la escuela superior en Orocovis del curso "Funciones y Modelos" en el concepto función cuadrática y la solución de problemas verbales donde se aplique este modelo. Para lograr esto, se han preparado actividades de aprendizaje que integran el uso de la tecnología (sensor de movimiento CBR, calculadora TI – 84 Plus y programados como: Geómetra y Geogebra fomentando experiencias de aprendizaje.

Las variables a considerar en esta investigación serán: Variable independiente (VI) enseñanza utilizando manipulativos e integración de tecnología y la Variable Dependiente (VD) que es el aprovechamiento académico obtenido en una prueba donde los estudiantes demuestran: la comprensión y el desarrollo de la destreza de cambiar el modelo de una función cuadrática simbólicamente de la forma general a la forma estándar y la comprensión y el significado de los



parámetros de una función cuadrática con sus respectivas representaciones simbólica y geométrica aplicado a fenómenos de la vida real.

1.4 Preguntas de Investigación

¿El uso de experiencias de aprendizaje utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de undécimo grado de la escuela superior mejora el aprovechamiento de los estudiantes en el tema de la función cuadrática?

¿El uso de las actividades utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de undécimo grado de la escuela superior mejora el aprovechamiento de los estudiantes en la solución de problemas verbales donde se aplica el modelo cuadrático?

1.5 Hipótesis

El uso de las experiencias de aprendizaje donde se integra manipulativos y tecnología mejora el aprovechamiento académico de los estudiantes en el tema de función cuadrática.

El uso de las experiencias de aprendizaje donde se integra manipulativos y tecnología mejora el aprovechamiento académico de los estudiantes en la resolución de problemas verbales que involucran funciones cuadráticas.

CAPÍTULO 2

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Marco teórico

El marco teórico está fundamentado en la investigación de Gómez y Lupiáñez (2007), el cual fomenta el uso de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA) en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Como parte de su modelo del ciclo de enseñanza de las matemáticas, Simón, (1995) trabaja la noción de THA como una propuesta para reconstruir la pedagogía de las matemáticas desde una perspectiva constructivista. Para Gómez y Lupiáñez (2007) una de las principales diferencias en la interpretación de la noción de conceptos tiene que ver con el nivel de concreción con el que la usan, desde la planificación de sesiones de clase, hasta el trabajo con actividades específicas de una sesión de clase.

En este sentido Gravemeijer (2004) indica que “la descripción y fundamentación para la ruta del aprendizaje está relacionada con una colección de actividades de instrucción para un tema” (p.107). Por su parte, Simón y Tzur (2004) ven la THA como una herramienta para la





planificación de actividades de instrucción en el día a día de un aula, así mismo estas pueden utilizarse para promover el “desarrollo micro-conceptual” (Baroody, Cibulskis, Lai y Li, 2004).

Frente a la pregunta “¿Qué relación hay entre la actividad diaria del maestro y la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje? Podemos señalar, por un lado, el carácter reflexivo, esto es, “hay una relación reflexiva en la que la THA el cual, es el trasfondo de los juicios y decisiones locales que a su vez modifican la THA” (Gravemeijer, Coob, Bowers y Whitenack, 2000, pp. 249-250).” (P. Gómez y J. L. Lupiáñez, 2007, p.82-83). Por otro lado, “Gravemeijer reconoce la dificultad que tendrían los maestros para construir THA como las que producen los investigadores. Esto no quiere decir que lo único que se les pueda entregar sean secuencias de instrucción listas para usar. Sugiere dos elementos útiles para los profesores: (a) un marco de referencia y (b) secuencias de actividades que le sirvan de ejemplo” (2004).

Además, Steffe (2004) plantea que son, los maestros quienes, al participar directamente con la construcción de las actividades de los niños, producen sus THA; por lo que nos cuestionamos ¿Qué o cuáles son las capacidades que debe tener el maestro para ser capaz de hacer THA?, ¿Qué se puede hacer en la formación inicial de maestros de matemáticas para desarrollar esas capacidades?

En el estudio de Gómez y Lupiáñez (2007) participaron maestros de matemáticas de secundaria en el cual se buscó desarrollar capacidades para diseñar unidades didácticas sobre temas matemáticos concretos, por ejemplo, se trabajó el tema la función cuadrática. Sin embargo, en el diseño de estas unidades, se puso en juego un procedimiento llamado, análisis didáctico. Este es un procedimiento cíclico que describe como el maestro debería idealmente diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje. Está compuesto por el análisis de contenido, cognitivo y el de instrucción. El análisis de contenido es el procedimiento en el cual el maestro identifica, organiza y selecciona los significados de un concepto matemático que considera relevantes para efectos de la planificación de la instrucción. En el cognitivo se espera, que ellos describan “sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje.

2.2 Análisis de contenido y capacidades: Función Cuadrática

De la investigación de Gómez y Lupiáñez, (2007), la experiencia que tienen los maestros en la sala de clases pueden ser corroboradas en la literatura; puesto que los estudiantes muestran dificultades para establecer la relación entre las diferentes representaciones simbólicas y gráfica de la función cuadrática. Es decir, reconocer la función cuadrática $f(x) = (x - 4)(x - 6)$ y los hechos como: el parámetro a (representa la dilatación de la gráfica), los parámetros h y k en la expresión $f(x) = (x - h)^2 + k$ que identifican las coordenadas del vértice, o que los parámetros r_1 y r_2 en la expresión $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$ que identifican los cortes de la gráfica (raíces de la ecuación cuadrática) con el eje x (ver figura 2). En otras palabras, el interés del maestro se



encuentra en lograr que los estudiantes sean capaces de resolver problemas que involucran el significado gráfico de los parámetros. La función cuadrática debe entenderse como una estructura matemática compleja y este tema es tan solo una faceta de esa complejidad, aquí radica el gran problema de nuestra investigación.

En la figura 1 se identifica se identifica el mapa de conceptos en el cual se relacionan las principales categorías en las que se puede organizar la multiplicidad de significados del concepto “función cuadrática”. Por ejemplo, se podrían desarrollar en detalle cada una de las formas simbólicas y establecer los procedimientos que las relacionan (compleción de cuadrados para pasar de la forma simbólica estándar $f(x) = ax^2 + bx + c$ a la forma canónica $f(x) = (x - h)^2 + k$,(González y Lupiáñez, 2007)

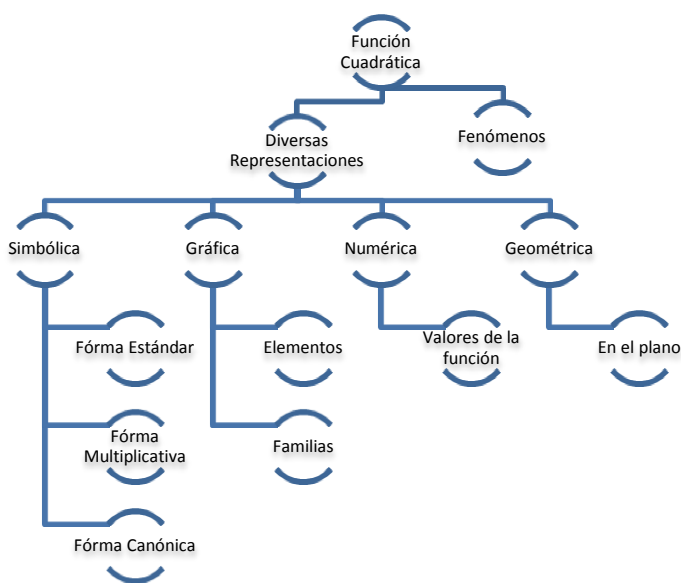


Figura 1. Mapa conceptual general de la función cuadrática

En la figura 2, muestra la función cuadrática $f(x) = (x - 4)^2 - 2$ la cual incluye algunos de los procedimientos simbólicos y gráficos que pueden estar involucrados en su análisis. Se identificó, y seleccionó algunos de los significados del concepto relacionados con su estructura conceptual (conceptos y procedimientos) y con algunas de sus representaciones. Este análisis a través de la geometría haciendo uso del gráfico de la función involucra mejor el comportamiento y los parámetros de la función. Así como de las transformaciones que se dan en el proceso, partiendo de la forma simbólica estándar $f(x) = x^2$. (González y Lupiáñez, 2007)

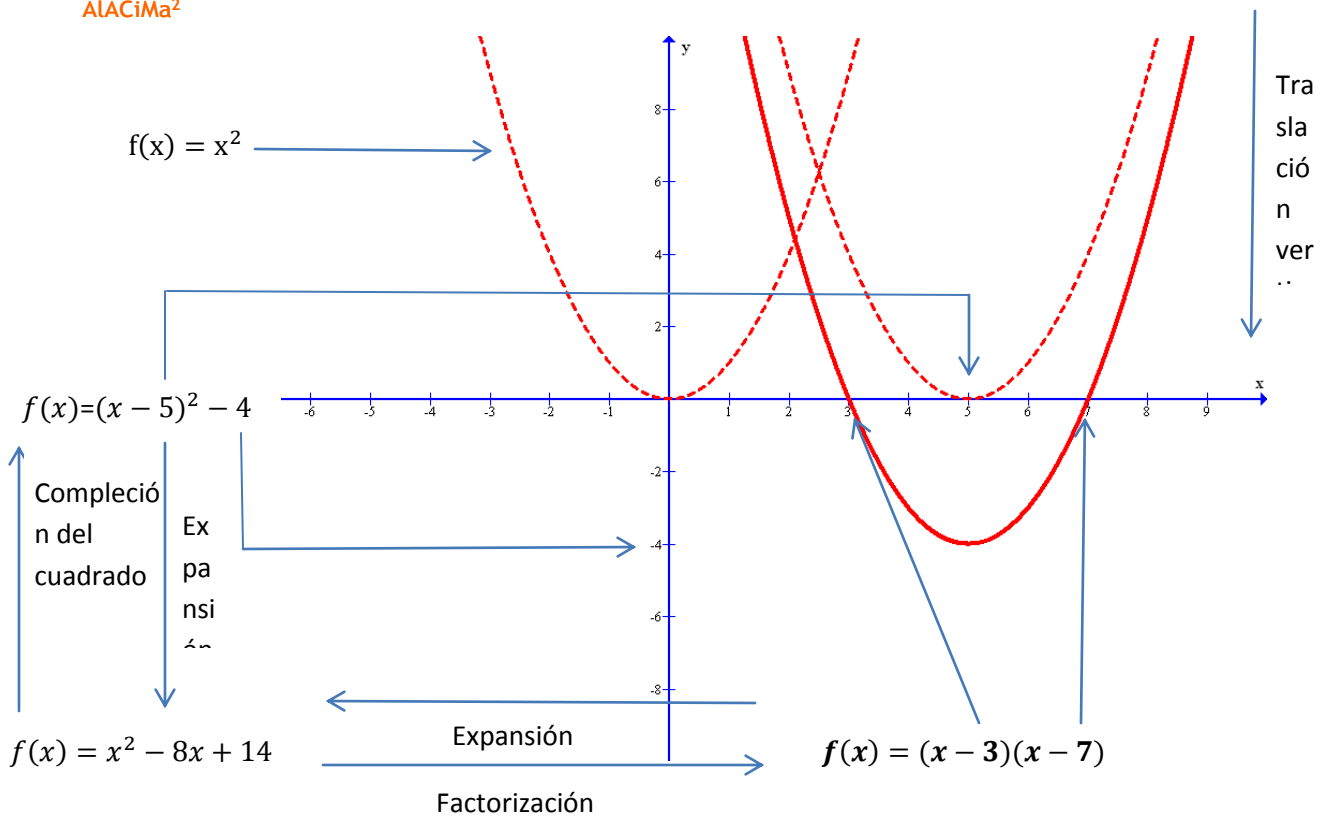


Figura 2. Conexiones y procedimientos

Por tanto, el análisis de contenido para la investigación de Gómez y Lupiañez, (2007) proporciona la mayor parte de la información necesaria para identificar las capacidades que se pretenden desarrollar en la investigación acción.

2.3 El uso de manipulativos en la enseñanza de matemáticas

El siglo XXI trajo consigo los grandes avances tecnológicos y con ellos el cambio de estrategias y metodologías de enseñanza aprendizaje en el salón de clases. Es decir, el uso de manipulativos físicos, virtuales y el uso de tecnología es un complemento importante en el proceso enseñanza-aprendizaje para ayudar a los estudiantes en la comprensión de los conceptos, específicamente en las matemáticas. Un manipulativo para matemáticas puede entrar en dos categorías:

- 1) **Físicos**, que se definen como cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos.
- 2) **Virtuales**, que se definen como representaciones digitales de la realidad posibilitadas por los computadores y que el estudiante puede también manipular con el mismo objetivo de los primeros.



La literatura señala que los manipulativos virtuales ayudan a los estudiantes a entender conceptos esenciales en áreas como matemáticas o ciencias mediante la representación de temas, en forma más sencilla. Así como la tecnología puede impulsar cambios en como aprenden los estudiantes. (Mejía Palomino, 2004 y Rivera Pavón, 2009). Con el bum de las computadoras y el acceso al Internet, hoy existen diversos programados de matemáticas que ayudan a simular, modelar funciones y otros fenómenos que antes eran difícilmente entendibles.

Igualmente, en los “Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática” (NCTM, 2000) se hace un llamado para que en todos los programas de matemáticas se enfatice “crear y usar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas; seleccionar, aplicar y traducir en representaciones matemáticas la solución de problemas y finalmente usar representaciones para modelar e interpretar matemáticamente fenómenos de las ciencias naturales y sociales (P.67)”

En este sentido, el uso de la tecnología en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas es esencial y, en consecuencia altera procesos educativos. También, tiene el potencial de transformar el salón de clases en un espacio más activo y dinámico, donde haya más investigación y sea un lugar para hacer conjeturas. Por ende, las calculadoras como la TI-84 Plus mediante sus representaciones ejecutables constituyen una fuente de exploraciones conceptuales, además que prepara el camino para dar paso a generalizaciones, sistematizaciones y abstracciones matemáticas y proporciona un manejo más versátil y articulado de los conceptos matemáticos.

Nuestra investigación acción hace uso de todas las recomendaciones en la construcción de manipulativos y el uso de programados como el Geometra y Geogebra para mejorar el aprovechamiento de los estudiantes en el curso “Funciones y Modelos” (Reyes, 2001). Los estudiantes se enfrentan a dos actividades que giran en la exploración del comportamiento de los parámetros de una función cuadrática que giran alrededor de situaciones de variación y cambio. Empleando la Calculadora TI-84 Plus y el sensor de movimiento CBR como instrumento de mediación para el desarrollo del pensamiento matemático, se realizó múltiples exploraciones que derivaron en la construcción del modelo matemático de la función cuadrática.



CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

El estudio es una investigación acción cuyo propósito es mejorar el aprovechamiento académico de los estudiantes de nivel superior en el tema “función cuadrática” y la solución de problemas verbales donde se aplique este modelo.

En este capítulo se presenta el diseño, población y muestra, las intervenciones educativas, la fase administrativa, la fase académica y el procedimiento que se llevó a cabo para realizar la investigación.

3.1 Diseño de Investigación

El diseño es cuasi-experimental, porque se tiene dos grupos y se asignó un tratamiento al grupo experimental. El diseño básico, presentado en la figura 3, es una adaptación del diseño de grupos no equivalentes con pre y post – prueba (Mc Millan & Schumacher, 2005)

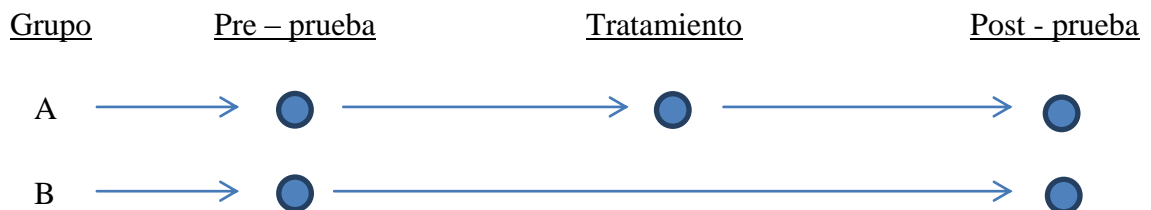


Figura 3. Diseño de grupos no equivalentes con pre y post prueba

Se tiene dos grupos, al grupo A (experimental) se le administró la pre – prueba, se le dio el tratamiento (experiencias de aprendizaje con el uso de manipulativos virtuales integrando la tecnología) en el tema de función cuadrática y luego se le administró la post – prueba. En el caso del grupo B (grupo control) se le administró la pre – prueba y post – prueba.

3.2 Población y muestra

La población del estudio fueron los estudiantes de undécimo grado de la escuela superior en Orocovis del curso MATE 131 – 1419 “Funciones y modelos”. De los 106 estudiantes del undécimo grado, el 24% de estos toman el curso. La muestra consistió de 35 estudiantes, de la cual 18 conformaron el grupo experimental y 17 el grupo control.



3.3 Intervenciones Educativas

El tratamiento de la experimentación fue realizado mediante el diseño de actividades de aprendizaje en pequeñas comunidades de aprendizaje, en las cuales se integró el uso de manipulativos, la tecnología utilizando el programado Geómetra “Sketchpad”, manipulativos virtuales diseñados en el programado Geógebra, sensores de movimiento CBR y el uso de la calculadora gráfica TI-84 Plus para que los estudiantes desarrollen los conceptos de lo concreto a lo abstracto que están incluidos en la investigación.

Para la recopilación de datos, se utilizó una pre-prueba, una post-prueba (que será la misma pre-prueba). La pre-prueba tiene 25 ejercicios (con valor total de 25 puntos) que miden el contenido del tema “función cuadrática”. La misma consta de 19 ejercicios que miden conceptos fundamentales de la función cuadrática y 6 ejercicios que miden la resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se puedan modelar por medio de una función cuadrática (Ver apéndice A).

La investigación se llevó a cabo en el primer ciclo escolar en el mes de diciembre de 2012 y el segundo ciclo escolar de enero a febrero de 2013 con 35 estudiantes de undécimo grado. De los 35 estudiantes, 15 participaron en el grupo control y 18 en el grupo experimental. Se desarrollaron 8 actividades de aprendizaje con el propósito que los estudiantes construyeran el significado del concepto función cuadrática utilizando manipulativos físicos y virtuales, utilizando la calculadora TI-84 Plus, sensores de movimiento CBR y utilizando software Graph, Geogebra y el Geometra Skethpad mediante experiencias de aprendizaje en pequeñas comunidades de aprendizaje como parte del tratamiento.

3.4 Fase Administrativa

Para poder llevar a cabo la investigación – acción se pidió autorización al director escolar, a los (35) estudiantes y padres de los estudiantes que representan la muestra del grado undécimo que participaron de la investigación mediante una carta explicativa y un permiso. Además se les pidió a los padres autorización mediante un formulario de relevo de responsabilidad por fotos, y/o vídeos, para evidenciar las actividades que comprendían el tratamiento de la investigación.

3.5 Fase Académica

La validación de las actividades de esta investigación para el grupo experimental se puso a prueba con estudiantes talentosos del Proyecto de Nivel Avanzado en matemáticas Pre cálculo de la misma escuela y estudiantes de la escuela superior de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. Los instrumentos para la recolección de datos como la pre-prueba y post-prueba se tomó de un manual estandarizado de ejercicios de práctica para las PPAA 2010, abalado por el Departamento de Educación y el Programa de matemáticas que redactó Pearson alineado a los Estándares y Expectativas que serán evaluados en las PPAA de Matemáticas de undécimo grado en las escuelas superiores de Puerto Rico.



Actividades

➤ **Estudiar la caída libre de un objeto y Estudiar el movimiento de una pelota**

Las actividades fueron creadas por el investigador y se utilizó manipulativos y la integración de tecnología (sensores de movimiento CBR y el uso de la calculadora TI-84 Plus). Estas actividades fueron evaluadas por el Dr. Jaime Abreu y el Dr. Edwin Morera en junio 2012. Ambas actividades fueron modeladas con los Master Teacher Matemáticas en las capacitaciones en residenciales en junio de 2012 y validadas con estudiantes del proyecto de nivel avanzado en matemáticas – Pre cálculo en octubre de 2012.

➤ **“Buscando funciones cuadráticas en la naturaleza¹”**

Esta actividad fue desarrollada, modelada y validada por el Dr. Edwin Rivera Rivera y la Dra. Gladys Dávila Hernández con estudiantes del curso de Biología de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras donde se hizo la conexión entre el álgebra y la biología.

¹ Publicada en la revista del Proyecto MSP <http://cie.uprrp/msp/dpf/MSP-Cap2.Pdf>

Esta actividad es un manipulativo virtual del Geogebra, creado por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. También, fue modelada y validada con los estudiantes del curso de pre cálculo de la escuela superior de Orocovis.

➤ **Modelando con funciones**

Actividad que presenta ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de pre cálculo.

➤ **Modelando con funciones**

Utilizando el programa Geómetra se hizo esta actividad, la cual modela el área máxima de un rectángulo. Creado por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes, publicado en su libro.

