

PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE LECCIONES DE MATEMÁTICAS

Maestro/a Máster: Marilyn Santiago Román

INFORMACIÓN GENERAL	
TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	Medida de ángulos
NIVEL	Nivel Superior (Grado 11)
CONCEPTO PRINCIPAL	Radianes Cambiar de ángulos a radianes y viceversa.
CONOCIMIENTO PREVIO	Concepto de ángulo Clasificación de ángulos Medición y construcción de ángulos en grados. Concepto de π Calcular la circunferencia de un círculo Establecer razones y proporciones
OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE APRENDIZAJE	Al finalizar las actividades, el estudiante: 1) definirá el concepto de radián. 2) investigará y determinará la relación entre grados y radianes. 3) determinará las fórmulas para cambiar de grados a radianes y viceversa. 4) cambiará de grados a radianes y viceversa
ESTÁNDARES Y EXPECTATIVAS DE GRADO	ES.F.28.1 Reconoce que la medida de un ángulo en radianes es igual a la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario y utiliza este argumento para la solución de problemas.
MATERIALES	Cartulina Papel de colores Reglas Lápices de colores Calculadora gráfica TI cas Computadora Hojas de Trabajo Proyector
PROCESO EDUCATIVO	
PRE Y POS PRUEBA	



INFORMACIÓN GENERAL	
ASSESSMENT CONTINUO	Describe en qué forma utilizará el assessment a través de la lección para monitorear el entendimiento que los estudiantes van desarrollando y para promover el desarrollo de destrezas de meta cognición o autorregulación que les ayuden a monitorear su aprendizaje. Este monitoreo puede implicar cotejar su propio aprendizaje para detectar errores y aciertos, emitir conjeturas o predicciones y someterlas a prueba.
INICIO: EXPLORACION CONOCIMIENTO PREVIO	Actividad 1 Los estudiantes realizarán un organizador gráfico del tema de ángulo. Se dividirán en grupos de 5 a 6 estudiantes y realizarán un trabajo por grupo. Para completar el organizador gráfico serán guiados por preguntas que permitan desarrollar el concepto. Al finalizar la actividad presentarán el y explicarán el organizador al resto del grupo. El organizador gráfico será pegado en el salón y se retomará al finalizar la lección donde los estudiantes modificarán el mismo añadiendo lo aprendido.
DESARROLLO: PROMOCION DE ENTENDIMIENTO PROFUNDO	Actividad 2 En la parte A los estudiantes observarán que es un radián a través un manipulativo virtual y elaborarán la definición del concepto. En la parte B utilizando la calculadora gráfica y una hoja de trabajo descubrirán cuántos grados es exactamente un radián y la relación entre radianes y grados. Los estudiantes irán siguiendo los pasos y contestando preguntas que los llevarán a descubrir la relación entre radianes y grados. En la parte C los estudiantes descubrirán las fórmulas para cambiar de grados a radianes y viceversa, a partir de la relación encontrada en la parte anterior. Los estudiantes serán guiados por pasos y preguntas que los llevarán a crear una razón y una proporción. Resolverán la ecuación para hallar las fórmulas para cambiar de grados a radianes y viceversa,
CIERRE: RESUMEN	Actividad 3 En la parte A los estudiantes contestan ejercicios donde evidencian lo aprendido. Para afianzar el concepto de radián resolverán ejercicios donde calcularán la medida de los ángulos en radianes. También cambiarán de grados a radianes y viceversa. En la parte B los estudiantes retomarán la actividad de inicio y añadirán en el organizador gráfico los conceptos aprendidos. Los estudiantes contestarán una pos-prueba.



Guía del Maestro

Actividad 1: INICIO

Objetivo: El estudiante elabora un organizador gráfico del concepto de ángulo.

