

**PROBABILIDAD**  
**GUÍA DEL MAESTRO**

**Autor:** Dr. Edwin Morera González

**Materia:** Matemáticas **Nivel:** 7-9

**Concepto principal:** Estadística

**Conceptos secundarios:** Datos, población, parámetro, estadístico, censo y muestra

**Conocimiento previo:** Conjunto, subconjunto, diagrama de Venn y operaciones con conjuntos

**Objetivos específicos:** Durante la actividad los participantes:

1. definen los siguientes conceptos:
  - a. experimento
  - b. espacio muestral
  - c. evento simple
  - d. evento compuesto
  - e. eventos mutuamente exclusivos
  - f. probabilidad teórica
  - g. probabilidad empírica (experimental)
2. determinan el espacio muestral de un experimento utilizando un diagrama de árbol.
3. determinan el espacio muestral de un experimento utilizando tablas.
4. utilizan el Principio Fundamental de conteo para determinar el número de casos posibles.
5. determinan la probabilidad teórica de un suceso simple.
6. determinan la probabilidad empírica (experimental) de un suceso simple.
7. determinan la probabilidad teórica de un suceso compuesto.
8. determinan la probabilidad empírica (experimental) de un suceso compuesto.

**ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADORES POR GRADO**

**ESTÁNDAR DE CONTENIDO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD**

El estudiante es capaz de utilizar diferentes métodos de recopilar, organizar, interpretar y presentar datos para hacer inferencias y conclusiones.

**Séptimo**

16.0 Formula preguntas sobre poblaciones pequeñas que pueden contestarse por medio de la recolección y análisis de datos de dos variables, diseños relacionados con investigaciones de datos y la recolección de datos.

E.RD.7.16.1 Formula una pregunta simple que involucre dos atributos.

E.RD.7.16.2 Define una pequeña población donde los datos pueden ser recolectados para contestar una pregunta.

E.RD.7.16.3 Identifica, selecciona, crea y utiliza varias formas de representar conjuntos de datos.

E.RD.7.16.4 Identifica dos atributos donde recolectar los datos, decide cómo medir estos atributos para responder la pregunta formulada y determina el proceso de recolección de datos.

17.0 Organiza y resume datos de dos variables, examina los datos de estos atributos y clasifica cada atributo como variable categórica o variable numérica.

- E.RD.7.17.1 Clasifica cada atributo como variable cuantitativa o cualitativa
- E.AD.7.17.2 Describe la distribución de cada atributo separadamente utilizando las gráficas apropiadas, (incluyendo diagramas de tallo y hoja, histogramas, diagramas de caja y resumen estadístico, incluyendo rango intercuartil.
- E.RD.7.17.3 Identifica, describe y construye gráficas para representar datos de dos variables (tablas para dos variables, diagramas de caja paralela, diagramas de tallo y hoja dobles para una variable categórica y una variable numérica; y diagramas de dispersión, con la línea de tendencia apropiada.
- E.AD.7.17.4 Explica las ventajas de las diferentes formas de representar datos.
- E.AD.7.17.5 Describe la relación entre dos variables y los efectos de los extremos en las relaciones observadas.
- 18.0 Interpreta los resultados y comunica las conclusiones de los análisis de datos de dos variables para contestar la pregunta formulada utilizando los símbolos, notación y terminología apropiada.
- E.AD.7.18.1 Interpreta y comunica las conclusiones de un análisis estadístico en dos variables en el contexto de la pregunta formulada utilizando la terminología apropiada.
- E.AD.7.18.2 Identifica gráficas engañosas
- 19.0 Determina el espacio muestral para un experimento y determina, cuando sea posible, la probabilidad teórica para un evento definido en el espacio muestral. Describe y aplica la Regla de la Suma de probabilidades.
- E.PR.7.19.1 Determina el espacio muestral para un experimento y utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles.
- E.PR.7.19.2 Identifica los eventos para un espacio muestral dado, representa relaciones entre los eventos usando diagramas de Venn y determina las probabilidades para eventos y sus complementos.
- E.PR.7.19.3 Describe y aplica la Regla de la Suma de probabilidades para eventos que son mutuamente exclusivos y eventos que no.