3.6 Procedimiento de la experimentación

1. Definir función cuadrática.
2. Definir las formas en que se puede representar una función cuadrática.
3. Factorizar polinomios extrayendo un factor común.
4. Factorizar trinomios cuadráticos de la forma $ax^2 + bx + c$, donde $a = 1$ y $a \neq 1$.



5. Factorizar trinomios cuadrados perfectos.
6. Resolver ecuaciones cuadráticas completando cuadrados y utilizando la fórmula cuadrática.
7. Dada la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, cambiarla a la forma $y = a(x - h)^2 + k$ ó viceversa.
8. Dada una función cuadrática:
 - a. Determinar el vértice y tipo de concavidad.
 - b. Determinar el punto de intersección con el eje de y.
 - c. Hallar los ceros de la función o puntos de intersección con el eje de x (si los hay).
 - d. Trazar la gráfica, evaluando puntos adicionales si es necesario.
9. Aplicar las transformaciones básicas de la función cuadrática de la forma estándar $f(x) = \pm a.f(x - h)^2 \pm k$ e interpretar los resultados de estas transformaciones verbalmente, gráficamente y numéricamente.
10. Utilizar ecuaciones paramétricas para representar situaciones que involucran movimiento en el plano, incluido el movimiento en una línea, el movimiento proyectil y el movimiento de los objetos en órbitas.
11. Resolver problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se puedan modelar por medio de una función cuadrática.

El trabajo de investigación se realizó con dos grupos. El grupo experimental tuvo 18 estudiantes de undécimo grado en un lapso de 14 sesiones de 50 minutos cada una. Este grupo estuvo compuesto por 3 estudiantes masculinos y 15 féminas. Mientras el grupo control estuvo compuesto por 17 estudiantes (9 varones y 8 féminas). Las 14 sesiones se dividieron de la siguiente forma:

Primer día: El maestro explorara mediante la actividad # 1 en los dos grupos los conocimientos previos de los estudiantes sobre el concepto función cuadrática y sobre el dominio de destrezas previas de factorización de polinomios o evaluación de expresiones algebraicas para cambiar la función cuadrática de forma general a la forma estándar.

Segundo día: El maestro discute en ambos grupos la definición del concepto función cuadrática, las formas de cómo se puede representar una función cuadrática, como cambiar de forma simbólica una función cuadrática de forma general a la forma estándar y le diera ejemplos abstractos de cada uno de ellas y la discusión de las características comunes de una función cuadrática. Además se discutió con el estudiante como encontrar la ecuación que representa el modelo de la función cuadrática de forma estándar dado el vértice y un punto de la parábola.

Tercer día: Ambos grupos se sometieron a la pre-prueba (25 ejercicios) relacionados a los conceptos y destrezas que están incluidos en la experimentación. El grupo control después continuó con la clase regular, mientras el grupo experimental fue dividido en pequeñas comunidades de aprendizaje.

Cuarto día: El grupo experimental, ya dividido en grupos trabajó con la primera actividad “**Hallando Funciones Cuadráticas en la Naturaleza**”. A través, de esta actividad el estudiante identifica tres puntos (x, a) , (x, b) y (x, c) que forman la curva de la vena de una hoja donde uno de los puntos puede ser el máximo o mínimo en la curva. Luego sustituirán los valores de un punto extremo y un punto de la parábola para encontrar los valores de los parámetros de la ecuación de forma estándar para luego cambiarla a la forma general.

Quinto, sexto y séptimo día: El grupo experimental trabajó con la actividad “**Estudio de los parámetros de una función cuadrática de forma general y forma estándar**” utilizando el manipulativo virtual creado en el programa Geógebra. Durante esta actividad el estudiante utilizó manipulativos virtuales para explorar el significado de los parámetros con sus respectivas representaciones simbólicas y geométricas de una función cuadrática de forma general o de forma estándar. Luego se utilizó para que el estudiante construya las diferentes traslaciones del modelo de función cuadrática y aplique los estiramientos y dilataciones verticales y horizontales y las reflexiones horizontales y verticales.

Luego cada líder de cada grupo resolverá ejercicios en la pizarra para cambiar una función cuadrática de forma general a la forma estándar simbólicamente utilizando la técnica de completación del cuadrado y luego trazará la gráfica de la función en un sistema de coordenadas rectangulares comprendiendo el significado de los parámetros de la función cuadrática en la forma estándar. Finalmente explicará el ejercicio a la clase mediante un informe oral.

Octavo, noveno, décimo y undécimo día: El grupo experimental trabajó la actividad 3 y 4 “**Estudiar la caída libre de un objeto**” y “**Estudiar el movimiento de una pelota**”. Este grupo trabajó con manipulativos, sensores de movimiento CBR y la calculadora gráfica TI-84 Plus aplicados a ejercicios de aplicaciones que se pueden modelar en la vida real para inquirir por medio de conjeturas el significado de los parámetros de la función cuadrática.

Día doce, trece y catorce: El grupo experimental trabaja la actividad # 5 “**Modelando con funciones**”, que permiten el aprendizaje por descubrimiento utilizando el razonamiento inductivo por medio de manipulativos y el programado GRAPG.

Finalmente el grupo experimental a través de la actividad 6 “**Modelado con funciones utilizando el programa computarizado El Geómetra**”, aprende como hallar modelos que se pueden construir con propiedades geométricas o algebraicas del objeto bajo estudio y explorar gráficamente la relación entre el área (A) y uno de los lados del polígono por medio del razonamiento inductivo utilizando como herramienta pedagógica el programa computarizado el Geómetra.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DEL ESTUDIO

4.1 Análisis de los datos

Para el análisis de los datos en la investigación se utilizó el programa computadorizado Microsoft Excel. La estadística que se utilizó fue la descriptiva (medidas de tendencia central). Se utilizó un análisis de las medidas de tendencia central para determinar la equivalencia pre - experimental entre los grupos. En adición, se utilizaron pruebas t pareada para muestras dependientes, para determinar si ocurrieron cambios significativos durante el tratamiento. Todas las pruebas se hicieron a un nivel de significación de $p < 0.05$.

Los datos se realizaron comparando los resultados de la Pre-prueba y Post-prueba de los dos grupos (experimental y control). En la tabla 1 observamos que existe mucha diferencia entre ambos grupos, lo cual indica que antes de la investigación no eran académicamente iguales.

Tabla 1. Medidas de tendencia central del grupo control vs experimental (pre prueba)

	Grupo Control	Grupo Experimental
Mediana	7	8
Moda	7	7
Desviación Estándar	2.3	3.1
Máximo	12	14
Mínimo	3	2
Media	7.18	8.66

La figura 3 nos muestra las comparaciones en puntuación de cada estudiante en la pre - prueba entre el grupo control y experimental. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto. Al inicio de la investigación ambos grupos

(control y experimental) tuvieron puntuaciones en la pre prueba que no alcanzaron la máxima de 25 puntos. (Ver apéndice O)

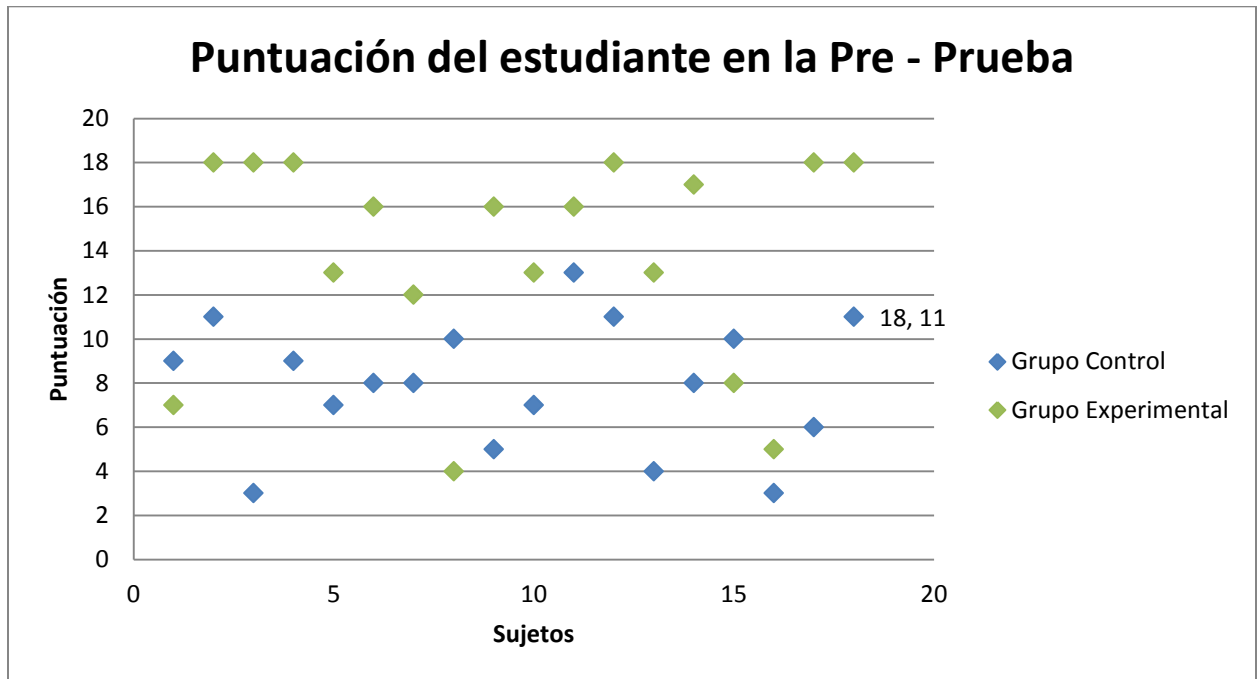


Figura 3. Grupo control vs experimental en pre prueba

Durante las actividades, el grupo experimental reconoció que el uso de experiencias de aprendizaje y la estrategia utilizando manipulativos físicos, virtuales y la integración de la tecnología en la enseñanza de funciones cuadráticas facilita la comprensión del tema; así como despertó el interés en los estudiantes. Estas actividades también sirvieron para desarrollar mejores destrezas cómputos algebraicos, de pensamiento y análisis para comprender la solución de problemas verbales de máximos y de caída libre de objetos que se pueden modelar por medio de una función cuadrática. La figura 4 nos muestra la comparación de las ejecutorias del grupo control y experimental en la pos prueba. Se puede notar el incremento de sus puntuaciones de los estudiantes del experimental frente al grupo control.

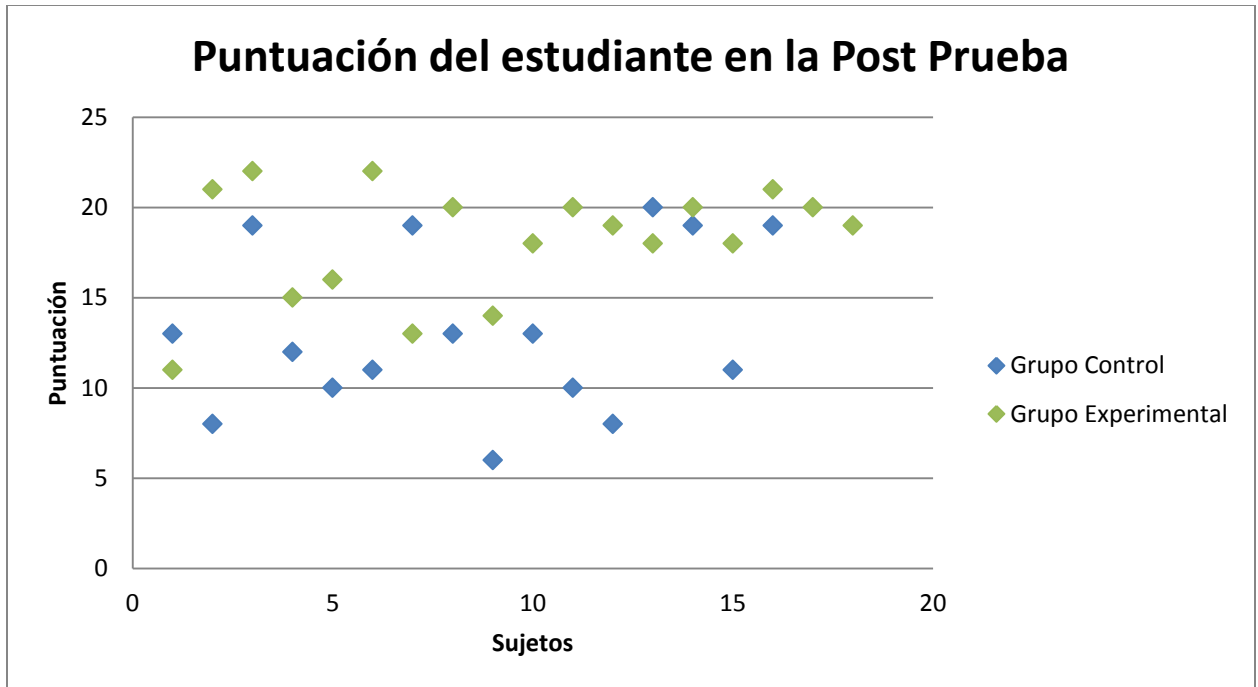


Figura 4. Comparación grupos control vs experimental en post prueba

La estadística descriptiva, nos provee un mejor panorama de las puntuaciones obtenidas en la post prueba por parte del grupo experimental. La tabla 2 muestra el crecimiento de la puntuación promedio que obtuvieron al inicio de la investigación.

Tabla 2. Medidas de tendencia central del grupo control vs experimental en post prueba

	Grupo Control	Grupo Experimental
Mediana	13	19
Moda	19	20
Desviación Estándar	4.3	3.2
Máximo	20	22
Mínimo	8	11
Media	13.66	18.17

Con respecto a los 25 ítems que se realizó en la pre prueba y post prueba, 19 de estos correspondieron a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 estuvieron alineados a resolución de problemas verbales. La ejecutoria en los problemas verbales para el grupo experimental al inicio de la investigación fue caótica ya que obtuvieron puntuaciones de 0 en este aspecto, sin embargo en el grupo control las

puntuaciones más bajas se reportaron en el ítem 5 y 6 que relacionaban los conceptos fundamentales del tema. (Ver figura 5)

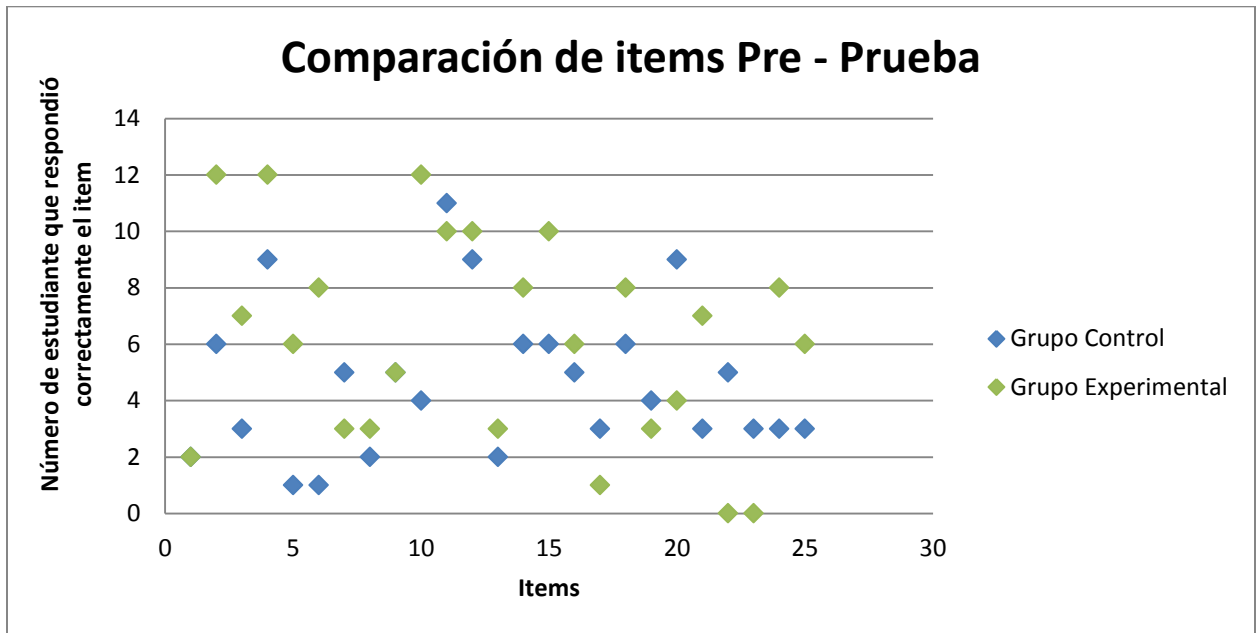


Figura 5. Comparación de ítems en la pre prueba: Control vs experimental

La figura 6 muestra la ejecutoria de los estudiantes del grupo control y experimental en los 25 ítems. Aquí se observa que los estudiantes del grupo experimental pudieron responder en su gran mayoría los ítems correspondientes a problemas verbales.

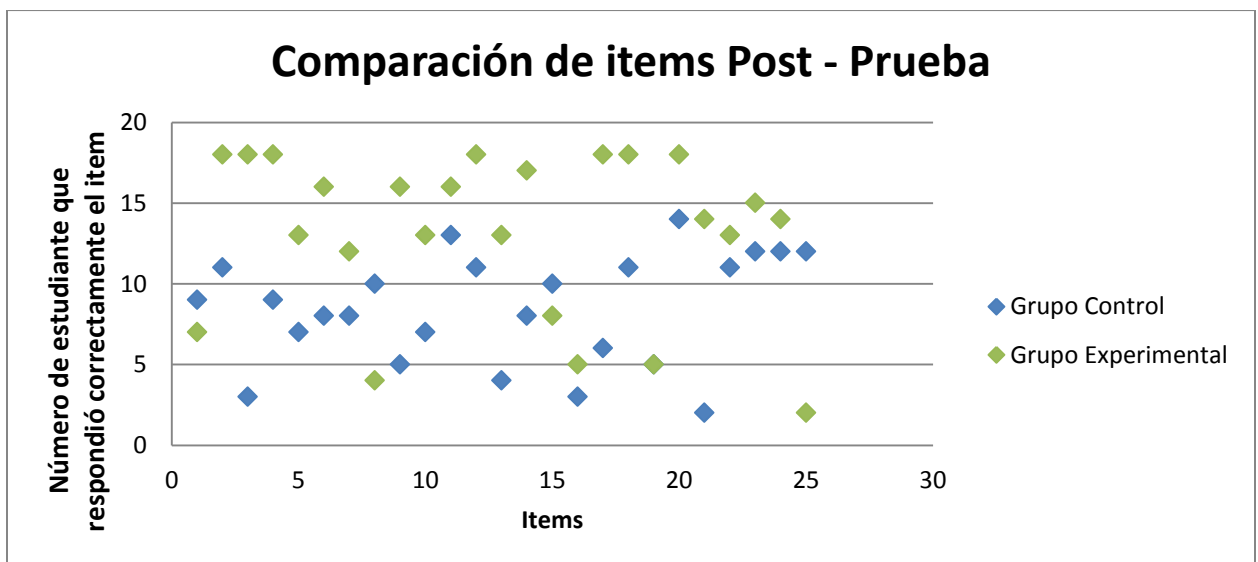


Figura 6 Comparación de ítems en la post prueba: Control vs Experimental

4.2 Prueba de Hipótesis

La prueba se hizo a un nivel de significancia de 0.05

El valor de P obtenido fue de 0.06, puesto que $0.06 > 0.05$ no se rechaza H_0 (Hipótesis nula) y se concluye que no hay suficiente evidencia en el nivel de significación α para demostrar que hay una diferencia significativa en las puntuaciones de las Pre-pruebas de ambos grupos. Por tanto, el método experimental no hace una diferencia significativa en las puntuaciones de las pruebas.

Contrario a esto en el resultado de la post prueba, el valor de P obtenido fue de 0.0003, por lo que $0.003 < 0.05$ se rechaza H_0 (Hipótesis nula) y se concluye que el método experimental hace una diferencia significativa en las puntuaciones de las pruebas. (Ver apéndice C_1 y D_1)

CAPÍTULO 5

El propósito de este proyecto de investigación quasi – experimental con un grupo control y un grupo experimental fue determinar si el uso de experiencias de aprendizaje y actividades utilizando manipulativos y la integración de la tecnología mejora el aprovechamiento académico de los estudiantes en el tema de función cuadrática y en la solución de problemas verbales que involucran este modelo.

Participaron 36 estudiantes en el estudio, 18 estudiantes en el grupo control y 18 en el grupo experimental. El instrumento de medición que se utilizó como Pre – prueba y Post – prueba fue tomada de un manual estandarizado de ejercicios de práctica para las PPAA 2010, abalado por el Departamento de Educación y el Programa de Matemáticas que redacto Pearson alineado a los estándares y expectativas que serán evaluados en las PPAA de Matemáticas de Undécimo Grado en las escuelas superiores de Puerto Rico.

Se utilizó un análisis de las medidas de tendencia central para determinar la equivalencia pre – experimental entre los grupos. En adición, se utilizaron pruebas t pareada para muestras dependientes, para determinar si ocurrieron cambios significativos durante el tratamiento. Todas las pruebas se hicieron a un nivel de significación de $p < 0.05$.