Materiales:

- 1) Cartulina
- 2) Papel de colores
- 3) Reglas
- 4) Lápices de colores

Desarrollo:

- 1) Divida los estudiantes por grupos, entregue una cartulina o papelote por grupo, con marcadores, y papeles de colores.
- 2) Solicite que cree un organizador de gráfico del concepto de ángulo.
 - a. Completen el organizador gráfico sobre el tema de ángulos.
 - b. Utiliza las preguntas para completarlo.
 - i. ¿Qué es un ángulo? (Concepto principal)
 - ii. ¿Cómo se clasifican?
 - iii. ¿Cuáles son los ángulos de rotación?
 - iv. ¿Cómo clasifican los ángulos por sus relaciones?
 - v. ¿Cómo se miden los ángulos?
- 3) Provea tiempo para que cada grupo discuta el organizador gráfico que realizó.
- 4) Solicite a los estudiantes que coloquen cada organizador en la pared, al terminar las actividades volverán y modificarán el mismo con el nuevo conocimiento.

Guía del Estudiante

Actividad 1: INICIO

Objetivo: El estudiante elabora un organizador gráfico del concepto de ángulo.

Materiales:

- 1) Cartulina
- 2) Papel de colores
- 3) Reglas
- 4) Lápices de colores

Desarrollo:

- 1) Divididos en subgrupos, completen el organizador gráfico sobre el tema de ángulos.
- 2) Utilicen las siguientes preguntas para completar esta tarea.
 - a. ¿Qué es un ángulo? (Concepto principal)
 - b. ¿Cómo se clasifican?
 - c. ¿Cuáles son los ángulos de rotación?
 - d. ¿Cómo clasifican los ángulos por sus relaciones?
 - e. ¿Cómo se miden los ángulos?
- 3) Presenten a los demás estudiantes el organizador gráfico.
- 4) Peguen el organizador gráfico en la pared.

Guía del Maestro

Actividad 2: DESARROLLO

Objetivos:

- 1) EL estudiante a través de una animación en internet define el concepto de radián.
- 2) El estudiante mediante la calculadora gráfica TI cas, investigará y determinará la relación entre grados y radianes.
- 3) El estudiante estableciendo razones y proporciones determinará las fórmulas para cambiar de grados a radianes y viceversa.

Materiales:

- 1) Calculadora gráfica TI cas
- 2) Computadora
- 3) Hojas de Trabajo 2 y 3
- 4) Proyector

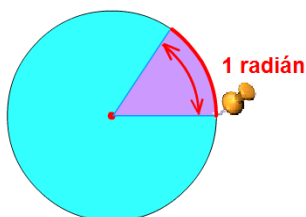
Desarrollo:

Parte A

- 1) Presente al estudiante el concepto de radián mediante una animación en el siguiente enlace:

<http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/images/radians.swf>

- ▶ ¿Qué es un radián?
- ▶ ¿Cuántos grados son un radián?



- 2) Los estudiantes contestarán la siguiente pregunta:

a. ¿Qué es un radián?

3) Presente la definición de radian y compare la misma con la de los estudiantes la definición de radián.

Radián: Unidad de medida para ángulos. Se define como la medida de un ángulo central cuyos lados cortan un arco igual en longitud al radio en la circunferencia del círculo. Ya que la longitud de este arco es igual al radio del círculo, se dice que la medida de este ángulo es un radián.



<http://www.mathematicsdictionary.com/spanish/vmd/full/r/radian.htm>

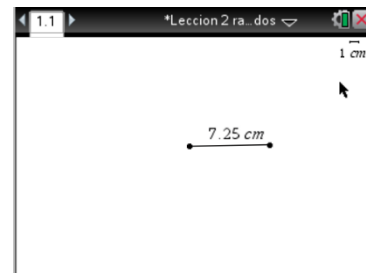
Parte B


1) Los estudiantes realizarán una investigación para descubrir la relación entre grados y radianes utilizando la calculadora gráfica.

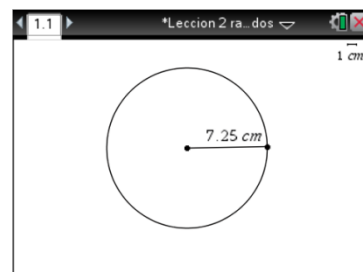
2) **Construcción de un ángulo con medida de un radián.**







(Provea a los estudiantes las siguientes instrucciones para el laboratorio.)

- Enciende la calculadora y entre al icono de **geometría** .
- Construye un segmento de 7.25 cm, para eso oprime la tecla de , luego **"points and lines"** y finalmente seleccione **segmentos**.






- Mida el segmento seleccionándolo, oprima la tecla de  y seleccione **"measurement"**. Para que el segmento tenga la medida deseada, seleccione un punto y arrástrelo hasta obtener la medida de 7.25 cm.



