

**GUÍA DEL MAESTRO**

**VOLUMEN**

**AUTOR:** Prof. Raúl E. Marrero Luna

**MATERIA:** Matemáticas

**NIVEL:** 4-6

**CONCEPTO PRINCIPAL:** Volumen

**CONCEPTOS SECUNDARIOS:** cubo, prisma rectangular, pirámide rectangular, prisma triangular y cilindros

**CONOCIMIENTO PREVIO:** Unidades cúbicas, paralelogramo, cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, ancho, largo, unidades de medidas, longitud, base, altura, radio, diámetro, cubo, cilindro, prisma rectangular y prisma triangular.

**OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

Mediante las experiencias de aprendizaje, los participantes:

- medirán segmentos utilizando instrumentos de medición.
- calcularán el volumen de figuras tridimensionales.
- compararán el volumen entre figuras.
- resolverán situaciones que involucren volumen de figuras.
- determinarán el volumen y el área de superficie de prismas rectangulares utilizando manipulativos, e instrumentos de medición.
- determinarán el área de superficie de prismas triangulares y cilindros utilizando manipulativos e instrumentos de medición.

**ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADORES POR GRADO**

**Cuarto Grado**

**ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN**

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

10.0 ATRIBUTOS DE LAS FIGURAS. Mide las propiedades físicas de las figuras.

M.TM.4.10.1 Compara objetos con respecto a una propiedad dada como longitud, perímetro, área, volumen y tiempo transcurrido y temperatura.

M.TM.4.10.2 Estima el perímetro, el área y el volumen de figuras irregulares.

M.UM.4.10.3 Selecciona el instrumento apropiado de medida.

**Quinto Grado**

**ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN**

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

11.0 ÁREA Y VOLUMEN. Estima y calcula el área y volumen de objetos.

M.TM.5.11.1 Distingue los conceptos de perímetro, área, longitud, volumen, peso y medida de un ángulo, para seleccionar la unidad de medida más apropiada.

M.TM.5.11.2 Desarrolla y usa la fórmula para el área de un triángulo y de un paralelogramo comparándolas con la fórmula del área de un rectángulo y utiliza estrategias de estimación de perímetro, área y volumen de figuras irregulares.

M.TM.5.11.3 Determina el área de superficie de cubos y prismas rectangulares.

## Sexto Grado

### ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

13.0 LONGITUD, PÉRIMETRO, AREA, VOLUMEN. Distingue entre área y longitud, aplica las fórmulas para hallar el perímetro/circunferencia y el área de triángulos, cuadriláteros, círculos y las figuras compuestas por estas figuras.

M.TM.6.13.4 Determina y estima la longitud, el perímetro, el área, el volumen, la circunferencia, la medida de ángulos, el peso, la hora y la temperatura.

M.UM.6.13.5 Aplica los conceptos de perímetro y área.

M.TM.6.13.7 Utiliza las fórmulas para hallar el área de superficie y el volumen de prismas triangulares, cilindros y sólidos rectangulares.

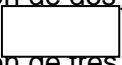
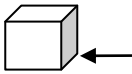

## TRASFONDO

El volumen es una magnitud definida como el espacio ocupado por un objeto. Según Roque, C. (s. f.) lo define como aquella magnitud física que nos mide la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo. Por tanto todos los cuerpos tienen volumen y ocupan espacio. Cuando se utiliza esta propiedad, se da por hecho que el interior de ese cuerpo no es hueco, sino sólido. Es decir, que dentro de él no cabe nada. Durante el desarrollo de las actividades de este taller se estará trabajando el concepto volumen desde la utilización de unidades cúbicas para medir el volumen de figuras tridimensionales, instrumentos de medición y el desarrollo y uso de fórmula para calcular volumen.