Se sometió a pruebas estadísticas las hipótesis de investigación y se contestaron las siguientes preguntas de investigación:

¿El uso de experiencias de aprendizaje utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de la escuela superior mejora el aprovechamiento de los estudiantes en el tema de función cuadrática?

¿El uso de las actividades utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de Undécimo Grado de la escuela superior mejora el



aprovechamiento de los estudiantes en la solución de problemas verbales donde se aplica el modelo cuadrático?

En este capítulo se discuten los hallazgos del estudio cónsono a las preguntas de investigación. Además se incluyen las recomendaciones para futuros estudios.

5.1 Discusión de los resultados y conclusiones

La investigación acción mostró que los estudiantes del grupo experimental comprendieron la importancia de la función cuadrática y su modelamiento en escenarios y fenómenos que la naturaleza nos brinda. La estrategia de cambiar correctamente una función cuadrática de la forma general a la forma estándar y viceversa fue ejecutada satisfactoriamente por este grupo. Además, identificaron modelos de funciones cuadráticas que representaban la gráfica de una parábola.

Por otra parte, comprendieron el significado de los parámetros de una función cuadrática utilizando un manipulativo virtual creado en el software Geogebra. En adición, pudieron identificar el modelo de la ecuación que representaba una parábola en un sistema de coordenadas rectangulares comprendiendo el significado de los parámetros de la función y cambiando la misma de forma general a la forma estándar. Adquirieron dominio de destrezas algebraicas para determinar el vértice, los ceros e intercepto de una función cuadrática. Así como, identificaron los puntos extremos de una parábola y los clasificaron con máximos o mínimos absolutos. Los estudiantes identificaron gráficas que mejor se ajustan a situaciones paradigmáticas de la vida real que se pueden modelar con la función cuadrática.

Como parte de los resultados provistos por la observación en el proceso de aprendizaje, hubo un espíritu de cooperación, colaboración y solidaridad en los grupos de trabajos en el momento de resolver los ejercicios de las actividades. Además, el líder de cada grupo tuvo agilidad aplicando conocimientos de destrezas previas para encontrar la ecuación de una función cuadrática dado el vértice y un punto en la parábola con la ayuda de sus compañeros.

La integración de manipulativos físicos y virtuales e integración de tecnología a través de experiencias de aprendizaje en pequeñas comunidades de aprendizaje produjo mejor aprovechamiento académico en los estudiantes del grupo experimental. Es evidente que en el análisis de la tabulación de la pre – prueba y post – prueba del grupo experimental de los primeros 19 “ítems” de la pre - prueba y post – prueba el 72% de los estudiantes alcanzaron 70% o más de dominio de las destrezas alineadas a conceptos fundamentales de la función cuadrática comparados con la tabulación de la Pre – prueba y Post – prueba del grupo control cuyo dominio fue de 40%. (Ver Apéndice P).





Después de realizar los análisis estadísticos no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los estudiantes del grupo control y experimental antes del tratamiento. Los resultados mostraron que el grupo experimental y el control no eran académicamente iguales. Se contestó la primera pregunta de investigación: ¿El uso de experiencias de aprendizaje utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de undécimo grado de la escuela superior mejora el aprovechamiento académico de los estudiantes en el tema función cuadrática? Los hallazgos indican que se encontraron diferencias estadísticamente significativas en las pos mediaciones de la post – prueba entre los estudiantes del grupo control y experimental debidas al tratamiento. Por lo tanto, contestando nuestra pregunta los estudiantes que pasaron por experiencias de aprendizaje utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases muestran mejor aprovechamiento académico en el tema de la función cuadrática que los que tomaron la clase de forma tradicional. Se concluye que las actividades utilizando manipulativos físicos y virtuales en pequeñas comunidades de aprendizaje motivan a los estudiantes y despierta en ellos el interés por obtener conocimiento sobre el tema función cuadrática por medio del descubrimiento.

En adición, los manipulativos físicos le ayudaron a los estudiantes a obtener una recolección de datos sobre dos variables a considerar en las actividades que comprendían la resolución de problemas modelando con funciones, en la cual el estudiante tenía que determinar la longitud del ancho y el largo de distintos rectángulos inscritos en un triángulo rectángulo. Estas eran la variable independiente x que representaría la longitud del ancho del rectángulo y la variable dependiente que estaría representada por el área del rectángulo. Los datos obtenidos podían ser listados en una tabla de soluciones en el software Graph para ser localizados en un sistema de coordenadas rectangulares permitiendo así a los estudiantes establecer una relación con la trayectoria de los pares ordenados y a su vez tenía que determinar ¿cuál era el mejor modelo que podía representar esa trayectoria de los puntos? Esto permitía que el estudiante razonara que el mejor modelo sería el cuadrático. Además estos les sirvieron como recursos para desarrollar las destrezas de definir dos longitudes desconocidas que se representarán por medio de expresiones algebraicas para representar el área de un rectángulo en función de x . Luego de definir las longitudes desconocidas mediante dos expresiones algebraicas determinaba el modelo de la función sustituyendo en la fórmula de área del polígono. Con el desarrollo de estos procedimientos algebraicos determinaba el modelo de la función cuadrática que representa el área del rectángulo. Por ende, al estudiante calcular las coordenadas del vértice de la parábola (h, k) encontraba el valor de la variable $x = h$ que representaría una de las dos longitudes del rectángulo y k que representaría el área máxima del rectángulo. Finalmente el modelo le permitía trazar la gráfica de la parábola para hacer un análisis más exhaustivo. Los hallazgos indican que se encontraron diferencias estadísticamente significativas en las pos mediaciones de la post – prueba entre los estudiantes del grupo control y experimental debidas al tratamiento. Podemos observar en el análisis de la tabulación de la Pre – prueba y Post – prueba del grupo experimental que estos facilitaron la construcción y el desarrollo de mejores estrategias para la resolución de problemas verbales de máximos y caída libre de un objeto que se pueden modelar





por medio de una función cuadrática. Por ende, en el análisis de la tabulación de la pre – prueba y post – prueba del grupo experimental de los últimos 6 “ítems” el 78% de los estudiantes alcanzaron 70% o más de dominio de las destrezas de resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática, superando así al grupo control cuyo dominio en dicha destreza fue 40%. (Ver Apéndice P)

Se contestó la segunda pregunta de investigación: ¿El uso de actividades utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases de los estudiantes de undécimo grado de la escuela superior mejora el aprovechamiento de los estudiantes en la solución de problemas verbales donde se aplica el modelo cuadrático? Por lo tanto, contestando nuestra segunda pregunta de investigación, los estudiantes que pasaron por experiencias de aprendizaje utilizando manipulativos y la integración de la tecnología en la sala de clases muestran mejor aprovechamiento académico en la resolución de problemas verbales que involucran funciones cuadráticas que los que toman la clase de forma tradicional. Se concluye que las actividades utilizando manipulativos físicos y virtuales y la integración de la tecnología en pequeñas comunidades de aprendizaje sirvieron para desarrollar mejores destrezas de pensamiento y análisis para comprender la solución de problemas verbales de máximos y de caída libre de objetos que se pueden modelar por medio de una función cuadrática.

5.2 Recomendaciones para futuras investigaciones

Se recomienda repetir la investigación con una muestra mayor de estudiantes que toman el curso de Funciones y Modelos en la escuela superior José Rojas Cortés o en otras escuelas superiores del Distrito Escolar. Además, se recomienda utilizar periodos alternos en horarios de clases para poder dar continuidad a las actividades en las cuales se utilizan los manipulativos virtuales, los software como el Graph y el Geómetra “Sketchpad” y la integración de tecnología como la calculadora TI – 84 Plus y los sensores de movimiento (CBR). Estas actividades que requieren el uso de tecnología conllevan más tiempo porque el estudiante tiene que conocer, manipular y dominar el uso del equipo de tecnología.

Por otra parte, en futuras investigaciones se podrían considerar variables extrañas tales como: el efecto de la maduración, la selección y el efecto de la historia local (Cook y Campbell, 1975) (Esta última variable extraña se refiere cuando algún evento afecta solamente a uno de los grupos).

Como nuevas estrategias de enseñanza aprendizaje recomiendo el uso de manipulativos físicos, virtuales e integración de tecnología en la enseñanza de cursos de matemáticas en el nivel superior. Recomendaría que el programa de matemática del Departamento de Educación adiestre y estimule a los maestros a utilizar como recurso en el proceso enseñanza aprendizaje el uso de manipulativos físicos, virtuales e integración de la tecnología en la enseñanza de matemáticas de todos los niveles. Además, que el Departamento de Educación incentive y





motiva a los maestros a realizar investigaciones en sus salas de clases con el fin de comprobar la eficacia del uso de manipulativos en la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente, se podía repetir el estudio con otras poblaciones de Undécimo Grado que tomen el curso Funciones y Modelos o poblaciones de Duodécimo Grado que tomen el curso de Pre-cálculo. Se recomienda que el profesor participe en el proceso de investigación sobre como el uso de otras nuevas actividades didácticas en pequeñas comunidades de aprendizaje mejora el aprovechamiento académico en los estudiantes que toman cursos de matemáticas en el nivel superior.



Referencias Bibliográficas

- (n.d.). Retrieved from <http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>.
- Ajuriaguerra, J. d. (1993). *Estudios del desarrollo según Jean Piaget en: Manual de Psiquiatría Infantil*. Barcelona - México. pp. 24 - 29
- Conceptos Básicos del CBR TM*. (1997). Retrieved from <http://www.ti.com/calc>.
- Educación, D. d. (2007). Puerto Rico: Programa de Matemáticas.
- Gómez, P. y Lupiáñez J. L.(2007). Trayectoria hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98.
- Hernández Rodríguez, O. (n.d.). Uso de la tecnología TI-NSPIRE y de las representaciones como elementos integradores de las ciencias y las matemáticas. *Revista del Proyecto Desarrollo profesional de maestros para mejorar el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas (MSP)*, 3, 31-37.
- MATEMATICS, C. C. (2010, March 2). *Adapted from Wisconsin Department of Public Instruction*. Retrieved from <http://dpi.wi.gov/standars/mathglos>.
- MESA, Y. V. (n.d.). <http://funes.unidades.edu.co/977/1/1-20>. Retrieved from Reflexión Histórica, Epistemológica y Didáctica del Concepto de Función Cuadrática.
- Mico, G. (2011). *Teoría del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget*. Dr. Wilma Forest H. Ph,D.
- Palomino, M. (2004). *Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadrática*. (I. d. Universidad del Valle, Ed.)
- Revista electrónica Proyecto MSP*. (n.d.). Retrieved from <http://cie.uprrp/msp/dpf/MSP-cap2.Pdf>.
- Rivera Pavón, J. (2009). *Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional, desarrollada por estudiantes de II Bachillerato de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio"*.
- Sánchez Reyes, J. (2001). In *Geometría Dinámica El Geómetra* (pp. 49 - 52). MSC 608, 138 Ave. Winston Churchill, Puerto Rico, San Juan: Dreyfous & Associates.
- Spicer, J. (2000, October). Virtual Manipulatives: A New Tool for Hands - on Math. *ENC Focus*, 7(4),14.
- Stewart, J. L. (n.d.). In *Precálculo Matemáticas para el cálculo* (6ta ed., pp. 220 - 221 y 227).
- Vilchez Quesada, E. y. (2006). Funciones Cuadráticas una Experiencia de Desarrollo, Implementación y Evaluación. *Actualidades Investigativas en Educación*, 6(2), 1-31.



Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas (ALACIMA)

ALACiMa²

Viñas Hoz, M. N. (2004). La calculadora: Una fuente de exploraciones conceptuales. *Revista del instituto de Estudios Superiores en Educación*, 5, 28 - 41.





APENDICES

Apéndice A



Pre-Prueba/Post-Prueba

Nombre: _____

Fecha: _____

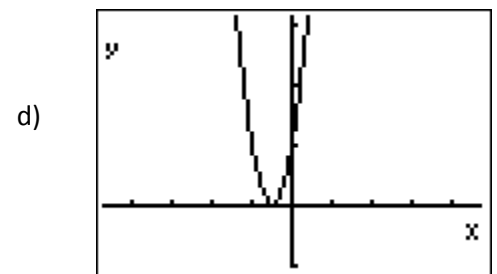
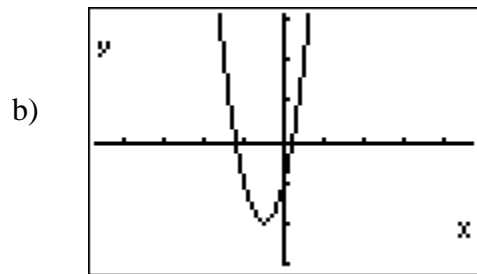
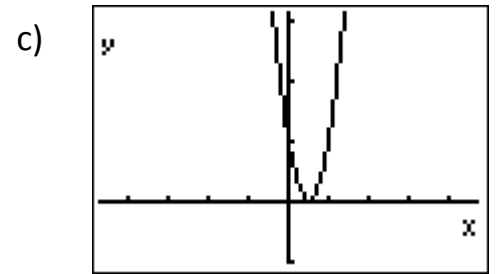
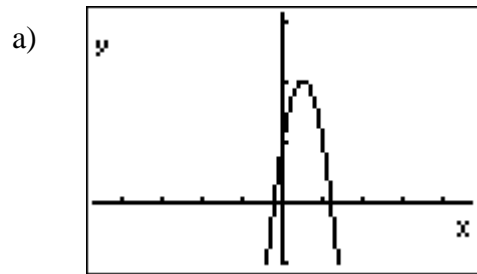
Grupo: _____

Profesor Tomás Díaz Berríos

Curso: Funciones y Modelos

Tema: Función Cuadrática

1. ¿Cuál de los siguientes modelos de gráficas de funciones cuadráticas representa la función cuadrática $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$?



2. Expresa la función $f(x) = 2x^2 - 16x + 23$, en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

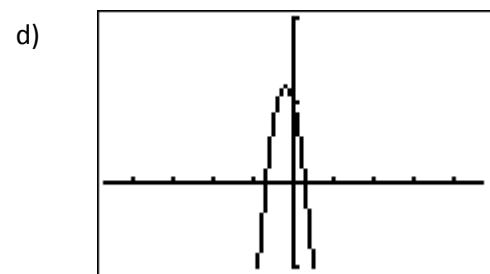
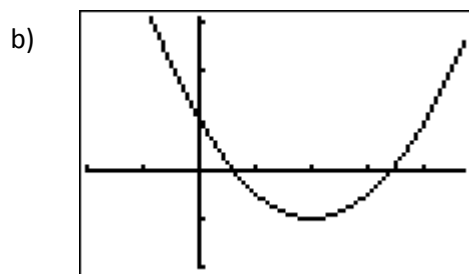
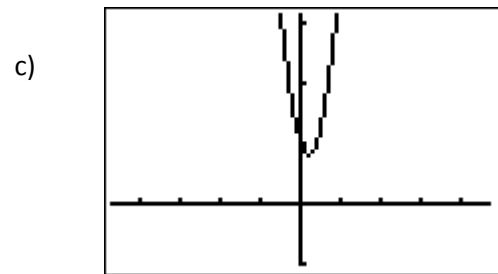
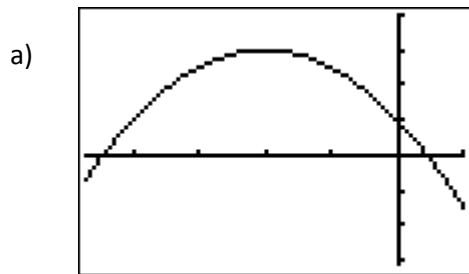
a) $f(x) = 4(x - 2)^2 - 11$

c) $f(x) = 4(x + 2)^2 + 9$

b) $f(x) = 2(x - 4)^2 - 9$

d) $f(x) = 2(x + 4)^2 + 11$

9. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$?



10. La ecuación para el eje de simetría de la función $f(x) = 2x^2 + 12x + 13$ es:

a) $X = -3$

c) $x = 2$

b) $X = 6$

d) $x = -4$

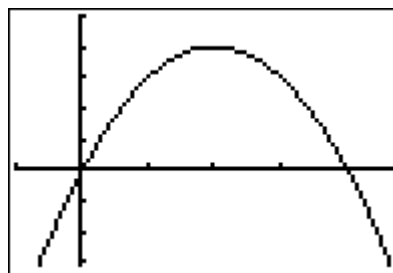
11. El par ordenado que identifica el punto máximo de la siguiente gráfica es:

a) $(-2, 4)$

b) $(2, 4)$

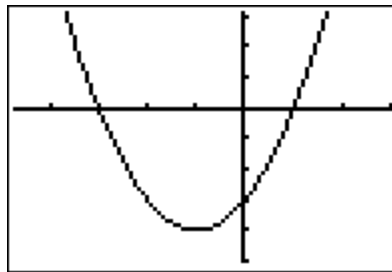
c) $(4, 4)$

d) $(0, 4)$



12. El par ordenado que identifica el punto mínimo de la siguiente gráfica es:

- a) (0,-4)
- b) (0,-3)
- c) (1,-4)
- d) (-1,-4)

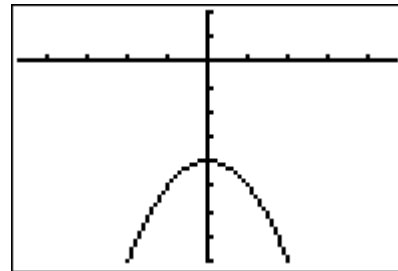


13. ¿Cuál de los siguientes modelos representan una parábola que tiene como vértice a (1,-2) y que pasa por el punto (3,-6)?

- a) $f(x) = -(x - 1)^2 - 2$
- b) $f(x) = -(x + 1)^2 - 2$
- c) $f(x) = -(x - 3)^2 - 6$
- d) $f(x) = -(x + 3)^2 - 6$

14. ¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas representa el modelo de la gráfica?

- a) $f(x) = -x^2 + x - 3$
- b) $f(x) = -x^2 + 0x - 3$
- c) $f(x) = -x^2 + x - 4$
- d) $f(x) = -x^2 + 0x - 4$



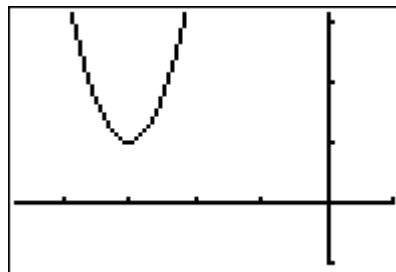
15. ¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas representa una parábola con un desplazamiento horizontal de cinco unidades hacia la derecha, un estiramiento vertical, una reflexión con respecto al eje horizontal y un desplazamiento vertical de dos unidades negativas?

- a) $f(x) = \frac{1}{2}(x - 5)^2 - 2$
- b) $f(x) = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 2$
- c) $f(x) = -2(x - 5)^2 - 2$
- d) $f(x) = 2(x + 5)^2 - 2$

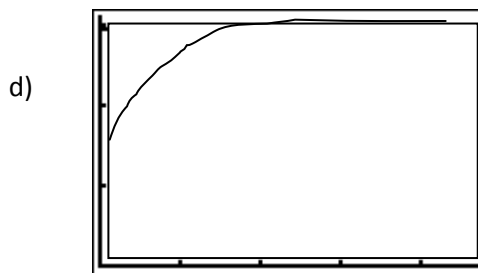
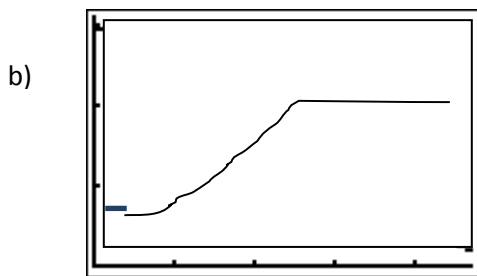
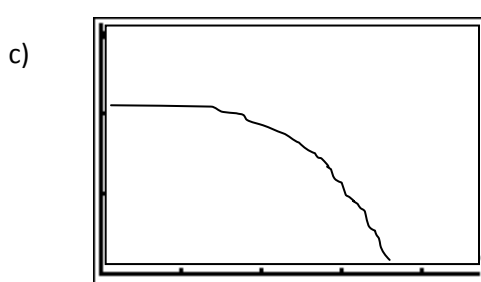
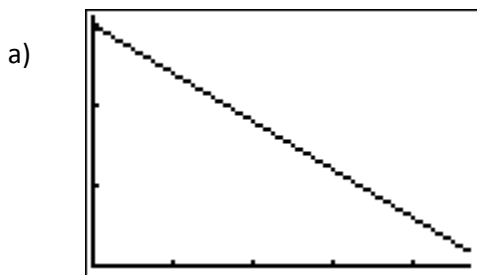


16. ¿Qué valores deben asumir los parámetros de la función cuadrática de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, para representar el modelo de la gráfica?