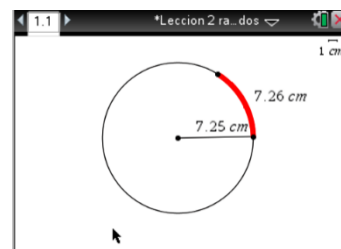
- Construya un círculo que su radio sea la medida del segmento. Oprima la tecla de , luego seleccione **"construction"** y luego **"compass"**. Para construir el círculo oprima la tecla de  sobre ambos extremos del segmento.
- Representa un radián, para esto debes construir un arco de la misma medida del radio, según la definición. Para construir el arco oprime la tecla de , luego **"points and lines"** y **"circle arc"**. Oprime la tecla de  tres veces en diferentes puntos de la circunferencia.
- Para resaltar el arco mueve el cursor hasta que lo selecciones, oprime la tecla de  y luego la de  y seleccionas **"atributes"**, en la pantalla saldrá una flechas, según la selecciones, el arco se ennegrecerá.




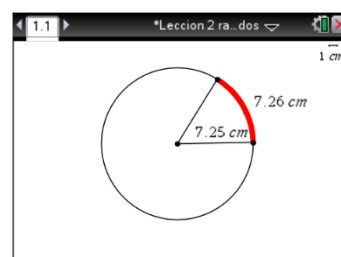
g. Para cambiar el color del arco mueve el cursor hasta que lo selecciones, oprime la tecla de  y luego la  y selecciona "color".


h. Para que el arco tenga la medida del radio del círculo, mide el segmento seleccionándolo, oprime la tecla de  y seleccione "measurement".

i. Selecciona el arco por el punto extremo superior y muévelo hasta llegar a la medida de 7.25 cm. (Ten la mayor precisión posible, trabaja con un margen de error de 2 centésimas de cm.)



j. Construye un segmento del centro del círculo al punto extremo superior del arco. Oprime la tecla de , luego "points and lines" y finalmente seleccione **segmentos**.



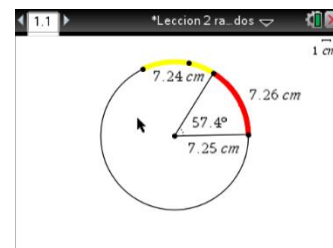
k. Mide el ángulo. Oprime oprime la tecla de , seleccione "measurement" y "angle". Presiona tres puntos para medir el ángulo: el punto extremo inferior del arco, el punto del centro del círculo y el punto extremo superior del arco.

i. Un radián es la medida del ángulo central formado entre el radio y un arco igual al radio: **¿Cuál es la medida en grados de 1 radián?**


l. Muestre a los estudiantes la aproximación en grados de un radián. Discuta y compare las respuestas.

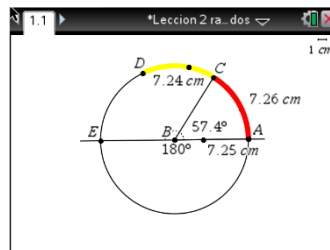
Un radián es 57.2958 grados aproximadamente.
mathsisfun.com/geometry/radians.html

l. Construye un segundo arco continuo al anterior y de la medida del radio. Siga las instrucciones para construir un arco y para

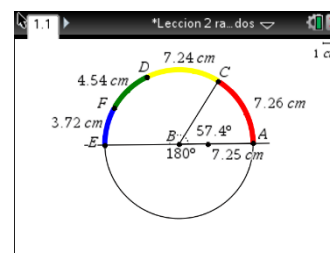


medirlo. Resáltalo de otro color. (Recuerda tener la mayor precisión posible, puedes tener un margen de error de 2 centésimas de cm).

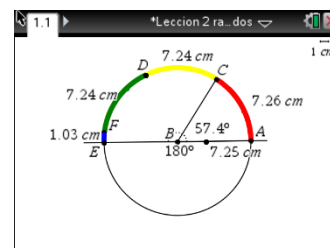
- m. Construye una línea que contenga al radio inicial del círculo e interseque a un punto en la circunferencia, oprimiendo la tecla de , luego selecciona "points and lines" y finalmente "lines". Observa que se forma un ángulo llano, mide el ángulo para comprobar su medida. Sigue las instrucciones para medir ángulo.