### Octavo

- 13.0 Formula preguntas que pueden atenderse a través de la recolección y análisis de datos obtenidos de una encuesta. Evalúa los resultados de una encuesta presentada en los medios de comunicación.
- E.RD.8.13.1 Formula una pregunta de interés y define los componentes claves que pueden atenderse a través de una encuesta.
- E.RD.8.13.2 Define la población, las variables que se medirán, y cómo se medirán e identifica los factores que pueden influir en los resultados de la encuesta.
- E.RD.8.13.3 Diseña cuestionarios.
- E.AD.8.13.4 Describe las técnicas para obtener muestras aleatorias simples de los miembros de una población.
- E.PR.8.13.5 Identifica situaciones donde un muestreo aleatorio estratificado de una población sería preferible a un muestreo aleatorio simple.
- E.PR.8.13.6 Identifica y describe las diferencias entre una muestra y un censo, y explica las ventajas y desventajas de cada uno.
- E.PR.8.13.7 Diseña e implementa la selección de una muestra aleatoria simple de una población, recolecta y organiza los datos; representa los datos en tablas y gráficas y resume los datos por medio de medidas de tendencia central y dispersión (incluyendo desviación absoluta media).
- E.RD.8.13.8 Describe como el método de seleccionar los sujetos para una muestra y los métodos de medición de los resultados afectan los resultados de la encuesta. Explica como pueden surgir sesgos de los errores de muestreo y errores de medición.
- E.AD.8.13.9 Examina los resultados de las encuestas presentadas en los medios de

comunicación, discutiendo y evaluando cómo la muestra fue seleccionada de la población y los métodos utilizados para medirla, recolectarla y representarla. Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.

14.0 Analiza, resume y compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias y del censo, usando resúmenes estadísticos y una variedad de representaciones gráficas para comunicar sus hallazgos.

E.AD.8.14.1 Compara las medidas de tendencia central y dispersión obtenidos de los datos de la muestra de una población (estadística) con las medidas de centro y dispersión obtenidos de los datos de un censo de la población (parámetros). Observa que los medios de la muestra tienden a acercarse a la media de la población a medida que le tamaño de la muestra aumente.

E.AD.8.14.2 Reconoce que las medidas de tendencia central y dispersión obtenidas de muestras aleatorias pueden diferir de muestra a muestra aún si se obtienen de la misma población y tienen el mismo número de observaciones.

E.AD.8.14.3 Distingue entre métodos de muestreo aleatorio y no aleatorio. Compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias simples de la misma población; discute cómo y por qué los resultados pueden diferir debido a fuentes potenciales de sesgos en las muestras.

### Noveno

9.0 Determina el espacio muestral de un experimento, y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).

E.PR.9.9.1 Utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles en un espacio muestral para un experimento.

E.PR.9.9.2 Emplea estrategias sistemáticas de conteo, como la Propiedad Fundamental de Conteo, para determinar el número de resultados posibles.

E.PR.9.9.3 Distingue entre sucesos compuestos dependientes e independientes y explica la idea de probabilidad condicional.

E.PR.9.9.4 Diseña y utiliza árboles, tablas, modelos de área y otras representaciones para calcular la probabilidad de sucesos compuestos cuando los sucesos son independientes y cuando no lo son.

E.PR.9.9.5 Describe y aplica la regla de multiplicación para probabilidad para calcular probabilidades para sucesos compuestos dependientes y para independientes.

10.0 Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.

E.PR.9.10.1 Describe una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema, seleccionando un instrumento para generar los resultados, define intento, y especifica el número de intentos; y conduce la simulación.

E.PR.9.10.2 Resume datos de una simulación usando los resúmenes numéricos y las gráficas apropiadas, desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística del mundo real, y discute el efecto de un número de intentos en la probabilidad estimada de un evento.

E.PR.9.10.3 Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que aumenta el número de intentos.

11.0 Analiza datos numéricos en dos variables, representando estos datos con diagramas de dispersión apropiadas y traza la línea de mejor ajuste.