## GLOSARIO

- **Altura de un paralelogramo:** segmento perpendicular a la base con extremos en la base y en el lado opuesto ( o en la recta que lo contiene) .
- **Altura de un triángulo:** segmento desde cualquier vértice perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.
- **Área de lateral de un cilindro recto:** es igual al producto de la circunferencia,  $C$ , de una base y la altura,  $h$ . Esto es:  $A.L. = Ch$  o  $A.L. = 2\pi rh$
- **Área de una región poligonal:** un número positivo único que corresponde a la región poligonal.
- **Área lateral de un prisma:** la suma de las áreas de sus caras laterales.
- **Área lateral de un prisma:** la suma de las áreas de sus caras laterales.
- **Área total de un prisma:** la suma de las áreas de su área lateral y de sus bases.
- **Área total de un prisma:** la suma de las áreas de su área lateral y de sus bases.
- **Área:** es la medida de la superficie que ocupa una figura cerrada.
- **Base:** El nombre que se le da a un polígono o una superficie de una figura tridimensional. En un prisma las bases son las caras paralelas y congruentes.
- **Cilindro circular recto:** Figura tridimensional cuyas bases son círculos paralelos y congruentes.

- **Cuadrado:** es un cuadrilátero con todos sus lados de la misma longitud y con todos sus ángulos rectos.
- **Fórmula de área de triángulo:** es igual a la mitad del producto de la longitud,  $b$ , de una base y de la altura correspondiente,  $h$ .  $A = \frac{1}{2}bh$  o  $A = \frac{bh}{2}$
- **Fórmula de área de un círculo:** es igual al producto de  $\pi$  y el cuadrado del radio,  $r$ , del círculo.  
 $A = \pi r^2$
- **Fórmula de área de un paralelogramo:** es igual al producto de la longitud,  $b$ , de una base y de la altura correspondiente,  $h$ .  $A = bh$
- **Fórmula de área de un rectángulo:** es igual al producto de la longitud,  $b$ , de una base y de la altura correspondiente,  $h$ . ( $A = bh$ ). También se utiliza el producto de la medida del largo ( $l$ ) y el ancho ( $a$ ).  $A = l \times a$
- **Fórmula de circunferencia de un círculo:** es igual al producto de  $\pi$  y el diámetro,  $d$ .  $C = \pi d$  o  $C = 2\pi r$ .
- **Fórmula de volumen de un cilindro:** es igual al producto de  $\pi$ , el cuadrado del radio ( $r$ ) y la altura ( $h$ ).  $V = \pi r^2 h$
- **Fórmula de volumen de un cono:** es igual a una tercera parte del producto de  $\pi$ , el cuadrado del radio ( $r$ ) y la altura ( $h$ ).  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- **Fórmula de volumen de una pirámide rectangular:** es igual a una tercera parte del ancho ( $a$ ) y el largo ( $l$ ) de la base y la altura ( $h$ ).  $V = \frac{1}{3} (a)(l)(h)$
- **Fórmula de volumen de un prisma rectangular:** es igual al producto del ancho ( $a$ ) y el largo ( $l$ ) de la base y la altura ( $h$ )  $V = (a)(l)(h) = a \times l \times h$
- **Paralelogramo:** es un cuadrilátero con sus dos pares de lados opuestos paralelos.
- **Perímetro:** es la medida de la longitud del contorno o borde de una figura cerrada.
- **Rectángulo:** es un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos. Los lados opuestos de un rectángulo son congruentes (tienen la misma longitud) y son paralelos.
- **Red:** es una figura bidimensional que se puede doblar y formar una figura tridimensional.
- **Rombo:** es un paralelogramo con sus cuatro lados de la misma longitud, o congruentes.
- **Romboide:** cuadrilátero dos pares distintos de lados congruentes adyacentes (consecutivos).
- **Trapezio isósceles:** es un trapezio en el que los lados no paralelos son congruentes.
- **Trapezio rectángulo:** es un trapezio donde uno de los lados es perpendicular a los lados paralelos.
- **Trapezio:** es un cuadrilátero con uno, y solo un par de lados paralelos.
- **Trapezoide:** es un cuadrilátero donde todos los lados no son paralelos, ni congruentes.
- **Unidad cuadrada:** es la unidad para medir área como metro cuadrado o pie cuadrado.
- **Unidad lineal:** es la unidad para medir perímetro como metro, pie, pulgada, centímetro.
- **Unidad cúbica:** es la unidad para medir volumen como metro cúbico, pie cúbico.
- **Volumen:** cantidad de unidades cúbicas necesaria para llenar el espacio limitado por una figura tridimensional.