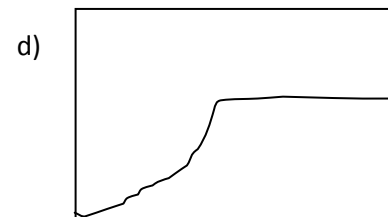
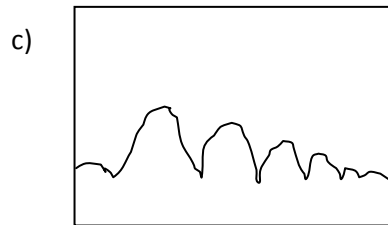
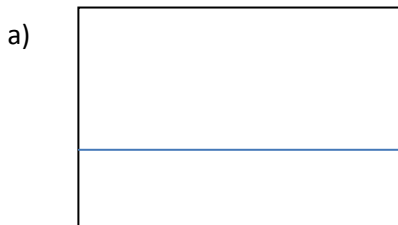
- a) $a = 1, h = 3 \text{ y } k = 1$
- b) $a = 2.8, h = 3 \text{ y } k = 1$
- c) $a = 2.8, h = -3 \text{ y } k = 1$
- d) $a = 1, h = -3 \text{ y } k = 1$



17. ¿Cuál de estas gráficas se ajusta mejor a la gráfica Distancia – Tiempo de una pelota rodando por una rampa?



18. ¿Cuál de estas gráficas representa la caída libre de una pelota?



19. ¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas se ajusta más a la caída libre de una bola?

- a) $f(x) = 4.8x^2 + 0.92x + 1.2$
- b) $f(x) = 0.5x^2 + 0.18x + 1.3$
- c) $f(x) = -4.8x^2 + 0.92x + 1.2$
- d) $f(x) = 3.4x^2 + 1.25x + 0.8$

Los animales que saltan, siguen al brincar, trayectorias parabólicas. Una rana, parada a 5 pies de un edificio, da un salto cuya trayectoria está dada por la función: $f(x) = -2\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}$

20. ¿A cuántos pies del edificio caerá la rana?

- a) 1 pies
- b) 2 pies
- c) 4 pies
- d) 6 pies

21. ¿Cuál será la altura máxima alcanzada por una rana en su brinco?

- a) 0.5 pies
- b) 1.0 pies
- c) 1.5 pies
- d) 2.0 pies

22. Un rectángulo tiene un perímetro de 20 pies. Encuentra una función que modele el área A en términos de la longitud x de uno de sus lados.

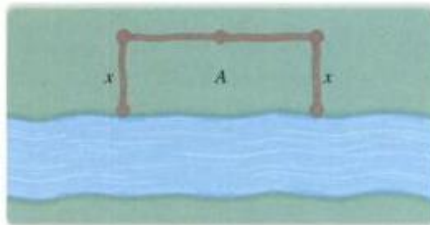
a) $A(x) = 10x - x^2 + 1$

c) $A(x) = -10x + x^2$

b) $A(x) = 10x - x^2$

d) $A(x) = 10x - x^2 - 1$

Un agricultor tiene 2,400 pies de cerca y desea cercar un campo rectangular que bordea un río recto. No necesita cercar a lo largo del río (véase la figura). ¿Cuáles son las dimensiones del campo con el área más grande que puede cercar?



23. ¿Cuáles son las dimensiones del campo?

a) $l = 720,000$ pies y $w = 600$ pies

c) $l = 1,200$ pies y $w = 600$ pies

b) $l = 600$ pies y $w = 1,200$ pies

d) $l = 600$ pies y $w = 2,400$ pies

24. ¿Cuál es el área más grande que pueda cercar?

a) 702,000 pies

c) 72,000 pies

b) 700,200 pies

d) 720,000 pies

25. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el área del campo en términos de uno de sus lados?

a) $A(x) = 2,040 - 2x^2$

c) $A(x) = 2x^2 - 2,400x$

b) $A(x) = 2x^2 - 2,040x$

d) $A(x) = 2,400x - 2x^2$

Apéndice B

HOJA DE TRABAJO # 1

Explorando las Concepciones Previas Sobre el Concepto Función Cuadrática

1. La actividad está diseñada para indagar el conocimiento que tienen los estudiantes acerca de la función cuadrática.
 - a) Se escribe en un papelote la palabra Función Cuadrática y se le pide a cada estudiante que escriban debajo de la palabra algún conocimiento que tenga acerca del concepto Función Cuadrática.

Se repite el mismo procedimiento con las palabras Función Cuadrática de Forma General y Función Cuadrática de Forma Estándar.

- b) Se escribe en un papelote una función cuadrática de forma general $f(x) = 2x^2 - 20x + 42$ para explorar con los estudiantes si tienen dominio de destrezas básicas de factorización de polinomios, completación de cuadrados, factorización de trinomios cuadrados perfectos y evaluación de expresiones algebraicas para cambiar una función cuadrática de forma general a la forma estándar.
 - c) El maestro y los estudiantes no pasarán juicio de los conocimientos escritos. El maestro estará observando las contestaciones e identificará concepciones erróneas, si las hay, para luego a través del tratamiento hacer énfasis en las mismas y corregirlas.

Apéndice B

HOJA DE TRABAJO # 1

Remediación de Deficiencias en el Conocimiento Sobre el Concepto Función Cuadrática

1. La actividad está diseñada para conceptualizar las destrezas medulares que debe dominar el estudiante sobre factorización de polinomios y evaluación de expresiones algebraicas para poder cambiar una función cuadrática de la forma general a la forma estándar.
 - a) El maestro comienza pidiéndoles a los estudiantes que den ejemplos de funciones cuadráticas. Luego pregunta ¿por qué los ejemplos mencionados son funciones cuadráticas? Luego de la discusión define los siguientes conceptos: Función Cuadrática, Función Cuadrática de Forma General y Función Cuadrática de Forma Estándar.
 - b) El maestro muestra ejemplos sobre técnicas de factorización de polinomios tales como: factorización de polinomios mediante un máximo factor común, factorización de trinomios cuadrados perfectos. En adición, se mostrarán ejemplos sobre cómo resolver ecuaciones cuadráticas mediante compleción de cuadrados.
 - i) Factorización de polinomios mediante un máximo factor común
 - 1) $-8x^2 + 4x - 44$
 - 2) $\frac{1}{2}w^2 - 4w + \frac{1}{8}$
 - ii) Factorización de trinomios cuadrados perfectos
 - 1) $p^2 - 6p + 9$
 - 2) $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{6}a + \frac{1}{16}$
 - iii) Resolución de ecuaciones cuadráticas completando el cuadrado
 - 1) $v^2 + 9v + 18 = 0$
 - 2) $\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{3}{2} = 0$
 - iv) Resolución de ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula cuadrática
 - 1) $x^2 - 11x = 18$
 - 2) $r^2 = 3r + 40$

Apéndice B

HOJA DE TRABAJO # 1

Remediación de Deficiencias en el Conocimiento Sobre el Concepto Función Cuadrática

c) El maestro muestra a los estudiantes ejemplos sobre cómo cambiar una función

cuadrática de la forma general a la forma estándar:

- i) Utilizando técnicas de completación de cuadrados y factorización de polinomios como: máximo factor común y trinomios cuadrados perfectos.

Ejemplos:

A. Cambiar las siguientes funciones cuadráticas de forma general a la forma estándar utilizando técnicas de factorización y completación de cuadrados.

1) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

2) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{12}x - \frac{3}{4}$

B. Cambiar las siguientes funciones cuadráticas de la forma general a la forma estándar evaluando expresiones algebraicas para encontrar las coordenadas del vértice de la parábola (h, k).

1) $f(x) = -3x^2 + 3x + 36$

2) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 4$

Apéndice C

HOJA DE TRABAJO # 1

Hallando Funciones Cuadráticas en la Naturaleza

Objetivo de la actividad: Hallar el modelo de la función cuadrática de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Materiales:

- Una hoja cuyas venas sean parecidas a la gráfica de una parábola.
- Lápiz de carbón 2H
- Regla
- Papel Cuadrulado
- Calculadora TI – 84 Plus



Instrucciones:

1. Se divide el grupo en cuatro pequeñas comunidades de aprendizaje.
2. Se le asignan los roles a cada grupo.
3. Cada grupo debe buscar por los alrededores de la escuela una hoja con las venas cuyas curvaturas fuesen lo más parecida a la gráfica de una parábola.
4. Luego utiliza un papel cuadrulado y construye un sistema de coordenadas rectangulares o plano cartesiano.
5. Calca las venas de la hoja en cualquiera de los cuadrantes del plano cartesiano.
6. Una vez trazadas las venas de la hoja identifica tres puntos que forman la curva (x,a), (x,b) y (x,c), uno de los puntos siendo el máximo o mínimo en la curva de la vena de la hoja.

Nota: Esta actividad fue copiada de la revista digital del Proyecto MSP en la dirección electrónica: <http://cie.uprrp/msp/dpf/MSP/-Cap.2Pdf>

Apéndice C

HOJA DE TRABAJO # 1

Hallando Funciones Cuadráticas en la Naturaleza

7. Sustituye los puntos en la ecuación $f(x) = a(x - h)^2 + k$ que es la ecuación de la forma estándar de la función cuadrática. Con esto encontrarás el modelo de la función que modelará cada vena en la hoja.
8. Convierte cada modelo de la función de la forma estándar que modelará cada vena en la hoja a la forma general de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.
9. Utiliza la calculadora gráfica TI – 84 Plus para listar las funciones con los puntos encontrados que modelarán cada vena en la hoja.
10. Traza la gráfica de todas las funciones cuadráticas que modelan las venas de las hojas en la calculadora gráfica TI – 84 Plus.

Nota: Esta actividad fue copiada de la revista digital del Proyecto MSP en la dirección electrónica: <http://cie.uprrp/msp/dpf/MSP/-Cap.2Pdf>

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 1

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

Objetivo: Estudia y analiza las transformaciones básicas de la función cuadrática de la forma general $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$ y la forma estándar $f(x) = \pm a \cdot f(x - h)^2 \pm k$, donde $a \neq 0$ e interpretar los resultados de estas transformaciones verbalmente, gráficamente y numéricamente.

Autores de esta actividad

Manipulativo virtual estudio de los parámetros de la función cuadrática de forma general

Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Abril 2005-Agosto 2007)

Para acceso al manipulativo virtual utilizando el software GEOGEBRA utiliza la siguiente dirección electrónica: http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/f2_cuadratica.html

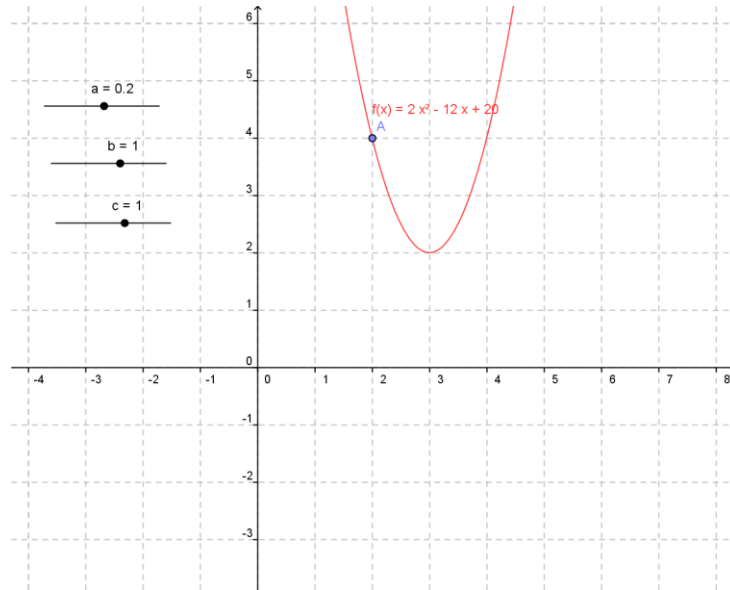
Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web *Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:*
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 1

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR



Instrucciones:

Utilizando el manipulativo virtual estudio de los parámetros de la función cuadrática de forma general y realizando cada uno de los pasos a seguir contesta las siguientes preguntas:

1. Pongan en 1 los tres deslizadores.

**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 1

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

2. Mueva el punto sobre el deslizador de a sin tocar los otros dos deslizadores; observen que ocurre con la gráfica y respondan.

a. ¿Qué sucede a medida que el valor de a crece en valor absoluto?

b. ¿Qué sucede a medida que el valor de a disminuye en valor absoluto?

c. ¿Cómo se relaciona el signo de a con la forma de la gráfica?

3. Mueva el punto sobre el deslizador de b sin tocar los otros dos deslizadores; observen y respondan:

a. ¿Qué sucede al variar el valor de b ?

Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:

<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 1

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

4. Muevan el punto sobre el deslizador de c sin tocar los otros dos; observen y respondan:

a. ¿Qué ocurre al variar el valor de c ?

Ejercicios de comprensión para la actividad:

1. Coloquen los deslizadores de forma tal que el gráfico de la función cumpla estas tres condiciones:

a. La parábola es cóncava hacia arriba.

b. Interseca al eje horizontal y vertical en 3.

c. Su eje de simetría es $(-2.27, -0.43)$

2. Coloquen los deslizadores de forma tal que el gráfico de la función cumpla estas tres condiciones:

a. La parábola es cóncava hacia abajo.

b. Interseca al eje horizontal y vertical en 4.

c. Su eje de simetría es $(1.67, 7.39)$.

***Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>***

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 2

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

Extensión de la actividad: (Las siguientes preguntas se encuentran bajo el manipulativo virtual) Creado

con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Abril 2005-Agosto 2007)

A. Desliza el punto azul sobre la gráfica y observa sus coordenadas:

- ¿Qué relación hay entre ellas y la fórmula que aparece en rojo junto a la parábola?

Utiliza los deslizadores para modificar los valores de los parámetros a , b y c y observa los cambios. ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian todas las gráficas de $f(x)=a.x^2+b.x+c$?

- ¿De qué manera influye el valor de c en la gráfica de la función?
- ¿Y el signo de a ?

B. Juega buscando la función morada: cambia el valor de los parámetros a , b y c hasta que las dos gráficas coincidan.

***Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>***

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 3

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

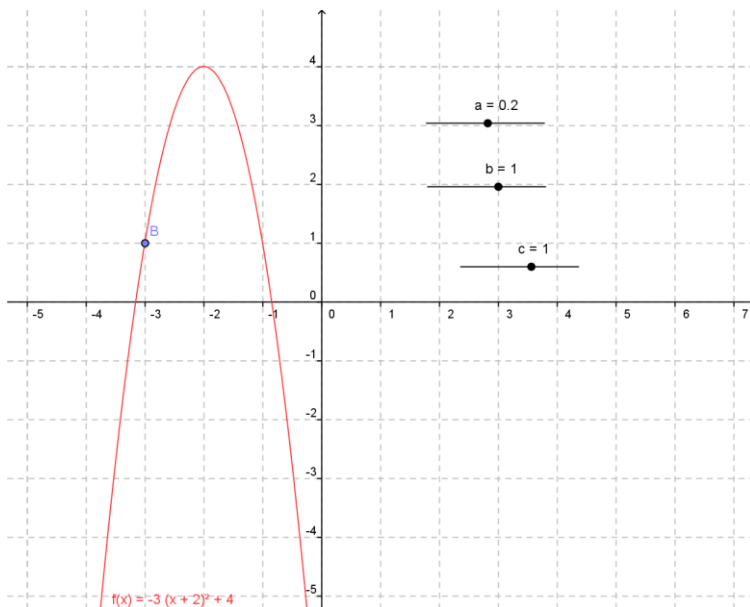
ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

Manipulativo virtual estudio de los parámetros de la función cuadrática de forma estándar

Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Abril 2005-Agosto 2007)

Para acceso al manipulativo virtual utilizando el software GEOGEBRA utiliza la siguiente dirección electrónica:

http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/f2b_cuadratica2.html



**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**



Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 3

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

Instrucciones:

Utilizando el manipulativo virtual estudio de los parámetros de la función cuadrática de forma estándar y realizando cada uno de los pasos a seguir contesta las siguientes preguntas:

1. Pongan en 1 los tres deslizadores.
2. Mueva el punto sobre el deslizador de a sin tocar los otros dos deslizadores; observen que ocurre con la gráfica y respondan.

a. ¿Qué sucede a medida que el valor de a crece en valor absoluto?

b. ¿Cómo se relaciona el signo de a con la forma de la gráfica?

**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**



Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 3

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

3. Mueva el punto sobre el deslizador de b sin tocar los otros dos deslizadores; observen y respondan:

a. ¿Qué sucede al variar el valor de b ?

4. Muevan el punto sobre el deslizador de c sin tocar los otros dos; observen y respondan:

a. ¿Qué ocurre al variar el valor de c ?

b. ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de la parábola?

c. ¿Cómo se relacionan las coordenadas del vértice de la parábola con los parámetros a , b y c .

**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 3

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

- d. ¿Qué nombre recibe la forma en que está escrita la fórmula de la función?

Ejercicios de comprensión para la actividad:

1. Coloquen los deslizadores de manera que el gráfico de la función cumpla estas dos condiciones:
 - a. Su vértice es el punto $(-3, 4)$
 - b. Corta el eje de las ordenadas en 13.

2. Coloquen los deslizadores de manera que el gráfico de la función cumpla estas dos condiciones:
 - a. Su coeficiente principal es $-\frac{1}{2}$
 - b. Su vértice es el punto $(2, 5)$
 - c. Corta el eje de las ordenadas en 3.

**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 4

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

Extensión de la actividad: (Las siguientes preguntas se encuentran bajo el manipulativo virtual) Creado

con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Abril 2005-Agosto 2007)

A. Desliza el punto azul sobre la gráfica y observa sus coordenadas:

- ¿Qué relación hay entre ellas y la fórmula que aparece en rojo junto a la parábola?

Utiliza los deslizadores para modificar los valores de los parámetros a , b y c y observa los cambios.

- ¿Qué tienen en común y en qué se diferencian todas las gráficas de $f(x)=a.(x-b)^2+c$?

**Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:
<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>**

Apéndice D

HOJA DE TRABAJO # 4

MANIPULATIVO VIRTUAL GEOGEBRA

ESTUDIO DE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA DE FORMA GENERAL Y FORMA ESTÁNDAR

- ¿De qué manera influye el signo de a en la gráfica? ¿Y su valor absoluto?

- ¿Qué relación hay entre los valores de a , b y c y las coordenadas del vértice de la parábola?

- ¿Cuál es la ecuación del eje de la parábola?

- Visualiza una parábola de vértice $(5, -2)$ que corte al eje de ordenadas en $(0, 3)$

- B. Juega buscando la función morada: cambia el valor de los parámetros a , b y c hasta que las dos gráficas coincidan.

Nota: Esta actividad fue creada por Laura Spivak y Pablo J. Kaczor. Fue copiada de la página de web Secuencias Didácticas en la siguiente dirección:

<http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521>

Apéndice E

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

Nombre: _____

Instrucciones: Conteste las preguntas.

I. Exploración de datos:

Preguntas para la actividad:

1. ¿Qué forma tiene la gráfica de la caída libre de un objeto?

2. ¿Qué propiedad física se representa en el eje x?

¿En qué unidades?

3. ¿Qué propiedad física se representa en el eje de y?

¿En qué unidades?

4. ¿Qué tipo de función representa esta gráfica?

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice E

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

5. La posición de un objeto al momento de estar sujeto a una caída libre:
- a. Cambia de manera constante en el tiempo.
 - b. No cambia permanece constante en el tiempo.
 - c. Ninguna de las anteriores.
 - d. Varía de forma desigual en el tiempo.
6. ¿Por qué crees que la gráfica tenga forma de media parábola cóncava hacia arriba con vértice fuera del origen?

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument





Apéndice E

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

Instrucciones: Conteste las preguntas.

I. ***Recopilación de datos:***

Razonamiento Inductivo

Preguntas para la actividad:

Examine lo que ocurre para diferentes caídas libres de objetos con diferentes posición y tiempo.

1. Realice una nueva medición de caída libre de un objeto pero ajusta tu experimento para que tengas una gráfica que muestre de forma más evidente la relación entre la posición y el tiempo.

Sugerencia: Ajusta el intervalo entre toma de datos y el tiempo de duración del experimento. También mantén el sensor siempre a la mira del objeto.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice E

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

2. Haga un bosquejo de la gráfica real. Etiquete el eje. Etiquete la gráfica en los puntos en que se suelta la pelota u objeto en distintas posiciones y el tiempo en que alcanza la superficie del suelo.

Distancia del objeto a la superficie se suelo

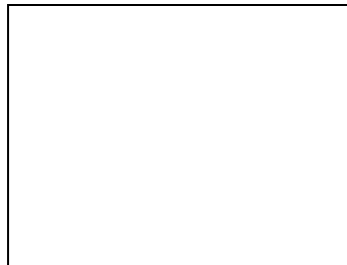
Distancia del objeto a la superficie se suelo

Distancia del objeto a la superficie se suelo

Tiempo en que alcanza la superficie del suelo

Tiempo en que alcanza la superficie del suelo

Tiempo en que alcanza la superficie del suelo



3. Ahora inserta una línea móvil a tu conjunto de datos. Para ello presiona menú/insertar recta móvil. Analiza el cambio de la pendiente de la recta móvil.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice E

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

4. Analiza la relación que existe entre la posición y la distancia y una ecuación cuadrática a través de la herramienta matemática de regresión.