E.AD.9.11.1 Juzga si el diagrama de dispersión aparenta demostrar tendencias lineales, y si es así, traza la línea de mejor ajuste y escribe la ecuación de esta línea; usa la ecuación para establecer predicciones; e interpreta la pendiente de la línea en el

contexto del problema.

E.AD.9.11.2 Calcula la línea de mejor ajuste, a mano para modelar una relación representada en un diagrama de dispersión, e interpreta la pendiente e intercepto en términos del contexto del problema.

## TRASFONDO

Cada día nos vemos en situaciones de riesgo. Esto es, la posibilidad o probabilidad de que ocurra un evento perjudicial. El riesgo asume diversas formas, ya sean las sustancias químicas dañinas que están en el ambiente, o por diversos comportamientos que pudieran implicar consecuencias perjudiciales. En la siguiente lista aparecen ciertas actividades que aumentan en una posibilidad en un millón el riesgo de morir.

Fumar 1.4 cigarrillos
Pasar una hora en una mina de carbón
Vivir 2 días en Nueva York o Boston
Comer 40 cucharaditas de crema de maní
Vivir dos meses con un fumador
Volar a 1600 km en un avión a propulsión
Recorrer 480 km en un automóvil
Conducir a 16 km en una bicicleta

Nuestra sociedad dedica un enorme esfuerzo a evaluar el riesgo. En un mundo ideal, viviríamos con un índice de riesgo igual a cero. Pero en el mundo que vivimos casi cualquier acción nos expone a alguna clase de riesgo. Por ejemplo, en el fútbol (soccer) se acostumbra a “cabecear” el balón. Cuando la revista *Science News* analizó las posibilidades de sufrir daño cerebral como consecuencia de esta práctica, se dice que un doctor les aseguró a las mamás y papás que “conducir al campo de fútbol en sus autos era al menos 100 veces más peligroso que practicar ese deporte”.

Conocer la probabilidad nos permite ponerle cifras a la eventualidad de sufrir riesgos como los mencionados anteriormente. Gracias a este conocimiento, cada persona está mejor capacitada para mantener en perspectiva los distintos riesgos y tomar decisiones mejor fundamentadas de sus vidas.

## Glosario:

**Fenómeno determinista:** Fenómeno que se puede predecir de forma exacta con base en la información con que se cuenta. Por ejemplo, si una libra de papas cuesta \$0.75, entonces cuánto cuestan 10 libras.

**Fenómeno aleatorio:** Fenómeno que fluctúa de tal manera que su valor en un día determinado no puede predecirse de manera exacta con la información de que se dispone. Por ejemplo, cuántas libras de papas se venderán en el supermercado en un día.

**Experimento aleatorio:** Cualquier observación, o medida, de un *fenómeno aleatorio*. Ejemplos, se lanza una moneda, se lanza un dado o la frecuencia que se observa un ítem defectuoso en una línea de ensamblaje.

**Resultados:** Efectos posibles obtenidos del experimento.

**Espacio muestral:** Conjunto de todos los resultados posibles de un experimento.

**Evento:** Cualquier subconjunto del espacio muestral.

**Evento simple:** Es un evento que no puede desglosarse en componentes más simples.

**Evento compuesto:** Es un evento que combina dos o más eventos simples.

**Eventos mutuamente exclusivos:** Los eventos A y B son mutuamente exclusivos cuando ambos eventos No pueden ocurrir juntos.

**Probabilidad teórica:** Si todos los resultados en un espacio muestral S son igualmente probables, y E es un evento en ese espacio muestral, entonces la **probabilidad teórica** del evento E está dada por

$$P(E) = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de resultados}}.$$

**Probabilidad empírica:** Si E es un evento que puede ocurrir cuando se realiza un experimento, entonces la **probabilidad empírica** del evento E está dada por

$$P(E) = \frac{\text{Número de veces que ocurre el evento E}}{\text{Número de veces que se realizó el experimento}}$$

### Materiales y equipo:

1. papelotes
2. marcadores
3. cinta adhesiva
4. calculadoras gráficas *TI-84 Plus*
5. computadora
6. proyector digital (*Infocus*)
7. dados
8. 5 juegos de cartas de poker

### PROCESO EDUCATIVO

- I. Pre y Pos prueba  
Se evaluará el conocimiento de los participantes antes de la capacitación con la Preprueba y el conocimiento después con la Posprueba (documentos adjuntos).