- n. Construye y mide dos arcos continuos al arco anterior, el punto inferior extremo del último arco tiene que quedar en la intersección de la línea y la circunferencia del círculo. Resalta con colores cada arco.




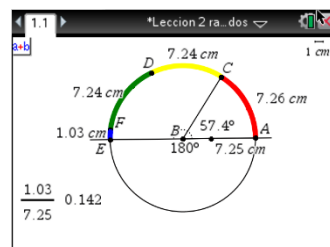
- o. Mueve el punto extremo inferior del tercer arco hasta ajustarlo a la medida del radio, recuerda que debes aproximar la medida a 7.25 cm.



- i. ¿Cuántas veces cabe el arco en la circunferencia cuando el ángulo es de 180° ? (Responde según lo observado en la calculadora)

- ii. De acuerdo a la respuesta de la pregunta anterior, ¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 180° ?

- p. (Ya observaste que en 180° hay tres radianes y algo más.) Para hallar una respuesta más precisa  preguntas anteriores debes saber cuántas veces cabe 7.25 cm (medida



del radio y del arco que forman el radián) y en 1.03 (arco más pequeño). Para esto oprime , "actions" y "text". Escribe 1.03/7.27 y oprime .

q. Para hacer la división oprime , "ate" y luego selecciona la expresión oprimiendo .

i. Escribe una respuesta más precisa a la pregunta anterior.

ii. Escribe en el cuadro inferior, una expresión matemática que establezca la relación entre grados y radianes.

Parte C

1) En esta parte los estudiantes descubrirán las fórmulas para cambiar de radianes a grados y viceversa.

2) Tenemos un ángulo de 45° y queremos saber cuánto es en radianes. En la parte anterior aprendimos que la relación entre grados y radianes está dada por la siguiente ecuación: $180^\circ = \pi$. Sigue los siguientes pasos para descubrir cómo cambiar de grados a radianes:

- Escribe una razón para comparar los ángulos en grados.
- Escribe una segunda razón para comparar los ángulos en radianes. Como no tenemos una cantidad en radianes coloca una variable.
- Sabemos que el ángulo en grados o radianes tiene la misma medida, por lo tanto puedes establecer una proporción entre ambas razones.
- Despeja para la variable y contesta:
- ¿Qué multiplicas por 45° para hallar el valor de la variable?

$$\frac{45^\circ}{180^\circ}$$

$$\frac{x}{\pi}$$

$$\frac{45^\circ}{180^\circ} = \frac{x}{\pi}$$

$$45^\circ \pi = 180^\circ x$$

$$\frac{45^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{180^\circ x}{180^\circ}$$

$$\frac{45^\circ \pi}{180^\circ} = x$$

$$\frac{45^\circ \pi}{180^\circ} = x$$

$$\frac{\pi}{4} = x$$

f. ¿Cuál es valor de x ? _____

g. Establece una fórmula para cambiar de grados a radianes:

3) Tenemos un ángulo de $\frac{2\pi}{3}$ y queremos saber cuánto es en grados. Sabemos que la relación es la siguiente ecuación: $180^\circ = \pi$. Sigue los siguientes pasos para descubrir cómo cambiar de radianes a grados:

- Escribe una razón para comparar los ángulos en radianes.
- Escribe una segunda razón para comparar los ángulos en grados. Como no tenemos la cantidad en grados coloca una variable.
- Sabemos que el ángulo en grados o radianes tiene la misma medida, por lo tanto puedes establecer una proporción entre ambas razones.
- Despeja para la variable y contesta:
- ¿Qué multiplicas por $\frac{2\pi}{3}$ para hallar el valor de la variable?

f. ¿Cuál es valor de x ? _____

g. Establece una fórmula para cambiar de radianes a grados.

$$\frac{\frac{2\pi}{3}}{\pi}$$

$$\frac{x}{180^\circ}$$

$$\frac{\frac{2\pi}{3}}{\pi} = \frac{x}{180^\circ}$$

$$\frac{2\pi}{3}(180^\circ) = x\pi$$

$$\frac{2\pi}{3} \frac{(180^\circ)}{\pi} = \frac{x\pi}{\pi}$$

$$\frac{360^\circ}{3} = x$$

$$120^\circ = x$$

Guía del Estudiante

Actividad 2: DESARROLLO

Objetivos:

- 1) EL estudiante a través de una animación en internet define el concepto de radián.
- 2) El estudiante mediante la calculadora gráfica TI cas, investigará y determinará la relación entre grados y radianes.
- 3) El estudiante estableciendo razones y proporciones determinará las fórmulas para cambiar de grados a radianes y viceversa.