5. Escribe la ecuación de regresión que encontraste.

6. En grupo discutan los valores de a, b y c para la ecuación de regresión que han encontrado.

Preguntas adicionales para la actividad:

7. ¿Qué sucede con la velocidad para la caída de un objeto libre en la gráfica distancia contra tiempo?

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice E

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

8. El valor de la velocidad del cuerpo al momento de ir cayendo:
 - a. Aumenta de manera gradual.
 - b. Permanece sin variación.
 - c. Disminuye de forma gradual.
 - d. No hay velocidad lo que cambia es la distancia.

9. ¿Qué podemos decir del valor del coeficiente “a” en la ecuación de regresión?
 - a. Son distintos porque los objetos son distintos.
 - b. Son iguales porque todos los objetos caen.
 - c. Son distintos porque los experimentos varían en la posición inicial del objeto.
 - d. Ninguna de las anteriores.

10. ¿Qué podemos decir del valor del coeficiente “b” en la ecuación de regresión?
 - a. Son distintos porque los objetos son distintos.
 - b. Son muy parecidos porque todos los objetos se dejaron caer, no se arrojaron.
 - c. Son distintos porque los experimentos varían en la velocidad inicial del objeto.
 - d. Ninguna de las anteriores.

11. ¿Qué podemos decir del valor del coeficiente de “c” en la ecuación de regresión?
 - a. Son distintos porque los objetos son distintos.
 - b. Son muy parecidos porque todos los objetos se dejaron caer, no se arrojaron.
 - c. Son muy parecidos porque la velocidad de todos los objetos cambia con la misma proporción.
 - d. Ninguna de las anteriores.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice E

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

12. ¿Crees que esta ecuación pueda ser utilizada para otras situaciones que no sean de caída libre?

13. Cambiará la forma de la gráfica si lanzas el objeto en vez de dejarlo caer?

14. Envía los valores de “a”, “b” y “c” de tu experimento con el anotador de tu grupo para que sean listados en la pizarra en un espacio que identifique al equipo.

15. Analicen los valores de “a”, “b” y “c” de los distintos equipos para buscar regularidades.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice E

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

Nombre: _____

Razonamiento Inductivo

II. Otras exploraciones:

Razonamiento Inductivo

Preguntas para la actividad:

1. Realiza una predicción o conjetura matemática acerca de donde se localizará el objeto cuando han transcurrido 0.3 segundos.

Conjetura donde se localizará el objeto cuando han transcurrido 0.3 segundos.

2. Dibuja la gráfica que corresponde a la localización del objeto cuando han transcurrido 0.3 segundos. (Llámela predicción)



Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice E

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar la caída libre de un objeto

3. Realiza nuevamente el experimento de caída libre de un objeto hasta que tengas una buena serie de datos.
4. Determina la ecuación de regresión cuadrática que ajusta a los datos. Utiliza del menú/regresión/cuadrática.
5. Utiliza tu ecuación de regresión que encontraste para concluir si la predicción o conjetura matemática que formulaste en la pregunta 1 es cierta o falsa.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice F

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

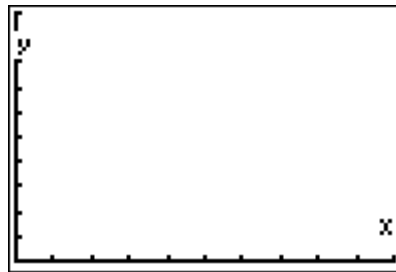
Nombre: _____

Instrucciones: Conteste las preguntas.

J. Exploración de datos:

Preguntas para la actividad:

1. Traza el modelo de la función cuadrática $f(x) = x^2$ para un dominio restringido de $[0, \infty)$ en un sistema de coordenadas rectangulares sin usar la calculadora TI – 84 Plus.



2. Traza el mismo modelo de función $f(x) = x^2$ para un dominio restringido de $[0, \infty)$, haciendo uso de la calculadora TI -84 plus y que establezcan comparaciones con los modelos de funciones: $f(x) = ax^2$, donde $a \neq 0$.

Ejemplos:

- a) $f(x) = 4x^2$, donde $a > 1$ y dominio $[0, \infty)$.
- b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, donde $0 < a < 1$ y dominio $[0, \infty)$.

Apéndice F

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

3. Explorar con los estudiantes las características básicas de la gráfica de la función $f(x) = ax^2$, donde $a \neq 0$ modelada en la calculadora gráfica TI – 84 Plus que se realizó en el paso anterior mediante las siguientes preguntas :

¿Cuál es su dominio?

¿Cuál es su campo de valores?

¿Cuál es la concavidad de la parábola?

¿Cuáles son las intersecciones con los ejes?

¿Cuál es el vértice de la parábola?

¿El vértice de la parábola es un máximo o un mínimo?

¿En qué intervalo $f(x)$ es creciente?

¿Qué valores debe asumir el coeficiente principal de la parábola para que el modelo parabólico se estire en el eje vertical?

¿Qué valores debe asumir el coeficiente principal de la parábola para que el modelo parabólico se comprima en el eje vertical?

4. Evaluar la función $f(x) = ax^2$ haciendo uso de la calculadora TI – 84 Plus:

¿Cuál es la imagen de la función $f(x) = 4x^2$, si $x = 4$?

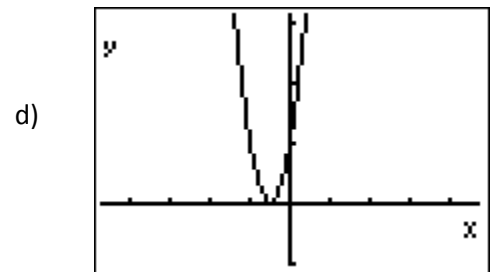
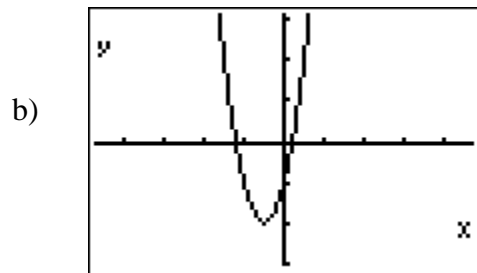
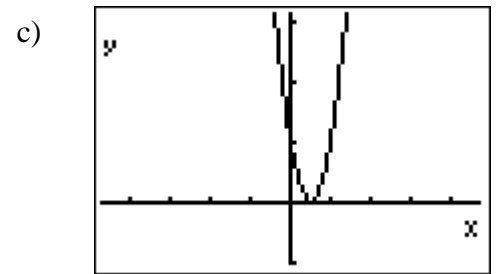
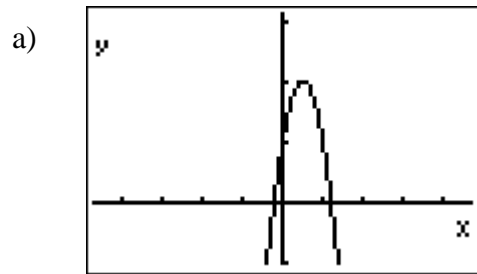
¿Cuál es la imagen de la función $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, si $x = \frac{2}{5}$?

Apéndice F

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

5. ¿Cuál de los siguientes modelos de gráficas de funciones cuadráticas representa la función cuadrática $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$?



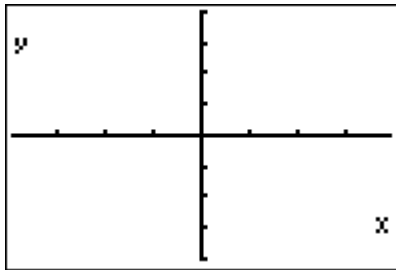
Explica paso a paso oralmente la secuencia y el análisis que llevaste a cabo para seleccionar correctamente el modelo de función cuadrática representada por la función $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$.

Apéndice F

Hoja de Trabajo 1

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

6. Haciendo uso de las técnicas de traslación de una función traza el modelo de la gráfica de la función cuadrática $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.



Explica paso a paso oralmente la secuencia y el análisis que llevaste a cabo para trazar correctamente el modelo de función cuadrática representada por la función $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

Apéndice F

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

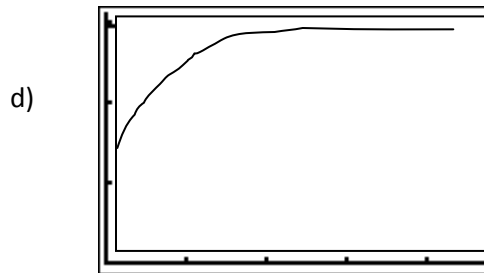
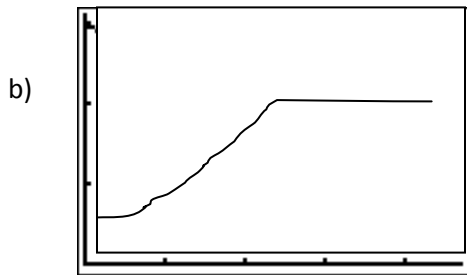
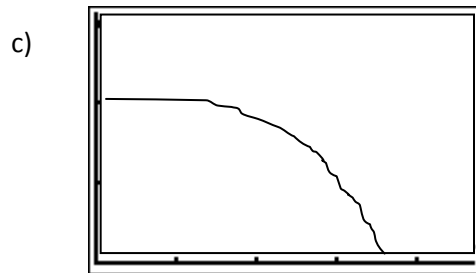
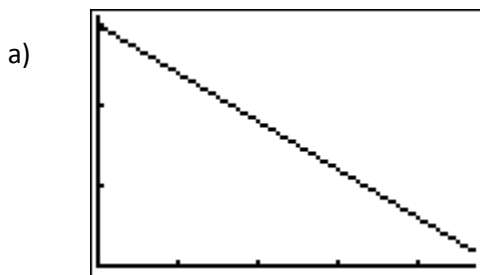
Nombre: _____

Instrucciones: Conteste las preguntas.

A. Recopilación de datos:

Preguntas para la actividad:

6 ¿Cuál de estas gráficas se ajusta mejor a la gráfica de Distancia – Tiempo de una pelota rodando por una rampa?



Explica y justifica la gráfica seleccionada.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice F

Hoja de Trabajo 2

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

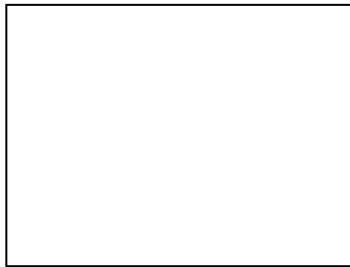
7 ¿Qué propiedad física se representa en el eje x?

¿En qué unidades?

¿Qué propiedad física se representa en el eje de y?

¿En qué unidades?

8 Haga un bosquejo de la gráfica real. Etiquete el eje. Etiquete la gráfica en los puntos en que se suelta la pelota y en que alcanza el final de la rampa.



9 ¿Qué tipo de función representa esta gráfica?

10 Discuta las diferencias de concepto que hay entre la gráfica seleccionada en la pregunta 1 y la curva dibujada en la pregunta 3.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice F

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

Razonamiento Inductivo

II. Otras exploraciones:

Preguntas para la actividad:

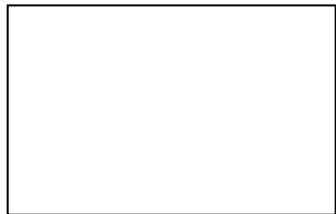
1. Redacta una predicción o conjetura matemática de lo que ocurrirá si aumenta la inclinación de la rampa.

a) Conjetura cuando la rampa aumente su inclinación a 30° .

b) Conjetura cuando la rampa aumente su inclinación a 45° .

c) Conjetura cuando la rampa aumente su inclinación a 60° .

Dibuja la gráfica que corresponde a una mayor inclinación (llámela predicción).



Gráfica de inclinación de la rampa a 30° .



Gráfica de inclinación de la rampa a 45° .



Gráfica de inclinación de la rampa a 60° .

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



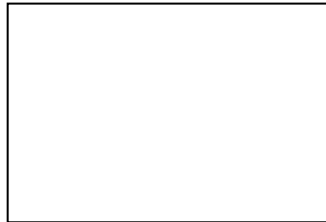
Apéndice F

Hoja de Trabajo 2

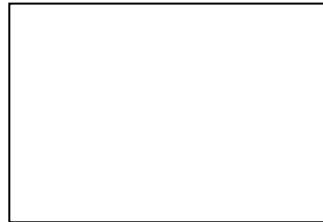
Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

2. Dibuje y etiquete las gráficas para 0° y 90° .



Gráfica de inclinación
de la rampa a 0° .



Gráfica de inclinación
de la rampa a 90° .

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice F

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

Instrucciones: Conteste las preguntas.

III. Otras exploraciones más avanzadas:

Descripción para realizar otras exploraciones avanzadas.

Ajuste los valores de tiempo de manera que $x = 0$ para la altura inicial (el tiempo en que se suelta la pelota). Puede hacerlo manualmente restando el valor de x para el primer punto a todos los puntos de la gráfica, o puede introducir $L1(1) \rightarrow A:L1 - A \rightarrow L1$.

Preguntas para la actividad:

1. Calcule los valores de a , b y c para la familia de curvas de la forma $y = ax^2 + bx + c$ en 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 90° .

Regresión Cuadrática para 0°

$$y = ax + b$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 0° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax + b$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice F

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

Regresión Cuadrática para 15°

$$y = ax^2 + bx + c$$

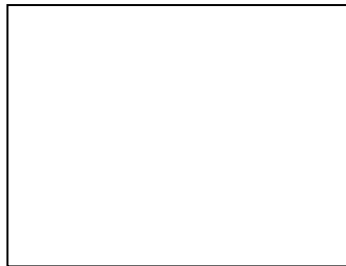
$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 15° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

Regresión Cuadrática para 30°

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 30° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument

Apéndice F

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

Regresión Cuadrática para 45°

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 45° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

Regresión Cuadrática para 60°

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 60° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice F

Hoja de Trabajo 3

Actividad: Estudiar el movimiento de una pelota

Nombre: _____

Regresión Cuadrática para 90°

$$y = ax^2 + bx + c$$

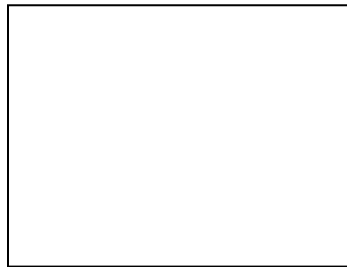
a = _____

b = _____

c = _____

R² = _____

Dibuja la gráfica real y la gráfica de regresión (Etiquete los Ejes)



Determinar los valores numéricos de los parámetros para 90° para que la gráfica se ajuste a la real.

$$y = ax^2 + bx + c$$

a = _____

b = _____

c = _____

12 ¿Cuáles son los valores mínimos y máximos para **a**? ¿Por qué?

13 Escriba una expresión que describa la relación matemática ente **a** y el ángulo de inclinación.

Note: Copyright TI, (1997) Texas Instrument



Apéndice G

Hoja de Trabajo 1

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

Objetivo de la actividad: Presentar ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional sugerida por la mayoría de los textos de Precálculo.

Instrucciones: Utilice las siguientes normas para modelar con funciones.

Normas para modelar con funciones

1. **Expresa el modelo en palabras.** Identifique la cantidad que quiere modelar y exprésala, en palabras, como una función de otras cantidades en el problema.
2. **Elija la variable.** Identifique las variables empleadas para expresar la función en el paso 1. Asigne un símbolo, como x , a una variable y exprese las otras variables en términos de este símbolo.
3. **Establezca el modelo.** Exprese la función en el lenguaje del álgebra al escribirla como una función de la única variable elegida en el paso 2.
4. **Use el modelo.** Emplee la función para contestar las preguntas planteadas en el problema. (Para hallar un máximo o un mínimo, use los métodos algebraico o gráfico.)

Ejercicios de aplicaciones para poner en práctica las normas para modelar funciones

1. La longitud de un lote de edificación rectangular es tres veces su ancho. Encuentre una función que modele su área en términos de su ancho w .

Apéndice G

Hoja de Trabajo 1

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

- Un rectángulo tiene un perímetro de 20 pies. Encuentre una función que modele el área A en términos de la longitud x de uno de sus lados.

Actividad # 1

Se toma una hoja de papel cuadriculado en el cual se define las dimensiones horizontal y vertical del triángulo rectángulo ABC y se suscriben varios rectángulos dentro del triángulo.



Apéndice G

Hoja de Trabajo 1

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

Contesta las siguientes preguntas durante la actividad:

1. ¿Cuál es la variable independiente?

2. ¿Cuál es la variable dependiente?

3. Construye una tabla de datos, donde las variables son dimensión horizontal paralela al lado BC del triángulo y se calcula el área de cada rectángulo inscrito.

Dimensión Horizontal x cm	Dimensión Vertical y cm	Área = $xy \text{ cm}^2$



Apéndice G

Hoja de Trabajo 1

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

4. ¿Cómo se establecen las relaciones internas entre las medidas del rectángulo inscrito y las del triángulo rectángulo?

5. ¿Con los datos obtenidos en la tabla anterior, podría modelarse el problema? Explique.

6. De acuerdo a los datos obtenidos en la tabla anterior y utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado.

7. ¿Existen para este evento específico valores no permitidos de la variable x ?





Apéndice G

Hoja de Trabajo 1

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

8. ¿Según la información presentada en experimento, qué se puede decir del dominio y el alcance de la función con la que se modela este evento?

9. Describe la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.

10. Con la gráfica obtenida en GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más alto de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente x para este valor de y en particular, ¿se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?



Apéndice G

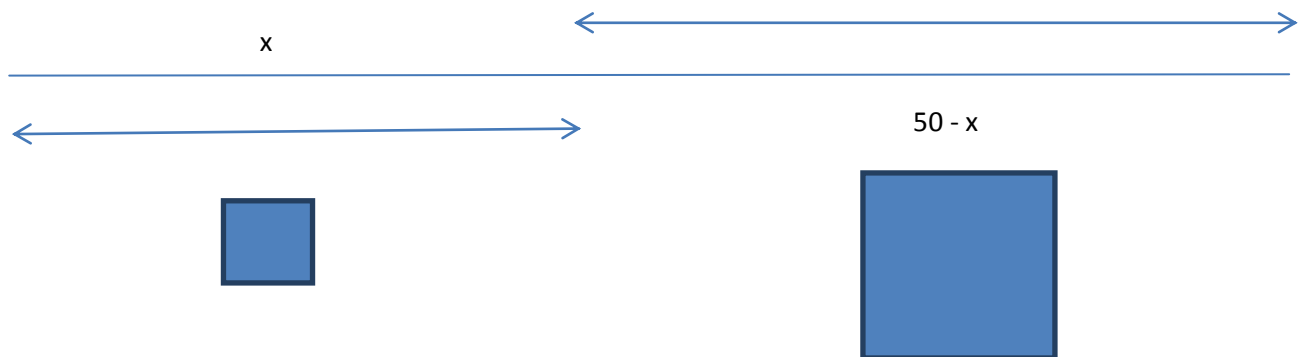
Hoja de Trabajo 2

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

Actividad # 2

Tome una longitud determinada de alambre por ejemplo 50 cm de largo y córtelo en dos trozos, uno de longitud x y el otro de $50 - x$, como se muestra en la figura, doble cada trozo en forma de cuadrado. Calcule el área de cada cuadrado obtenido y además la suma de las dos áreas. Haga este procedimiento para varios valores de x .



Contesta las siguientes preguntas durante la actividad:

1. ¿Cuál es la variable independiente?

2. ¿Cuál es la variable dependiente?

Nota: Esta actividad fue creada utilizando ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de Precálculo. Este ejercicio fue tomado de libro de texto de Precálculo de James Stewart. Sexta Edición. P.221

Apéndice G

Hoja de Trabajo 2**MODELANDO CON FUNCIONES**

Nombre: _____

3. Construye una tabla de datos, donde las variables son lados del cuadrado y áreas de los dos cuadrados.

Datos del primer cuadrado

Dimensión Horizontal X cm	Dimensión Vertical X cm	Área= x^2 cm^2

Datos del segundo cuadrado

Dimensión Horizontal X cm	Dimensión Vertical X cm	Área= x^2 cm^2

4. ¿Con los datos obtenidos en la pregunta 3, podría modelarse el problema? Explique

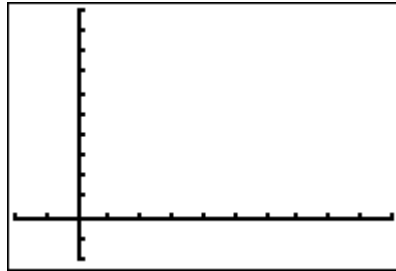
Nota: Esta actividad fue creada utilizando ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de Precálculo. Este ejercicio fue tomado de libro de texto de Precálculo de James Stewart. Sexta Edición. P.221

Apéndice G

Hoja de Trabajo 2

MODELANDO CON FUNCIONES

5. De acuerdo a los datos obtenidos en la pregunta c, utilizando el graficador GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado. ¿Cuál sería el caso?



6. Existen para este evento específico valores no permitidos de la variable x ?

7. ¿Según la respuesta anterior, que se puede decir del dominio y el alcance de este evento modelado?

8. Describe la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos, características y con qué tipo de funciones podría definirse.