## II. Assessment Continuo

1. Obviamente la preprueba y la posprueba son parte del assessment de la capacitación. Es la primera ayuda al capacitador para tomar decisiones acerca del conocimiento que tiene el participante del tema y de las próximas actividades que llevará a cabo. Mientras la posprueba ayuda al capacitador a tomar decisiones de la necesidad de re enseñanza en próximas capacitaciones.
2. Las hojas de trabajo, el capacitador las utilizará como assessment. Los participantes estarán cotejando su aprendizaje en la medida que se discutan las mismas en grupo grande. Además, el capacitador las corrige y las utilizarlas para tomar decisiones.
3. Durante todas las actividades el capacitador estará haciendo observaciones mientras se mueve entre las parejas, cuando los participantes discuten con su pareja y cuando presentan sus respuestas a las preguntas. Esto le permite hacer conclusiones del aprendizaje de éstos y los próximos pasos a seguir.

### INICIO: *Explorando las concepciones previas*

- I. La actividad está diseñada para indagar el conocimiento que tienen los participantes acerca del concepto probabilidad.
  1. Se dividen los maestros en cuatro grupos y se le pide que en un papelote desarrollen un organizador gráfico alrededor del concepto probabilidad.
- II. Cada grupo presenta su organizador gráfico al grupo grande. El capacitador y los participantes no pasarán juicio sobre el organizador gráfico. El capacitador estará observando los organizadores e identificará concepciones erróneas, si las hay, para luego a través de la capacitación hacer énfasis en las mismas y corregirlas. En el cierre de la capacitación los participantes volverán a revisar los organizadores y harán los arreglos pertinentes. De esta forma tendrán la oportunidad de percatarse de los posibles errores y corregirlos, mientras el capacitador tendrá un assessment final.

## DESARROLLO

### **Actividad 1: Espacio Muestral**

- 1) El capacitador plantea la siguiente situación: **Luis lanza un dado legal**, y pregunta ¿Qué puede ocurrir cuando se lanza el dado? La contestación es que salga el número 1 o el 2 o el 3 o el 4 o el 5 o el 6. Es importante que el capacitador enfatice que el dado tiene que ser legal, esto es, todos los números tienen la misma posibilidad de salir.
- 2) El capacitador explica que lanzar el dado es un experimento y el conjunto de todas las posibilidades es el espacio muestral del experimento.
- 3) El capacitador define los conceptos experimento, espacio muestral y evento (ver definiciones).
- 4) El capacitador plantea la siguiente situación: **Luis lanza una moneda y luego un dado**. Le pide a los participantes que determinen el espacio muestral del experimento. Luego de 10 minutos discute con los participantes las diferentes formas de determinar el espacio muestral y describe como hacer diagrama de árbol para determinarlo.
- 5) El capacitador reparte la Hoja de Trabajo 1 (HT1) y discute con los participantes las instrucciones. Mientras los grupos resuelven los problemas el capacitador contesta preguntas y se asegura que los grupos trabajen colaborativamente. (Las contestaciones se



encuentran en el documento Hoja de Trabajo 1: Soluciones)

- 6) El capacitador discute los resultados de la HT1 en grupo grande.

Nota:

Ya desde los siglos XV y XVI se estudiaban en Italia algunas matemáticas de probabilidad relacionadas con juegos de azar, pero no fue hasta 1654 cuando surgió una teoría matemática sistemática del azar. En este año, dos matemáticos franceses, Pierre de Fermat (1601-1665) y Blaise Pascal (1623-1662), intercambiaban correspondencia en relación con el problema planteado por un aristócrata y jugador conocido como Caballero de Meré: *Si los dos jugadores se ven forzados a terminar el juego antes de que cada jugador finalice, ¿cómo se debe repartir la apuesta?* Pascal y Fermat resolvieron el problema ideando métodos básicos para determinar la oportunidad, o probabilidad, que cada jugador tenía de ganar.