Materiales:

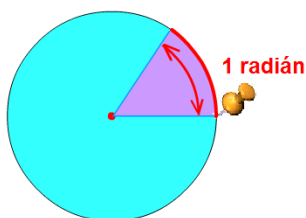
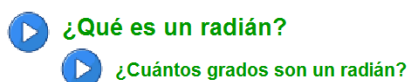
- 1) Calculadora gráfica TI cas
- 2) Computadora
- 3) Hojas de Trabajo 2 y 3
- 4) Proyector

Desarrollo:

Parte A

- 1) Observa la animación en el siguiente enlace:

<http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/images/radians.swf>















- 2) Contesta la siguiente pregunta:



a. ¿Qué es un radián?


Parte B

3) Realizarán una investigación para descubrir la relación entre grados y radianes utilizando la calculadora gráfica.

4) **Construcción de un ángulo con medida de un radián.**



- Enciende la calculadora y entre al icono de **geometría** 
- Construye un segmento de 7.25 cm, para eso oprime la tecla de , luego **"points and lines"** y finalmente seleccione **segmentos**.
- Mida el segmento seleccionándolo, oprima la tecla de  y seleccione **"measurement"**. Para que el segmento tenga la medida deseada, seleccione un punto y arrástrelo hasta obtener la medida de 7.25 cm.
- Construya un círculo que su radio sea la medida del segmento. Oprima la tecla , luego seleccione **"construction"** y luego **"compass"**. Para construir el círculo oprima la tecla  sobre ambos extremos del segmento.
- Representa un radián, para esto debes construir un arco de la misma medida del radio, según la definición. Para construir el arco oprime la tecla de , luego **"points and lines"** y **"circle arc"**. Oprime la tecla de  tres veces en diferentes puntos de la circunferencia.
- Para resaltar el arco mueve el cursor hasta que lo selecciones, oprime la tecla de  y luego la de  y seleccionas **"atributes"**, en la pantalla saldrá una flechas, según la selecciones, el arco se ennegrecerá.
- Para cambiar el color del arco mueve el cursor hasta que lo selecciones, oprime la tecla de  y luego la de  y seleccionas **"color"**.
- Para que el arco tenga la medida del radio del círculo, mide el segmento seleccionándolo, oprima la tecla de  y seleccione **"measurement"**.



- i. Selecciona el arco por el punto extremo superior y muévelo hasta llegar a la medida de 7.25 cm. (Ten la mayor precisión posible, trabaja con un margen de error de 2 centésimas de cm.)
- j. Construye un segmento del centro del círculo al punto extremo superior del arco. Oprime la tecla de , luego **"points and lines"** y finalmente selecciona **segmentos**.
- k. Mide el ángulo. Oprime oprima la tecla de , seleccione **"measurement"** y **"angle"**. Presiona tres puntos para medir el ángulo: el punto extremo inferior del arco, el punto del centro del círculo y el punto extremo superior del arco.
 - i. Un radián es la medida del ángulo central formado entre el radio y un arco igual al radio: **¿Cuál es la medida en grados de 1 radián?**

- r. Observa y compara tu respuesta con la que presenta la maestra.
- l. Construye un segundo arco continuo al anterior y de la medida del radio. Siga las instrucciones para construir un arco y para medirlo. Resáltalo de otro color. (Recuerda tener la mayor precisión posible, puedes tener un margen de error de 2 centésimas de cm).
- s. Construye una línea que contenga al radio inicial del círculo e interseque a un punto en la circunferencia, oprimiendo la tecla de , luego selecciona **"points and lines"** y finalmente **"lines"**. Observa que se forma un ángulo llano, mide el ángulo para comprobar su medida. Sigue las instrucciones para medir ángulo.
- t. Construye y mide dos arcos continuos al arco anterior, el punto inferior extremo del último arco tiene que quedar en la intersección de la línea y la circunferencia del círculo. Resalta con colores cada arco.
- u. Mueve el punto extremo inferior del tercer arco hasta ajustarlo a la medida del radio, recuerda que debes aproximar la medida a 7.25 cm.