Nota: Esta actividad fue creada utilizando ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de Pre cálculo. Este ejercicio fue tomado de libro de texto de Precálculo de James Stewart. Sexta Edición. P.221

Apéndice G

Hoja de Trabajo 2

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

9. Con la gráfica obtenida en GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más bajo de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular. ¿Se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?

10. ¿Se podría hablar de varios eventos especiales en este caso, máximos y mínimos de una función?

Nota: Esta actividad fue creada utilizando ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de Pre cálculo. Este ejercicio fue tomado de libro de texto de Pre cálculo de James Stewart. Sexta Edición. P.221

Apéndice G

Hoja de Trabajo 3

MODELANDO CON FUNCIONES

Nombre: _____

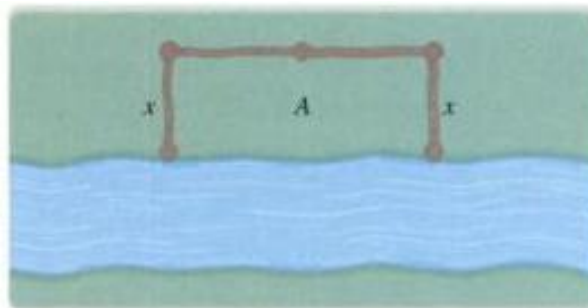
Actividad # 3

Instrucciones: Resuelve el siguiente ejercicio de aplicación utilizando las normas para modelar con funciones y conteste las preguntas.

Cercado de un campo

Un agricultor tiene 2,400 pies de cerca y desea cercar un campo rectangular que bordea un río recto. No necesita cercar a lo largo del río (véase la figura). ¿Cuáles son las dimensiones del campo con el área más grande que puede cercar?

- Experimente con el problema dibujando varios diagramas que ilustran la situación. Calcule el área de cada configuración, y use sus resultados para calcular las dimensiones del campo más grande posible.
- Encuentre una función que modele el área del campo en términos de uno de sus lados.
- Use su modelo para resolver el problema, y compare con su respuesta al inciso a).



Nota: Esta actividad fue creada utilizando ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/o sugerida por la mayoría de los textos de Pre cálculo. Este ejercicio fue tomado de libro de texto de Pre cálculo de James Stewart. Sexta Edición. P.220

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1**Actividad****MODELANDO CON FUNCIONES****UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA****ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO**

Nombre: _____

Objetivo de la actividad: Aprender como hallar modelos que se pueden construir con propiedades geométricas o algebraicas del objeto bajo estudio y explorar gráficamente la relación entre el área (A) y uno de los lados del polígono por medio del razonamiento inductivo utilizando como herramienta pedagógica el programa computarizado El Geómetra.

Situación: Si queremos poner una verja alrededor de un solar, generalmente hallamos las dimensiones y determinamos cuánta verja se necesita. Imagínate que el proceso fuera el opuesto, es decir, empezamos con una cantidad de verja y queremos encerrar el solar rectangular con el área más grande posible. ¿Cómo sería el rectángulo? En otras palabras, ¿qué tipo de rectángulo tiene el área máxima para un perímetro dado? Vamos a descubrir una manera de resolver este problema en esta actividad. Si ya tienes una respuesta, esta actividad te ayudará a confirmarla.

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1**Actividad****MODELANDO CON FUNCIONES****UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA****ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO****Ejercicio de Aplicación:**

1. La Sra. Vélez tiene 24 metros de “cyclone fence” para cercar una jaula para su perro. Si la jaula tiene forma rectangular, ¿cuál sería el área mayor que puede cercar? Completa la siguiente tabla, donde **I** es el largo, **a** es el ancho, **P** el perímetro y **A** es el área:

Largo (I)	Ancho (a)	Prerímetro (P)	Área (A)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Nota: Observa que en todos los casos $I + a = 12$, que es la mitad del perímetro.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) Pp.49-52

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

- a. ¿En qué caso ocurre el área mayor?

- b. ¿Qué forma tiene el rectángulo cuando el área es máxima?

2. Para poder resolver el problema, en forma general, es necesario construir un rectángulo que tenga el perímetro fijo y cuya área pueda cambiar.

- a. Construye el \overline{AB} y el punto C en ese segmento. Construye el \overline{AC} .

- b. Construye rectas perpendiculares al \overline{AB} pasando por A y C.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

- c. Construye el círculo con el centro en C y pasando por B.
- d. Construye el punto D, donde el círculo interseca a una de las perpendiculares.
- e. Construye la recta que pasa por D paralela al \overline{AB}
- f. Construye el punto E y oculta las rectas. Completa el rectángulo ACDE.
- g. Construye el polígono interior ACDE. Mide el área y perímetro del polígono.

Halla AC y EA.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52

Apéndice H

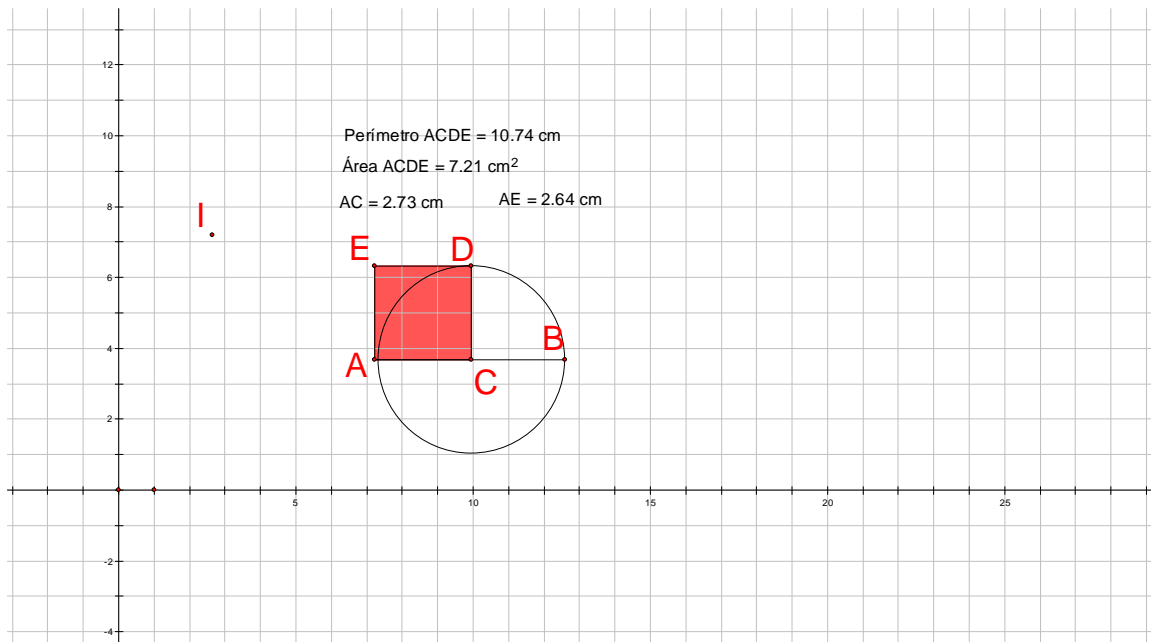
Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO



3. Arrastra el punto C, hacia adelante y hacia atrás.
 - a. Describe lo que ocurre con el rectángulo.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52



Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

- b. ¿Cómo se afecta el área y el perímetro del rectángulo?

- c. Halla AB. ¿Qué relación hay entre AB y el perímetro del rectángulo? Explica.

- d. ¿Por qué e perímetro del rectángulo se mantiene constante?

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52



Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

- e. ¿Qué parte de la construcción del paso # 2, hace que el perímetro sea constante?

- f. ¿Cuándo el rectángulo tiene el área mayor? ¿Qué forma tiene? ¿Cuánto mide el largo y el ancho?

4. En el paso # 1, obtuvimos que $I + a = 12$ y que $I = 12 - a$. Sabemos que $A = lw$ y queremos maximizar e área (A). Por lo tanto, $A = lw = (12 - a)a = 12a - a^2$.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

5. Podemos explorar gráficamente la relación entre el área (A) y uno de los lados (a). Selecciona la medida EA y el área de $CDEA$, en ese orden. Escoge graficar como (x, y) del menú *Graficar*.

Debes obtener los ejes de coordenadas y un punto I , según se indica en la figura.

- a. ¿Qué representa el eje de x ?

- b. ¿Qué representa el eje de y ?

- c. Si arrastras el punto C , ¿qué pasa con el punto I ?

Nota: Observa que al arrastrar el punto C , el punto I se mueve en una trayectoria (gráfica) que no es visible.

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades *Geometría Dinámica* (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

6. Podemos trazar la gráfica de todas las posibles áreas para este rectángulo y hacerla visible.
- a. Selecciona los puntos **I** y **C**, en ese orden, y escoge *Lugar Geométrico* del menú *Construir*.

1) ¿Qué tipo de gráfica se forma?

2) ¿Cuál es el punto máximo? ¿Qué representa?

3) ¿Cómo se ve e rectángulo en ese punto?

4) ¿Qué pasa cuando das un clic en la pantalla?

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52

Apéndice H

Hoja de Trabajo 1

Actividad

MODELANDO CON FUNCIONES

UTILIZANDO EL PROGRAMA COMPUTARIZADO EL GEOMETRA

ÁREA MÁXIMA DE UN RECTÁNGULO

7. ¿Cuál sería la ecuación de la gráfica que se forma?

Usa $AC=x$ y $AB=\frac{1}{2}p$, donde p es el perímetro.

Nota: Observa que $A = la = (AC)(DC)$, donde $DC = BC$ y $AC + BC = \frac{1}{2}p$

Nota: Esta actividad fue creada por el Dr. Juan J. Sánchez Reyes. La misma está publicada en el manual de actividades Geometría Dinámica (Sánchez Reyes J., 2001) P.49-52



Apéndice I

Universidad de Puerto Rico

Recinto de Río Piedras

Proyecto ALACiMa

Programa de Certificación Maestros Máster de Matemáticas

20 de noviembre de 2012

Padre, madre o encargado estudiante de Undécimo Grado

Profesor Tomás Díaz Berríos

Maestro Master de Matemáticas

Investigación Acción

Saludos cordiales.

Estaré realizando, junto a los/las estudiantes de Undécimo Grado, la Investigación Acción: **El uso de manipulativos y la integración de la tecnología en la comprensión de la función cuadrática en estudiantes de nivel superior.** Esta estrategia nos permitirá mejorar el aprendizaje de los estudiantes a la vez que el estudiante tiene la oportunidad de ser parte de una investigación y evaluar alternativas para poder comprender mejor el comportamiento de los parámetros de una función cuadrática. Como parte de la investigación acción, su hijo/a tendrá que contestar una Pre-Prueba, Post-Prueba, hoja de reflexión diaria y evaluación y hoja de ensayo. Los datos que se recopilen son confidenciales y se utilizará solo





para el propósito indicado. De tener alguna duda puede comunicarse con migo al número de teléfono: (787) 867 – 2630.

Favor devolver el volante adjunto con su hijo/a. Gracias por su atención.





Universidad de Puerto Rico

Recinto de Río Piedras

Proyecto ALACiMa

Programa de Certificación Maestros Máster de Matemáticas

(___Autorizo ___No autorizo) a mi hijo a participar en la investigación acción: **El uso de manipulativos y la integración de la tecnología en la comprensión de la función cuadrática en estudiantes de nivel superior.**

Firma padre, madre o encargado

Firma del estudiante





MASTER MATH TEACHERS CERTIFICATION PROGRAM

RELEVO DE RESPONSABILIDAD POR FOTOS, Y/O VÍDEO

Apéndice J

Yo _____, padre, madre o encargado legal de _____, autorizo al Proyecto Master Math Teacher Certification Program, a la Universidad de Puerto Rico en Río Piedras y al Departamento de Educación, a utilizar alguna fotografía y/o vídeo en la cual aparezca yo o mi hijo/a para páginas electrónicas, periódicos, opúsculos o cualquier documento de diseminación o investigación del Proyecto, sin tener que antes notificármelo.

Libero de toda responsabilidad de tener que inspeccionar o aprobar cualquier fotografía o segmento de vídeo que se vaya a utilizar para fines educativos en estos momentos o en el futuro, con o sin mi consentimiento, y libero al proyecto mencionado, a la Universidad de Puerto Rico en Río Piedras y al Departamento de Educación de toda responsabilidad de tener que brindar algún tipo de compensación por el uso de alguna fotografía o segmento de vídeo en el cual aparezca yo o mi hijo/a.

Yo estoy de acuerdo en liberar a los antes mencionados, por vía electrónica u otro medio , de cualquier reclamo, daño o demanda que ocurra por el uso de las fotos y/o vídeo, incluyendo pero, no limitando a ningún re-uso, distorsión, mancha, alteración, ilusión óptica o uso en forma compuesta, tanto intencional, como de otra forma, que pueda ocurrir o se produzca en la terminación de un producto.

Certifico que he leído completamente este relevo de responsabilidad antes de firmarlo y entiendo totalmente su contenido y significado que éste contiene. Entiendo que estoy libre de hacer preguntas específicas en cuanto a este relevo, sometiéndolas por escrito antes de firmar, y estoy de acuerdo que de dejar de hacerlo será interpretado como liberación y aceptación en conocimiento de los términos de este relevo.

Nombre:

Fecha:

Dirección:

Firma:

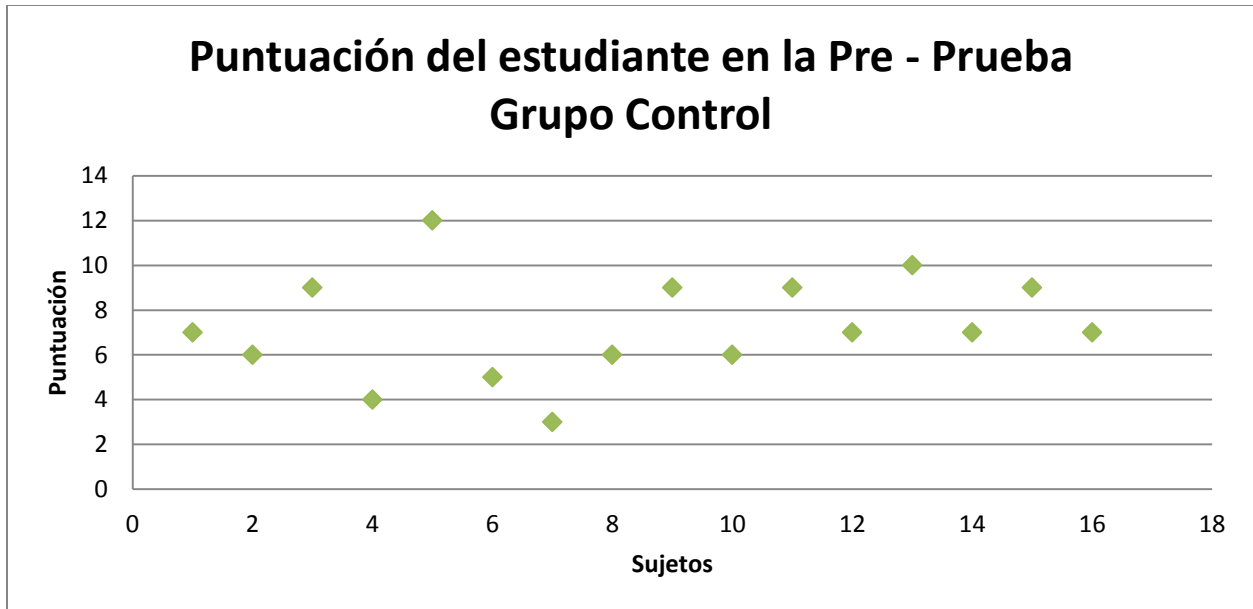


Apéndice K

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre – Prueba Grupo Control. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 items están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
-----------------------------	----

Sujetos	PRE - PRUEBA	
	Cantidad Correcta	%
1	7	28
2	6	24
3	9	36
4	4	25
5	12	48
6	5	20
7	3	12
8	6	24
9	9	36
10	6	24
11	9	36
12	7	28
13	10	40
14	7	28
15	9	36
16	7	28



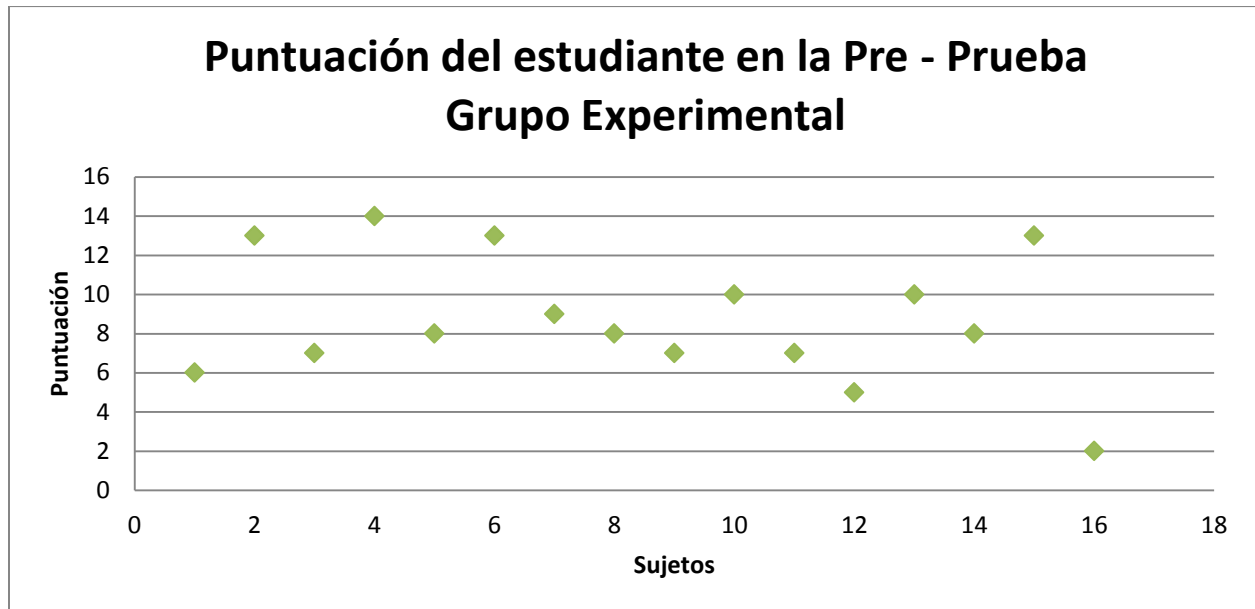
Esta gráfica nos ilustra la puntuación de cada estudiante en la pre – prueba del grupo control. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice L

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre – Prueba Grupo Experimental. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 items están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
------------------------------------	-----------

Sujetos	PRE - PRUEBA	
	Cantidad Correcta	%
1	6	24
2	13	52
3	7	28
4	14	56
5	8	32
6	13	52
7	9	36
8	8	32
9	7	28
10	10	40
11	7	28
12	5	20
13	10	40
14	8	32
15	13	52
16	2	8
17	9	36
18	7	28



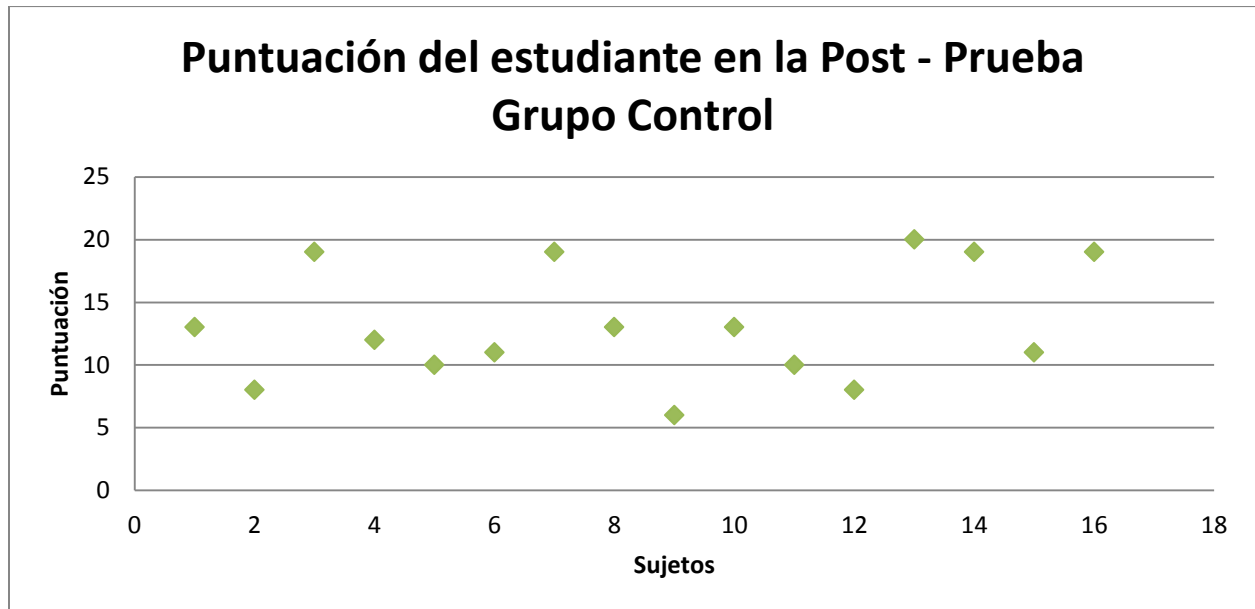
Esta gráfica nos ilustra la puntuación de cada estudiante del grupo experimental. El instrumento de medición tenía 25 items y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice M