### Actividad 2: Evento simple vs Evento compuesto

- 1) El capacitador plantea el siguiente problema: Luis está jugando en una “pica” de caballitos de madera. ¿Cuál es el espacio muestral? Permite que los participantes contesten la pregunta. Contestación {C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24}. C1 significa caballo con el número 1 y así sucesivamente.
- 2) El capacitador explica que los elementos del espacio muestral se conocen como eventos simples. Por ejemplo si Luis apuesta al C5 la única forma que él ganará es si sale el C5. Los eventos simples NO se pueden desglosar en componentes más simples.
- 3) El capacitador define evento compuesto, como un evento que combina dos o más eventos simples. Por ejemplo si otra persona esta jugando en la “pica” y juega la cuarta del C21, esto es juega C17, C18, C21 y el C22, el puede ganar si sale cualquiera de los cuatro.
- 4) El capacitador reparte la Hoja de Trabajo 2 (HT2) y discute con los participantes las instrucciones. Mientras los grupos resuelven los problemas el capacitador contesta preguntas y se asegura que los grupos trabajen colaborativamente. (Las contestaciones se encuentran en el documento Hoja de Trabajo 2: Soluciones)
- 5) El capacitador discute los resultados de la HT2 en grupo grande.

### Actividad 3: Definiendo probabilidad

- 1) La probabilidad de que un evento ocurra, siendo ésta una medida numérica de la verosimilitud del evento, se determina de dos formas: **empíricamente** (de manera experimental) o **teóricamente** (de forma matemática). El capacitador discute los siguientes ejemplos para que los participantes puedan comprender la diferencia entre las dos formas de determinar la probabilidad.
  - i. Ejemplo 1: Determine la probabilidad de que al lanzar una moneda al aire caiga con la cara hacia arriba. En el ejemplo asumiremos que cara o cruz

son igualmente probables, para enfatizar esta suposición diremos que la moneda es “legal”. Contestación: este experimento consiste en lanzar una moneda legal, note que el espacio muestral puede denotarse por  $S = \{c, x\}$  (c representa cara y x representa cruz) y el evento cuya probabilidad buscamos es  $E = \{c\}$ . Como uno de los dos resultados posibles es cara, la probabilidad es  $\frac{1}{2}$ , esto es, Probabilidad (cara) =  $\frac{1}{2}$ , que se expresa como  $P(c) = \frac{1}{2}$  o  $P(E) = \frac{1}{2}$ .

- ii. Ejemplo 2: Si se lanza una taza de polietileno, determine la probabilidad de que caiga hacia arriba. Notemos que cuando lanzamos una taza esta puede caer de lado, hacia arriba o hacia abajo. Intuitivamente, nos parecería probable que una taza caiga de lado con mucha más frecuencia que hacia arriba o hacia abajo. Lo que no queda claro es exactamente qué tan a menudo (note que los tres eventos NO son igualmente probables). Para darnos una idea, realizamos el experimento de lanzar 50 veces una taza de ese tipo. Cayó de lado 44 veces, boca abajo 5 veces y hacia arriba sólo 1 vez. Por la frecuencia de “éxitos” en este experimento, concluimos que
- $$P(\text{arriba}) = \frac{1}{50}.$$

- 2) En el ejemplo 1, que implica lanzar una moneda legal, el número de resultados posibles era obviamente dos, ambos igualmente probables, y uno de ellos era cara. No se requirió un experimento real. La probabilidad deseada se obtuvo **teóricamente**. Las probabilidades teóricas se aplican a toda clase de juegos de azar (dados, cartas, ruletas, lotería, etc.).
- 3) El capacitador define probabilidad teórica y probabilidad empírica (véase el glosario).

## Actividad 4: Probabilidad Teórica

- 1) El capacitador discute los siguientes problemas:
- 2) Evelyn Vázquez quiere tener sólo dos hijas. Suponiendo que las probabilidades de tener un niño o una niña son iguales, determine la probabilidad de éxito en cada uno de los siguientes casos:
- 3) En total tiene dos partos. En este caso, suponer que hay una igualdad de probabilidades permite el uso de la probabilidad teórica. Para determinar el espacio muestral podemos hacer una tabla.