i. ¿Cuántas veces cabe el arco en la circunferencia cuando el ángulo es de 180° ? (Responde según lo observado en la calculadora)

ii. De acuerdo a la respuesta de la pregunta anterior, ¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 180° ?

v. Para hallar una respuesta más precisa a las preguntas anteriores debes saber cuántas veces cabe 7.25 cm (medida del radio y del arco que forman el radián) en 1.03 (arco más pequeño). Para esto oprime , "actions" y "text". Escribe $1.03/7.27$ y oprime .

w. Para hacer la división oprime , "calculate" y luego selecciona la expresión oprimiendo .

i. Escribe una respuesta más precisa a la pregunta anterior.

ii. Escribe en el cuadro inferior, una expresión matemática que establezca la relación entre grados y radianes.



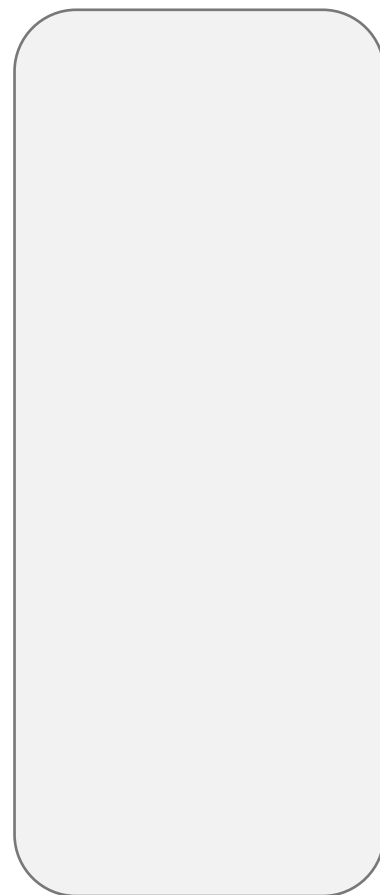
Parte C

4) En esta parte descubrirás las fórmulas para cambiar de radianes a grados y viceversa.

5) Tenemos un ángulo de 45° y queremos saber cuánto es en radianes. En la parte anterior aprendimos que la relación entre grados y radianes está dada por la siguiente ecuación: $180^\circ = \pi$. Sigue los siguientes pasos para descubrir cómo cambiar de grados a radianes:

- Escribe una razón para comparar los ángulos en grados.
- Escribe una segunda razón para comparar los ángulos en radianes. Como no tenemos una cantidad en radianes coloca una variable.
- Sabemos que el ángulo en grados o radianes tiene la misma medida, por lo tanto puedes establecer una proporción entre ambas razones.
- Despeja para la variable y contesta:
- ¿Qué multiplicas por 45° para hallar el valor de la variable?

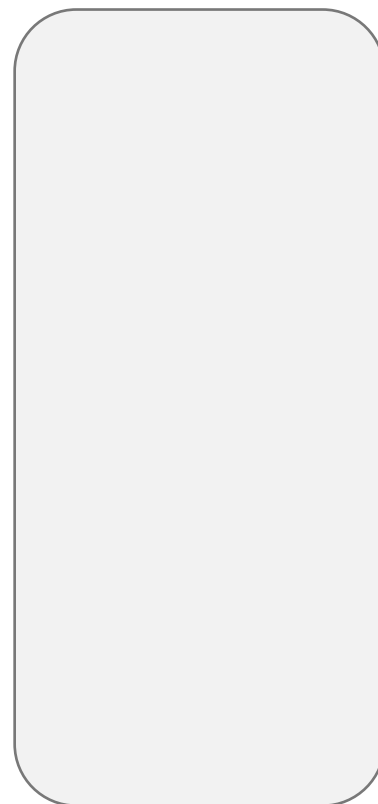
- ¿Cuál es valor de x? _____
- Establece una fórmula para cambiar de grados a radianes:



6) Tenemos un ángulo de $\frac{2\pi}{3}$ y queremos saber cuánto es en grados. Sabemos que la relación es la siguiente ecuación: $180^\circ = \pi$. Sigue los siguientes pasos para descubrir cómo cambiar de radianes a grados:

- Escribe una razón para comparar los ángulos en radianes.
- Escribe una segunda razón para comparar los ángulos en grados. Como no tenemos la cantidad en grados coloca una variable.
- Sabemos que el ángulo en grados o radianes tiene la misma medida, por lo tanto puedes establecer una proporción entre ambas razones.
- Despeja para la variable y contesta:
- ¿Qué multiplicas por $\frac{2\pi}{3}$ para hallar el valor de la variable?

- ¿Cuál es valor de x? _____
- Establece una fórmula para cambiar de radianes a grados.



Guía del Maestro

Actividad 3: CIERRE

Objetivos:

- 1) El estudiante determinará la medida de ángulos en grados y radianes.
- 2) El estudiante cambiará de unidad de medida en ángulos:
 - a. de grados a radianes
 - b. de radianes a grados

Materiales:

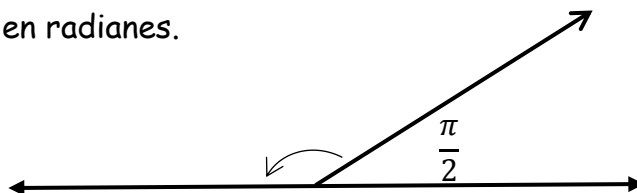
- 1) Hoja de trabajo

Desarrollo:

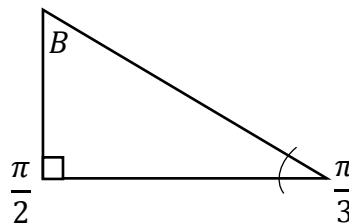
(Hoja de Trabajo)

A. Los estudiantes contestarán cada ejercicio.

- 1) Halla la medida del ángulo suplementario al dado en radianes.



- 2) En el triángulo busca la medida del ángulo B en radianes.



- 3) ¿Cuánto mide en radianes un ángulo de 70° , resuelve estableciendo una proporción?



4) Cambia las medidas de ángulos dadas a radianes.

- a. 120°
- b. 270°
- c. 30°
- d. 80°

5) Cambia las medidas de ángulos dadas a radianes.

- a. $\frac{2\pi}{3}$
- b. $\frac{\pi}{3}$
- c. $\frac{7\pi}{6}$
- d. $\frac{11\pi}{6}$

B. Al finalizar haga referencia nuevamente al organizador gráfico que los estudiantes trabajaron inicialmente. Pídales que completen el organizador con lo aprendido.



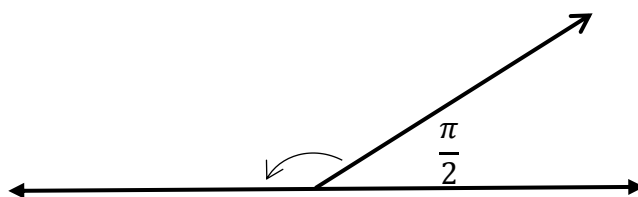
Guía del Estudiante

Actividad 3

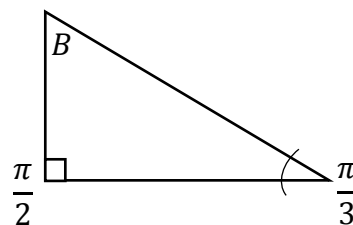
(Hoja de Trabajo)

A. Contesta cada ejercicio.

1) Halla la medida del ángulo suplementario al dado en radianes.



2) En el triángulo busca la medida del ángulo B en radianes.



3) Cambia las medidas de ángulos dadas a radianes.

- a. 120°
- b. 270°
- c. 30°
- d. 80°

4) ¿Cuánto mide en radianes un ángulo de 70° , resuelve estableciendo una proporción?

5) Cambia las medidas de ángulos dadas a grados.

- a. $\frac{2\pi}{3}$
- b. $\frac{\pi}{3}$
- c. $\frac{7\pi}{6}$
- d. $\frac{11\pi}{6}$

B. Cada grupo que trabajó el organizador gráfico se reunirá nuevamente, añadan lo aprendido en la lección.