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Post – Prueba Grupo Control. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 items están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
-----------------------------	----

Sujetos	PRE - PRUEBA	
	Cantidad Correcta	%
1	13	52
2	8	32
3	19	76
4	12	48
5	10	40
6	11	44
7	19	76
8	13	52
9	6	24
10	13	52
11	10	40
12	8	32
13	20	80
14	19	76
15	11	44
16	19	76



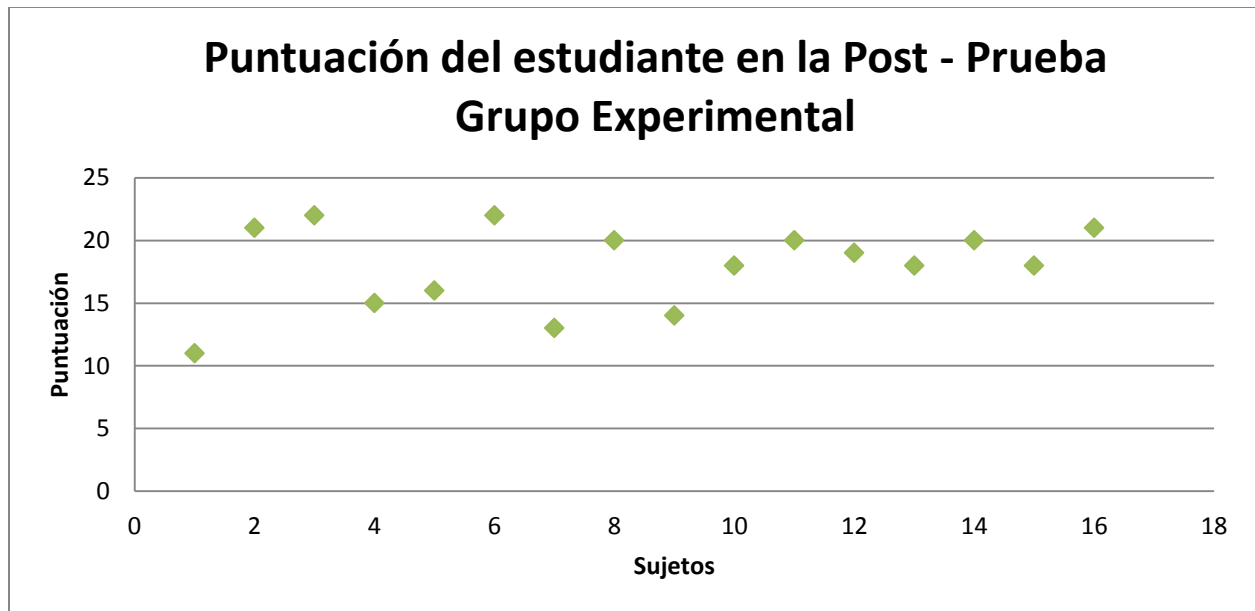
Esta gráfica nos ilustra la puntuación de cada estudiante en la post – prueba del grupo control. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice N

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Post – Prueba Grupo Experimental. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 ítems están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
------------------------------------	-----------

Sujetos	PRE - PRUEBA	
	Cantidad Correcta	%
1	11	44
2	21	84
3	22	88
4	15	60
5	16	64
6	22	88
7	13	52
8	20	80
9	14	56
10	18	72
11	20	80
12	19	76
13	18	72
14	20	80
15	18	72
16	21	84
17	20	80
18	19	76



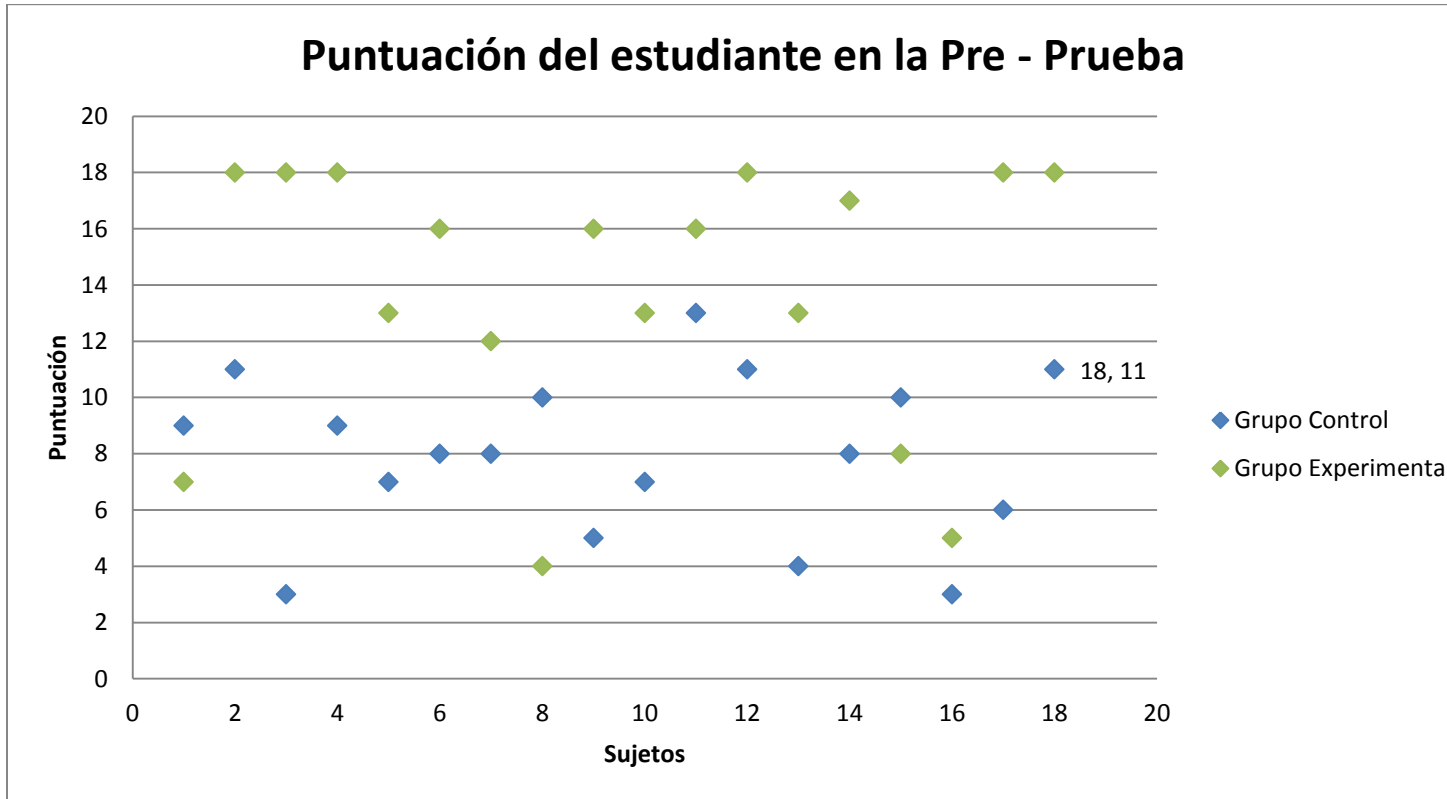
Esta gráfica nos ilustra la puntuación de cada estudiante en la post – prueba del grupo experimental. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice O

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre – Prueba Grupo Control y Experimental. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 items están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
-----------------------------	----

Sujetos	Grupo Control	Grupo Experimental
	PRE - PRUEBA	Pre - PRUEBA
	Cantidad Correcta	Cantidad Correcta
1	7	6
2	6	13
3	9	7
4	4	14
5	12	8
6	5	13
7	3	9
8	6	8
9	9	7
10	6	10
11	9	7
12	7	5
13	10	10
14	7	8
15	9	13
16	7	2
		9
		7



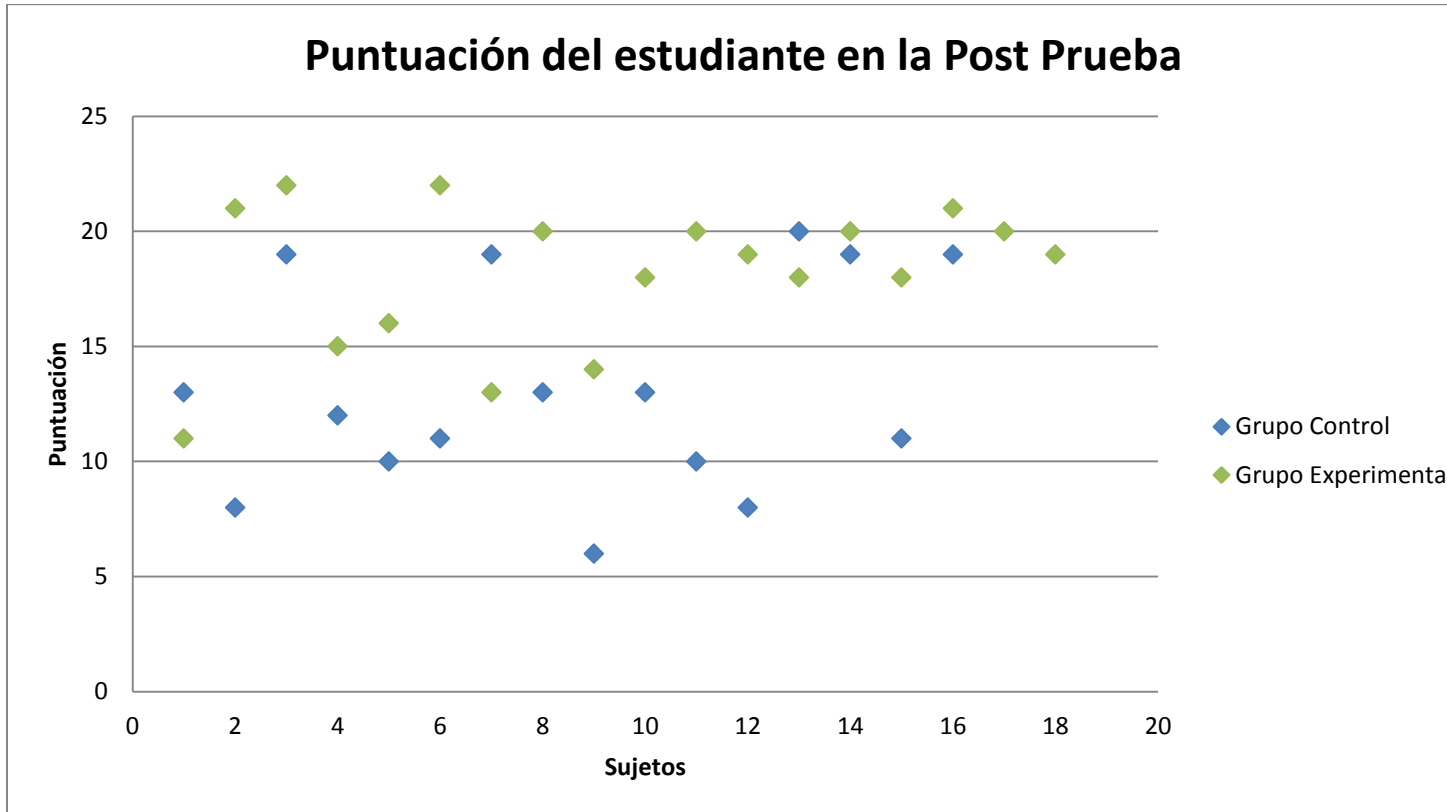
Esta gráfica nos ilustra las comparaciones en puntuación de cada estudiante en la pre – prueba entre el grupo control y experimental. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice P

Análisis de puntuaciones de los estudiantes en la Pre y Post Prueba Grupo Control y Experimental. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 ítems están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRUEBA	25
-----------------------------	----

Sujetos	Grupo Control	Grupo Experimental
	POST - PRUEBA	POST - PRUEBA
	Cantidad Correcta	Cantidad Correcta
1	13	11
2	8	21
3	19	22
4	12	15
5	10	16
6	11	22
7	19	13
8	13	20
9	6	14
10	13	18
11	10	20
12	8	19
13	20	18
14	19	20
15	11	18
16	19	21
17		20
18		19



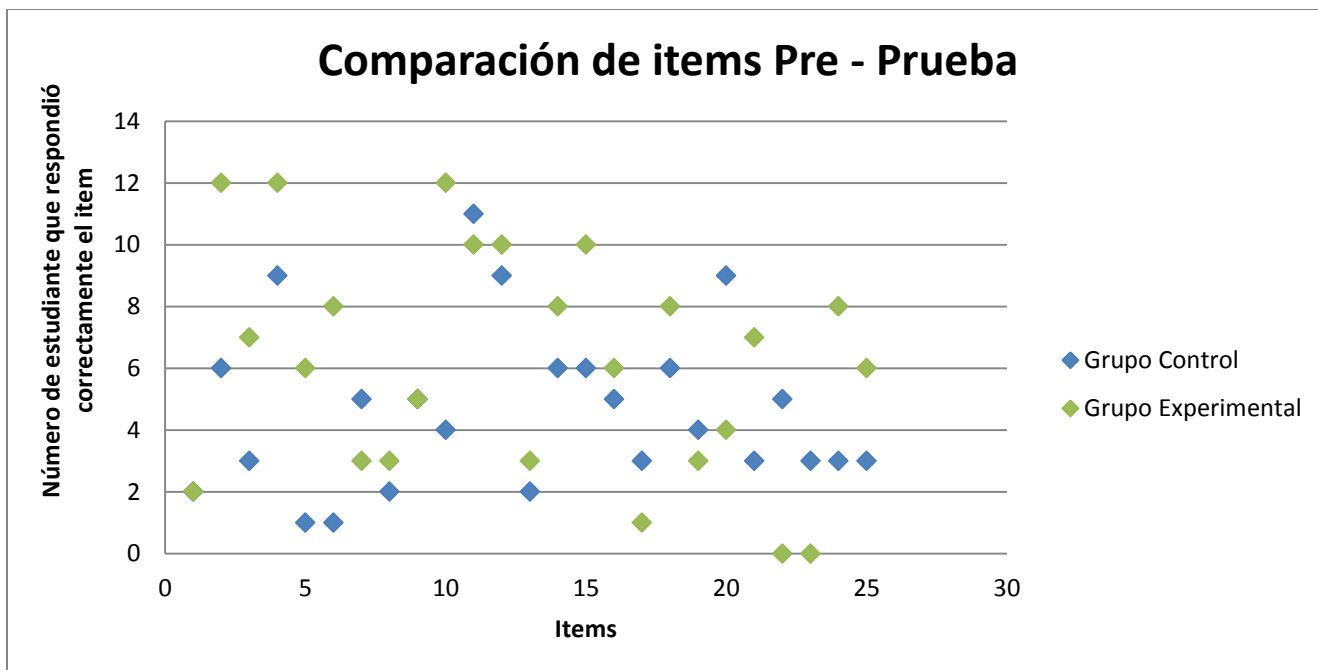
Esta gráfica nos ilustra las comparaciones en puntuación de cada estudiante en la post – prueba entre el grupo control y experimental. El instrumento de medición tenía 25 ítems y cada uno tenía un valor de 1 punto.

Apéndice Q

Comparación de cantidad de ítems contestado correctamente por los estudiantes del grupo control y grupo experimental en la pre - prueba. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 ítems están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRE - PRUEBA	25
-----------------------------------	----

Items	Grupo Control PRE - PRUEBA	Grupo Experimental PRE - PRUEBA
	Número de estudiante que respondió correctamente	Número de estudiante que respondió correctamente
1	2	2
2	6	12
3	3	7
4	9	12
5	1	6
6	1	8
7	5	3
8	2	3
9	5	5
10	4	12
11	11	10
12	9	10
13	2	3
14	6	8
15	6	10
16	5	6
17	3	1
18	6	8
19	4	3
20	9	4
21	3	7
22	5	0
23	3	0
24	3	8
25	3	6

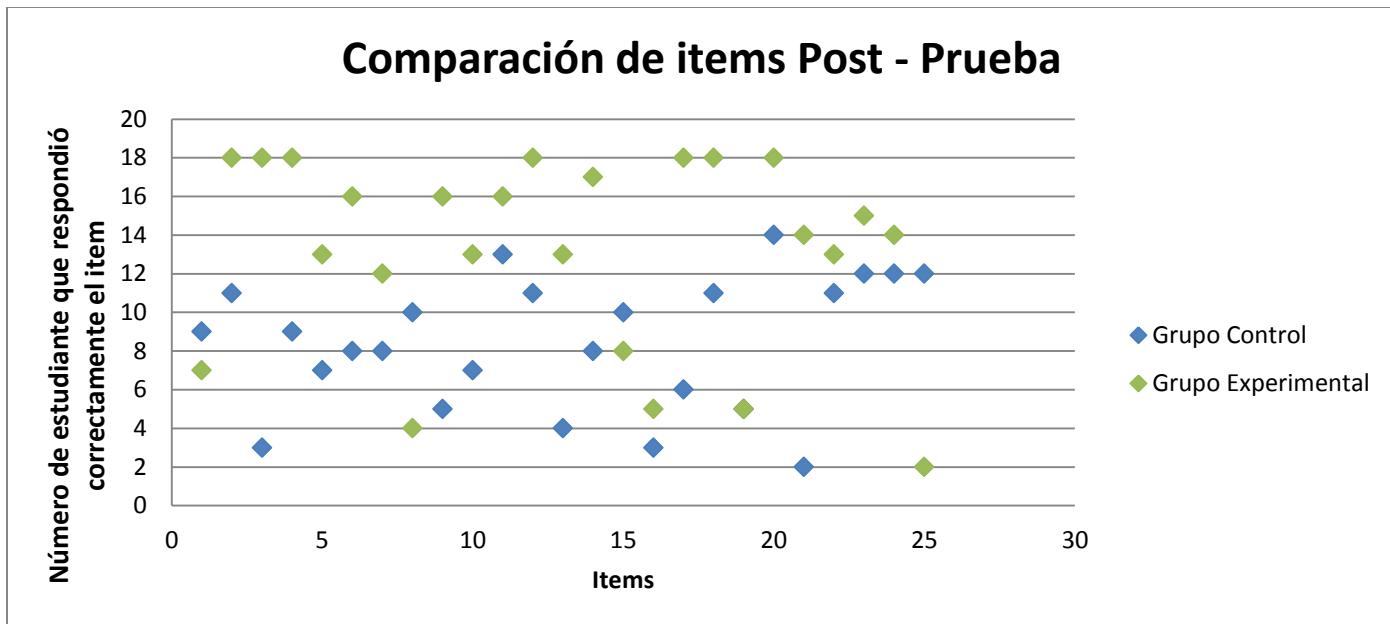


Apéndice R

Comparación de cantidad de ítems contestado correctamente por los estudiantes del grupo control y grupo experimental en la post - prueba. El valor total de la misma es de 25 puntos. Los primero 19 ítems están alineados a conceptos fundamentales de la función cuadrática y los últimos 6 están alineados a resolución de problemas verbales.

TOTAL DE ITEMS EN LA PRE - PRUEBA	25
-----------------------------------	----

Items	Grupo Control	Grupo Experimental
	PRE - PRUEBA	PRE - PRUEBA
	Número de estudiante que respondió correctamente	Número de estudiante que respondió correctamente
1	9	7
2	11	18
3	3	18
4	9	18
5	7	13
6	8	16
7	8	12
8	10	4
9	5	16
10	7	13
11	13	16
12	11	18
13	4	13
14	8	17
15	10	8
16	3	5
17	6	18
18	11	18
19	5	5
20	14	18
21	2	14
22	11	13
23	12	15
24	12	14
25	12	2

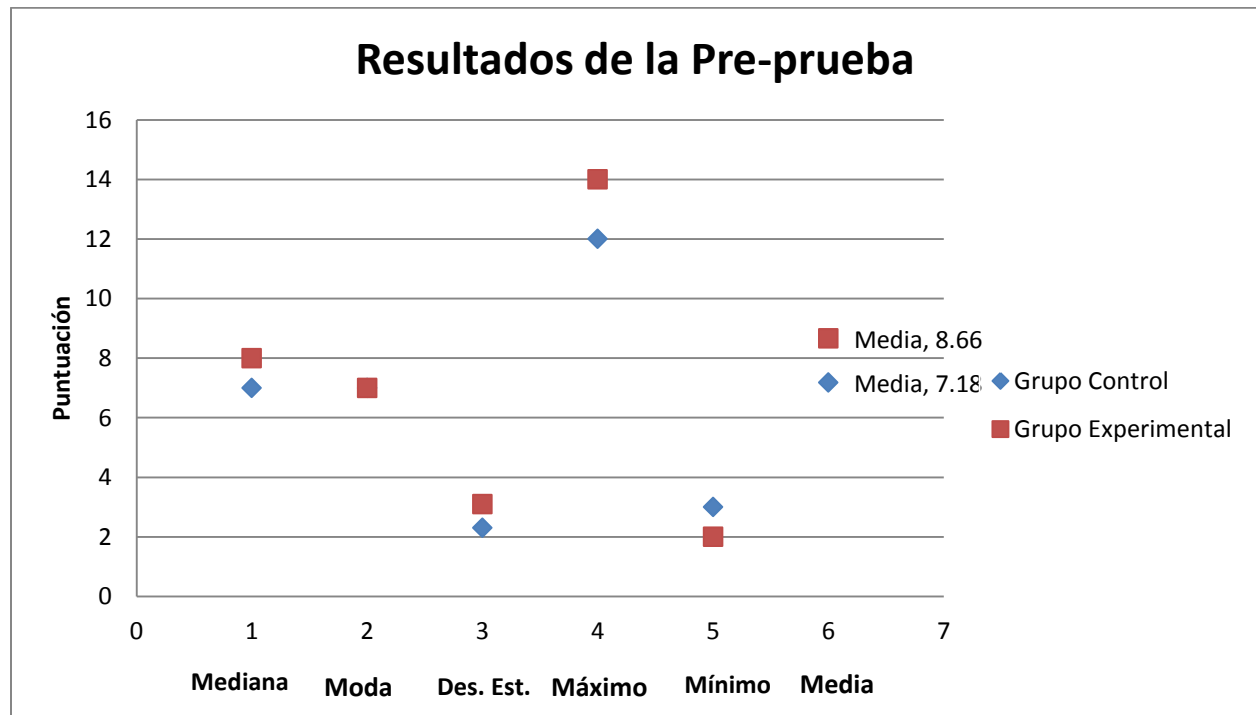


Apéndice S

Resultados de la Pre – prueba (Grupo Control y Experimental)

Valor total 25puntos.