Primer parto	Segundo parto	Resultados
M	M	MM
	H	MH
H	M	HM
	H	HH



- 4) Note que el espacio muestral (M es niño y H es niña) tiene cuatro posibilidades y de esas solamente una es favorables, por lo tanto, al utilizar la fórmula de probabilidad teórica obtenemos  $P(E) = \frac{1}{4}$ .
- 5) En total tiene tres partos. En el caso de tres partos el espacio muestral es el siguiente {MMM, MMH, MHM, MHH, HMM, HMH, HHM, HHH} y tiene ocho posibilidades de las cuales tres son favorables (tener solo dos hijas), por lo tanto,  $P(E) = \frac{3}{8}$ .
- 6) El capacitador reparte la Hoja de Trabajo 3 (HT3) y discute con los participantes las instrucciones. Mientras los grupos resuelven los problemas el capacitador contesta preguntas y se asegura que los grupos trabajen colaborativamente. (Las contestaciones se encuentran en el documento Hoja de Trabajo 3: Soluciones)
- 7) El capacitador discute los resultados de la HT3 en grupo grande.

### Actividad 5: Probabilidad Empírica

- 1) El capacitador discute los siguientes problemas:
  - i. En el año 2000, nacieron en EU 2,077,000 hombres y 1,982,000 mujeres. Si una persona fue seleccionada al aleatoriamente de los registros de nacimientos de ese año, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido hombre? Contestación: ya que la probabilidades de que nazcan hombres o mujeres no son iguales, y tenemos información específica experimental que respalda este hecho, lo que hay que hacer es calcular la probabilidad empírica, esto es,

$$P(\text{hombre}) = \frac{\text{número de nacimientos de var ones}}{\text{número total de nacimientos}} = \frac{2,077,000}{2,077,00 + 1,982,000} \approx 0.512$$

- ii. La siguiente tabla resume las diferentes clases de posibles manos de cinco cartas en el juego de póquer:

Evento E	Número de resultados en que ocurre E
Escalera real	4
Escalera de color	36
Póquer	624
Full	3744
Color	5108
Escalera	10,200
Trio	54,912
Dos pares	123,552
Un par	1,098,240
Nada	1,302,540
Total	2,598,960

Determine las siguientes probabilidades:

- De obtener un full. Contestación:

$$P(\text{full}) = \frac{3774}{2,598,960} = \frac{6}{4165} \approx 0.00144058$$

- De obtener una escalera real. Contestación:

$$P(\text{escalera real}) = \frac{4}{2,598,960} = \frac{1}{649,740} \approx 0.00000154$$

El capacitador reparte la Hoja de Trabajo 4 (HT4) y discute con los participantes las instrucciones. Mientras los grupos resuelven los problemas el capacitador contesta preguntas y se asegura que los grupos trabajen colaborativamente. (Las contestaciones se encuentran en el documento Hoja de Trabajo 4: Soluciones)

- 2) El capacitador discute los resultados de la HT4 en grupo grande.

### **Actividad 6: Propiedades de la probabilidad**

- 1) El capacitador discute las propiedades de la probabilidad:
  - i. Sea E un evento en el espacio muestral S. Esto es, E es un subconjunto de S. Entonces se presentan las siguientes propiedades:
    - $0 \leq P(E) \leq 1$
    - $P(\emptyset) = 0$  (La probabilidad de un evento imposible es 0)
    - $P(S) = 1$  (La probabilidad de un evento seguro es 1)
- 2) El capacitador discute el siguiente problema: Se lanza un dado no cargado, determine la probabilidad de que ocurra cada uno de los siguientes eventos:
  - ii. Salga el número 2. Contestación:  $P(2) = 1/6$
  - iii. Salga el número 7. Contestación:  $P(7) = 0$
  - iv. Salga un número menor que 7.  $P(E) = 1$ .