No.	Concepto	Definición
1	Cono	Figura tridimensional que tiene una base circular y un vértice.
2	Cilindro(Circular Recto)	Figura tridimensional cuyas bases son círculos paralelos y congruentes.
3	Esfera	Conjunto de todos los puntos en el espacio que están a una distancia fija desde un punto dado. El punto dado se conoce como el centro de la esfera.
4	Prisma	Figura tridimensional cuyas bases son polígonos paralelos y congruentes y sus caras son paralelogramos. EL nombre del prisma se lo dan las figuras que forman sus bases, es decir: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ prisma triangular</li> <li>○ prisma rectangular</li> <li>○ prisma pentagonal</li> <li>○ prisma hexagonal</li> </ul>
5	Pirámide	Figura tridimensional cuya base es un polígono cuyas caras son triángulos con un vértice común. EL nombre de la pirámide se lo da la figura que forma su base, es decir: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ pirámide triangular</li> <li>○ pirámide rectangular</li> <li>○ pirámide pentagonal</li> <li>○ pirámide hexagonal</li> </ul>
6	Vértice	Punto de intersección de dos lados de una figura plana.  Punto de intersección de tres caras de una figura tridimensional.  Intersección de los dos rayos que forman un ángulo. 
7	Cara	Superficie plana de una figura tridimensional.
8	Aristas	Intersección de dos caras de un poliedro.
9	Base	El nombre que se le da a un polígono o una superficie de una figura tridimensional. En un prisma las bases son las caras paralelas y congruentes.
10	Poliedro	Figura de tres dimensiones compuestas por polígonos.
11	Tetraedro	Figura tridimensional compuestas por cuatro caras triangulares congruentes.

## **MATERIALES**

- tijeras (1 por participante)
- proyector de data y video
- proyector vertical
- calculadora TI-15 (1 por participante)
- reglas calibradas en pulgadas y centímetros (1 por participante)
- papel cuadriculado de 1 cm ( 3 por participantes en cover stock)
- papel cuadriculado de 1 pulgada ( 1 por participantes en cover stock)
- patrón del cilindro ( 1 por participante en cover stock)
- papel en blanco (1 resma)
- cubos de 1 cm cúbico (1 ó 2 set por cada grupo)
- cajas de cartón de diferentes tamaños (5 por cada grupo)
- manipulativo zometool (1 kit por cada grupo)
- lápices de colores ( 1 ó 2 cajas por cada grupo)
- cinta adhesiva transparente. (1 ó 2 por cada grupo)
- cinta adhesiva (1 ó 2 por capacitador)
- marcadores permanentes (1 set por cada grupo)
- papelotes(1 libretón)o cartulina (2 por grupo)
- kit de figuras tridimensionales “foldinggeometricshapes” (1 set por grupo)
- papel construcción (un paquete por capacitador que contenga al menos 36 hojas)
- cubos conectores de 1 pulgada (1 set por grupo)
- gravilla o piedra de pecera (1 por capacitador)
- metros (12 por capacitador)
- yardas o varillas de madera (*hardwoodsquares* 36”) (16 por capacitador)

## **PRE-PRUEBA**

Cada participante contestará la pre prueba de manera individual (20 minutos).

## **PROCESO EDUCATIVO**

Luego de administrada la pre prueba y reflexionar acerca de los acuerdos de la capacitación (20 min), el capacitador formará equipos colaborativos, de cuatro participantes cada uno, para que trabajen en grupo. Cada grupo debe seleccionar un líder quien se encargará de recoger el consenso del grupo cuando terminen la actividad (es importante que en algún momento de la actividad se intercambien los roles, para así promover la participación activa y el liderato compartido entre los miembros del grupo).

### **INICIO**

#### **Actividad #1: Explorando el concepto Volumen**

**(Hoja de Trabajo#1)**

1. Forme grupos de 4 ó 5 participantes y pida que compartan ideas acerca de la forma en que trabajan el concepto volumen.