	Grupo Control	Grupo Experimental
Mediana	7	8
Moda	7	7
Desviación Estándar	2.3	3.1
Máximo	12	14
Mínimo	3	2
Media	7.18	8.66



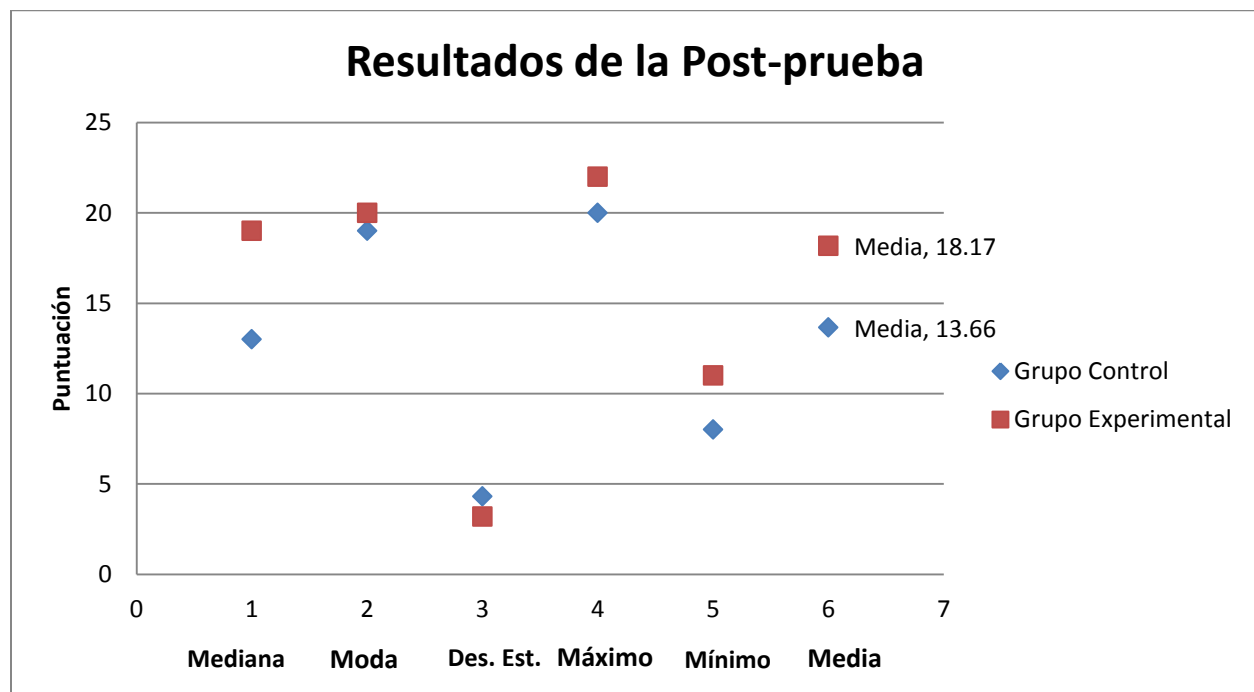
Esta gráfica representa las medidas de tendencia central y la desviación estándar de la Pre-prueba de ambos grupos, el control y el experimental. Observamos que existe mucha diferencia entre ambos. Esto indica que ambos grupos antes de la investigación no eran académicamente iguales.

Apéndice T

Resultados de la Post – prueba (Grupo Control y Experimental)

Valor total 25puntos.

	Grupo Control	Grupo Experimental
Mediana	13	19
Moda	19	20
Desviación Estándar	4.3	3.2
Máximo	20	22
Mínimo	8	11
Media	13.66	18.17



Esta ilustración representa los resultados de la Post – prueba, donde podemos notar algunos cambios entre los dos grupos. El grupo control tuvo una desviación estándar mayor que el experimental, demostrando mayor dispersión de los resultados mientras que el grupo experimental quedó más agrupado. El grupo



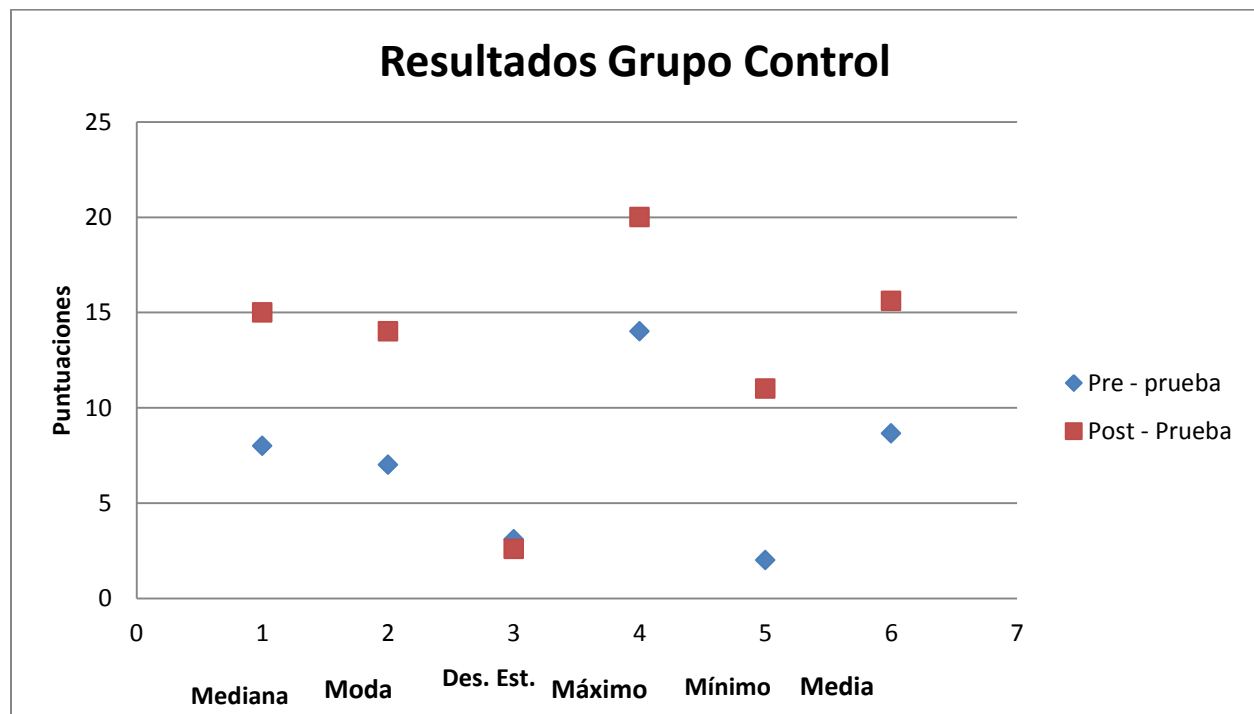
control tuvo una moda mayor al grupo experimental. En las otras medidas, el grupo experimental quedó por encima del grupo control.

Apéndice U

Resultados (Grupo Control)

Valor total 25 puntos.

	Pre - prueba	Post - prueba
Mediana	7	13
Moda	7	19
Desviación Estándar	2.3	4.3
Máximo	12	20
Mínimo	3	8
Media	7.18	13.66



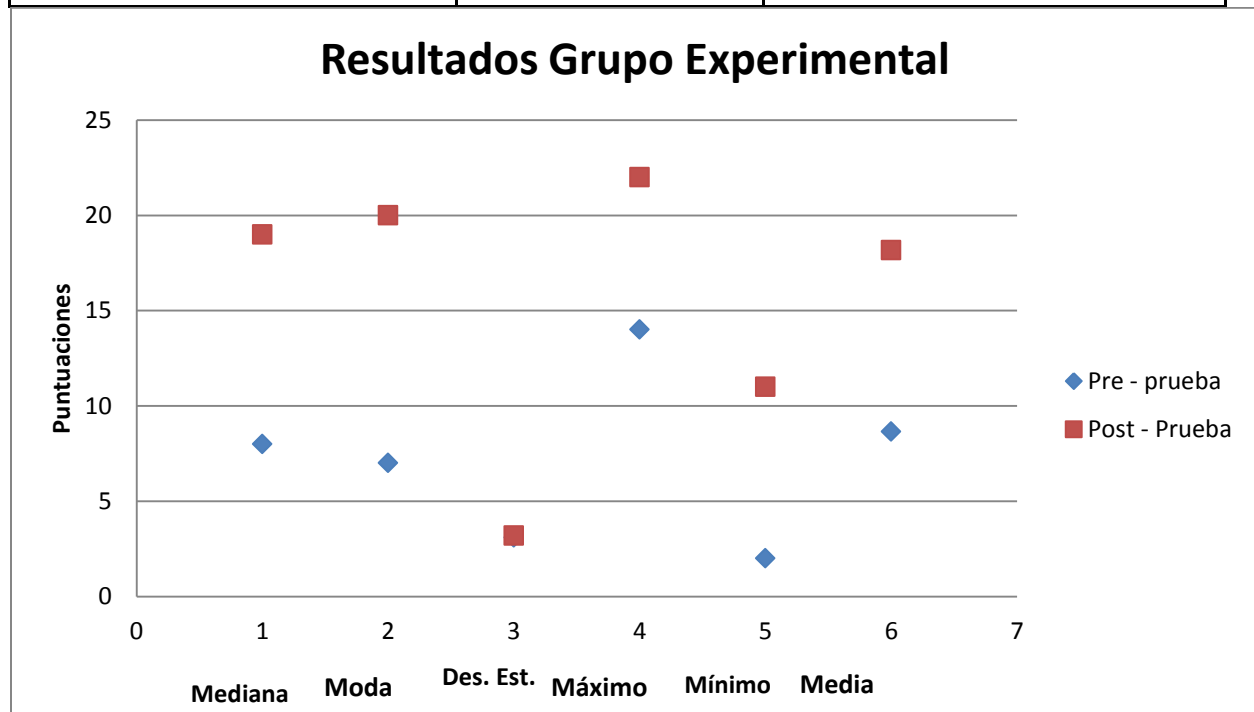
En esta gráfica observamos los resultados del grupo control en ambas pruebas, pre y post. Los resultados de la post – prueba, después del tratamiento tradicional de clases, (sin uso de manipulativos físicos, virtuales e integración de la tecnología) fueron mucho mejores, aunque los datos quedaron más dispersos.

Apéndice V

Resultados (Grupo Experimental)

Valor total 25puntos.

	Pre - prueba	Post - prueba
Mediana	8	19
Moda	7	20
Desviación Estándar	3.1	3.2
Máximo	14	22
Mínimo	2	11
Media	8.66	18.17





Esta ilustración representa los resultados de ambas pruebas del grupo experimental. Los resultados de la post – prueba, después del tratamiento de clases, (utilizando manipulativos físicos, virtuales e integración de la tecnología con experiencias de aprendizajes en pequeñas comunidades de aprendizaje) fueron mucho mejores, aunque los datos quedaron menos dispersos. Los datos quedaron menos dispersos (-0.5) en la post – prueba. Aumentó su media en 6.95 y su mediana en 7.

Apéndice W

Análisis estadístico de la Pre – prueba para probar si los dos grupos eran idénticos en los resultados de la prueba y prueba de hipótesis

Prueba. Valor total 25puntos.

Sujeto	G. Control	G. Experimental	G Exp. - G. Control
1	12	14	2
2	10	13	3
3	9	13	4
4	9	13	4
5	9	10	1
6	9	10	1
7	7	9	2
8	7	9	2
9	7	8	1
10	7	8	1
11	6	8	2
12	6	7	1
13	6	7	1
14	6	7	1
15	5	7	2
16	4	6	2
17	3	5	2
18		2	2

Esta ilustración representa un análisis estadístico para probar si los dos grupos eran idénticos en los resultados de la prueba.

Prueba de Hipótesis

La prueba se hizo a un nivel de significancia de 0.05

El valor de P obtenido fue de 0.06

Ya que $0.06 > 0.05$ no se rechaza H_0 (Hipótesis nula) y se concluye que no hay suficiente evidencia en el nivel de significación α para demostrar que hay una diferencia significativa en las puntuaciones de las Pre-pruebas de ambos grupos. Por tanto, el método experimental no hace una diferencia significativa en las puntuaciones de las pruebas.

Apéndice X

Análisis estadístico de la Post – prueba para probar si los resultados de la prueba demostraban una diferencia significativa y prueba de hipótesis

Valor total 25puntos.

Sujeto	G. Control	G. Experimental	G Exp. - G. Control
1	20	22	2
2	19	22	3
3	19	21	2
4	19	21	2
5	19	20	1
6	13	20	7
7	13	20	7
8	13	20	7
9	12	19	7
10	11	19	8
11	11	18	7
12	10	18	8
13	10	18	8
14	8	16	8
15	8	15	7
16		14	14
17		13	13
18		11	11



Esta ilustración representa un análisis estadístico para probar si los resultados de la prueba demostraban una diferencia significativa.

Prueba de Hipótesis

La prueba se hizo a un nivel de significancia de 0.05

El valor de P obtenido fue de 0.0003

Ya que $0.0003 < 0.05$ se rechaza H_0 (Hipótesis nula) y se concluye que el método experimental hace una diferencia significativa en las puntuaciones de las pruebas.



Apéndice Y

Análisis de 19 “ítems” Conceptos fundamentales de la función cuadrática

Resultados de las pruebas: Comparación Pre – prueba y Post – Prueba Grupo Control.

TOTAL DE ÍTEMES EN LA PRE Y POS PRUEBA	19
--	----

Sujetos	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	Cantidad correcta	%	Cantidad correcta	%
1.	8	42	13	68
2.	8	42	9	47
3.	6	32	7	37
4.	8	42	14	74
5.	7	37	8	42
6.	8	42	9	47
7.	5	26	6	32
8.	7	37	14	74
9.	4	21	8	42
10.	5	26	11	58
11.	6	32	6	32
12.	4	21	3	16
13.	2	11	15	79
14.	5	26	14	74
15.	5	26	6	32



Esta tabla nos presenta los resultados de los primeros 19 ítems de la pre – prueba y post – prueba del grupo control alineados con conceptos fundamentales de la función cuadrática. El por ciento de ejecución mínima para esta primera parte de la prueba es de 13 ítems correctos. El 100 % de los estudiantes no dominaron las destrezas de la primera parte de la pre – prueba. Si observamos los resultados de la post - prueba se puede apreciar que (9/15) 60% de los estudiantes no dominaron las destrezas y (6/15) 40 % de los estudiantes dominaron las destrezas. Estos estudiantes mediante práctica constante tuvieron un progreso académico moderado.

Apéndice Z

Análisis de 6 “ítems” resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática

Resultados de las pruebas: Comparación Pre – prueba y Post – Prueba Grupo Control.

TOTAL DE ÍTEMES EN LA PRE Y POS PRUEBA	6
--	---

Sujetos	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	Cantidad correcta	%	Cantidad correcta	%
1.	4	67	6	100
2.	2	33	4	67
3.	3	50	1	17
4.	1	17	5	83
5.	2	33	4	67
6.	1	17	1	17
7.	2	33	5	83
8.	0	0	5	83
9.	2	33	5	83
10.	1	17	2	33
11.	0	0	4	67
12.	2	33	5	83
13.	1	17	5	83
14.	2	33	5	83
15.	2	33	5	83



Esta tabla nos presenta los resultados de los últimos 6 ítems de la pre – prueba y post – prueba del grupo control sobre resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática. El por ciento de ejecución mínima para esta primera parte de la prueba es de 4 ítems correctos. El 93 % de los estudiantes no dominaron las destrezas de la segunda parte de la pre – prueba. El 7% de los estudiantes dominaron la segunda parte de la pre – prueba. Si observamos los resultados de la post - prueba se puede apreciar que (3/15) 20% de los estudiantes no dominaron las destrezas y (12/15) 80 % de los estudiantes dominaron las destrezas. Estos estudiantes mediante práctica constante tuvieron un progreso académico significativo.



Apéndice A₁

Análisis de 19 “ítems” Conceptos fundamentales de la función cuadrática

Resultados de las pruebas: Comparación Pre – prueba y Post – Prueba Grupo Experimental.

TOTAL DE ÍTEMES EN LA PRE Y POS PRUEBA	19
--	----

Sujetos	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	Cantidad correcta	%	Cantidad correcta	%
1.	11	58	16	84
2.	13	68	15	79
3.	9	47	16	84
4.	10	53	12	63
5.	9	47	9	47
6.	8	42	12	63
7.	8	42	14	74
8.	8	42	15	79
9.	6	32	15	79
10.	7	37	17	89
11.	8	42	14	74
12.	6	32	14	74
13.	6	32	15	79
14.	4	21	15	79
15.	6	32	11	58
16.	5	26	16	84
17.	5	26	17	89



18.	2	11	12	63
-----	---	----	----	----

Esta tabla nos presenta los primeros 19 ítems de los resultados de la pre – prueba y post – prueba del grupo control alineados con conceptos fundamentales de la función cuadrática. El por ciento de ejecución mínima para esta primera parte de la prueba es de 13 ítems correctos. El (17/18) 94 % de los estudiantes no dominaron las destrezas de la primera parte de la pre – prueba. Solamente (1/18) 6% dominó las destrezas de la primera parte de la prueba. Si observamos los resultados de la post - prueba se puede apreciar que (13/18) 72 % de los estudiantes dominaron las destrezas y (5/18) 28 % de los estudiantes no dominaron las destrezas.



Apéndice B₁

Análisis de 6 “ítems” resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática

Resultados de las pruebas: Comparación Pre – prueba y Post – Prueba Grupo Experimental.

TOTAL DE ÍTEMES EN LA PRE Y POS PRUEBA	6
--	---

Sujetos	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	Cantidad correcta	%	Cantidad correcta	%
1.	3	50	5	83
2.	0	0	5	83
3.	4	67	4	67
4.	3	50	4	67
5.	1	17	4	67
6.	2	33	3	50
7.	1	17	3	50
8.	1	17	3	50
9.	2	33	5	83
10.	1	17	5	83
11.	0	0	5	83
12.	1	17	4	67
13.	1	17	5	83
14.	3	50	4	67
15.	1	17	4	67
16.	1	17	5	83



17.	0	0	5	83
18.	0	0	3	50

Esta tabla nos presenta los resultados de los últimos 6 ítems de la pre – prueba y post – prueba del grupo experimental sobre resolución de problemas verbales de máximos y mínimos y de caída libre que se pueden modelar por medio de una función cuadrática. El por ciento de ejecución mínima para esta primera parte de la prueba es de 4 ítems correctos. El 94 % de los estudiantes no dominaron las destrezas de la segunda parte de la pre – prueba. Si observamos los resultados de la post - prueba se puede apreciar que 100 % de los estudiantes dominaron las destrezas de resolución de problemas verbales. Estos estudiantes mediante experiencias de aprendizajes en pequeñas comunidades de aprendizajes utilizando manipulativos físicos, virtuales y softwares Graph, Geogebra y el Geometra Skethpad pudieron alcanzar un dominio de un 100 % de la destreza.



Apéndice C₁

Prueba T

Resultados de la pre - prueba

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Grupo Experimental	56	52	52	52	40	40	56	56	52	52	52	56	56	28	28	24	20	8	54.666
Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		0.0375
Grupo Control	48	40	56	56	56	56	28	28	28	28	24	24	24	24	20	16	12		46.750



Apéndice D_1

Prueba T

Resultados de la post - prueba

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Grupo Experimental	88	88	84	84	80	80	80	80	76	76	72	72	72	64	60	56	52	44	72.6856
Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		7
Grupo Control	80	40	76	76	76	76	52	52	52	48	44	44	40	40	32	32	32	32	51.2941
																			2