### **Actividad 7: Regla de la suma**

- 1) La regla de la suma nos permite calcular la probabilidad de que ocurra un evento A o un evento B (o de que ambos ocurran), como único resultado de un procedimiento. La palabra clave que debemos recordar es **o**. La notación de la regla de la suma es la siguiente:  $P(A \text{ o } B) = P(\text{ocurre el suceso A u ocurre el suceso B o ambos ocurren})$ .

2) El capacitador plantea el siguiente problema: Se lanza un dado no cargado, determine los siguientes:

- a. La probabilidad que salga un número par. Contestación:  $P(\text{par}) = 3/6 = 1/2$ .
- b. La probabilidad de que salga un número mayor a 4.  $P(>4) = 2/6 = 1/3$ .
- c. La probabilidad de que salga un número par o mayor a 4.  $P(\text{par o } >4)$ . El capacitador explica que hay tres números pares y dos números mayores que 4. Note que sería erróneo sumar los números pares con los números mayores que 4 para calcular la probabilidad de que salga par o mayor que 4, pues el número seis es par y mayor que 4, estarías contando el número seis dos veces. Puesto que cuatro de los seis números son “pares o mayores que 4”, la probabilidad de que salga un número par o mayor que 4 es  $4/6$ . Esto es,  $P(\text{par o } >4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

3) El ejemplo anterior sugiere una regla general por medio de la cual sumamos el número de resultados que corresponden a cada uno de los sucesos en cuestión: **Para calcular la probabilidad de que un suceso A ocurra o un suceso B ocurra, calcule el número total de formas en que A puede ocurrir y el número de formas en que B puede ocurrir, pero calcule ese total de tal forma que ningún resultado se cuente más de una vez.**

4) El capacitador explica la Regla de la Suma:  $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$ , utilizando Diagramas de Venn.

5) El capacitador discute el siguiente problema utilizando la Regla de la Suma: Se saca una carta al azar de un paquete de cartas de póquer. Determina la probabilidad de ocurran los siguientes eventos:

- i. Sacar una figura o una espada. Contestación:  $P(\text{figura o una espada}) = P(\text{figura}) + P(\text{espada}) - P(\text{figura y espada}) = 12/52 + 13/52 - 3/12 = 22/52 = 11/26$ .
- ii. Sacar una As o un diamante. Contestación:  $P(\text{As o diamante}) = P(\text{As}) + P(\text{diamante}) - P(\text{As y diamante}) = 4/52 + 13/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13$ .
- iii. Sacar una J o un 7. Contestación:  $P(J \text{ o } 7) = P(J) + P(7) - P(J \text{ y } 7) = 4/52 + 4/52 - 0/52 = 8/52 = 2/13$ .

6) El capacitador utiliza la parte c del ejemplo anterior para definir eventos mutuamente exclusivos (mutuamente excluyentes) (ver glosario). Note que es imposible que cuando sacamos una carta esta sea una J y a la vez sea un 7, esto es,  $P(J \text{ y } 7) = 0$ . Cuando dos eventos NO pueden ocurrir a la vez decimos que son mutuamente exclusivos. El capacitador utiliza Diagramas de Venn para mostrarlo.

- 7) El capacitador reparte la Hoja de Trabajo 5 (HT5) y discute con los participantes las instrucciones. Mientras los grupos resuelven los problemas el capacitador contesta preguntas y se asegura que los grupos trabajen colaborativamente. (Las contestaciones se encuentran en el documento Hoja de Trabajo 5: Soluciones)
- 8) El capacitador discute los resultados de la HT5 en grupo grande.

## **CIERRE**

- 1) Retomar los organizadores gráficos desarrollados en el inicio para reflexionar acerca de los aprendizajes en la capacitación (*assessment* final). Se le permite a los participantes que vuelvan a los organizadores gráficos y hagan los cambios que sean pertinentes. Se discute con los participantes los cambios propuestos y la razón por qué los hicieron.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Bello, Ignacio (2009). *Matemáticas Básicas Universitarias*. McGraw-Hill, México.

Departamento de Educación (2011). *Estándares de Contenido y Expectativas de Grado: Programa de Matemáticas*.

Triola, Mario F. (2002). *Estadística*. Pearson, México.