2. Reparta un papelote(cartulina) y marcadores, por grupo, para que preparen un Organizador Gráfico donde escribirán todo lo que conocen del concepto volumen.
3. Luego, invítelos a compartir sus ideas con el grupo grande.

**Nota al capacitador:** En esta actividad no se emitirá juicio de lo que se presente en los papelotes por ser un *assessment* para explorar el conocimiento previo, pero es importante el capacitador identifique, si detecta, algún error conceptual para que lo atienda durante la capacitación.

## DESARROLLO

En las siguientes actividades desarrollaremos métodos para calcular el volumen de sólidos como prismas rectangulares, triangulares y cilindros, área de superficie de cilindros y de prismas rectangulares y triangulares.

Muchos estudiantes no tienen la mínima idea de lo que representa un metro, centímetro, decímetro, pulgada, pie o yarda cúbica. El maestro cuenta con modelos del centímetro y decímetro cúbico. Estos se pueden mostrar haciendo énfasis en sus medidas. Es recomendable que los estudiantes construyan modelos de estas unidades cúbicas.

### Actividad # 2: A Construir unidades cúbicas

(Hoja de trabajo# 2)

Invite a los participantes realizar la **Hoja de Trabajo # 2**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones:

Utiliza instrumentos para medir longitudes como metros, yardas, pie. También papel cuadriculado (de: 1 cm; 1 pulgada), tijeras, cinta adhesiva (transparente y crema) y pega para preparar y en algunos casos recortar, con la ayuda de tus compañeros, la unidad cúbica asignada por el capacitador a cada subgrupo. Los lados de cada unidad cúbica medirán: un centímetro, un decímetro, una pulgada, un pie, una yarda, y un metro, respectivamente. Cada subgrupo presentará al grupo su modelo y brindará una descripción breve del mismo. Luego contestarán las preguntas a continuación. Después se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

1. Unidad cúbica asignada: \_\_\_\_\_

Descripción:

2. ¿Qué nombre le darías a cada modelo tridimensional?

Medida del lado del modelo	Nombre del modelo tridimensional (en palabras)	Representación numérica del modelo tridimensional (incluye las unidades)
Un metro		
Un decímetro		
Un centímetro		
Una yarda		
Un pie		
Una pulgada		

3. Ordena, de menor a mayor, los modelos tridimensionales de acuerdo al espacio que ocupa cada uno.

- ¿Cuál ocupa un espacio mayor?
- ¿Cuál ocupa un espacio menor?
- ¿Cuál es más grande, el metro cúbico o la yarda cúbica?
- ¿Cuál es mayor, el centímetro cúbico o la pulgada cúbica?

4. ¿Con qué nombre se conoce a la figura geométrica formada por todos los modelos tridimensionales contruidos en esta actividad?

## Parte II.

Instrucciones: El capacitador le entregará a cada subgrupo una caja (parecida al modelo que construyeron) y le pide que contesten las preguntas a continuación.

- Señala una arista, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su longitud?
- Señala una de las caras, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su área?
- Señala el interior de la caja, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su volumen?
- En general, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir el espacio que ocupa un objeto?
- Si utilizamos unidades de medidas estandarizadas como: centímetro, metro, pulgada, o yarda, para medir la longitud de un segmento o arista de una figura tridimensional ¿Cómo deben llamarse a las unidades correspondientes al espacio que ocupa la figura tridimensional?

**Actividad # 3: Volumen y Área de superficie**
**(Hoja de Trabajo # 3)**

Invite a los participantes a realizar la **Hoja de Trabajo # 3**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

**Parte I:**

Instrucciones:

1. A continuación recibirán un set de patrones (redes) para formar una caja (sin tapa).
2. Realiza los dobleces necesarios para formar cada caja (no la pegues) e identifica cada cara para determinar cuántos cuadrados hay en cada cara.
3. Suma la cantidad de cuadrados de cada cara y anota tus resultados en la tabla a continuación.

Nota: Los patrones de cada caja están numeradas en la parte posterior de la misma.

Número de la caja	Cantidad total de cuadrados de las caras de cada red
1	
2	
3	
4	
5	

4. Define el término área de superficie externa usando como referencia el proceso que realizaste.

**Parte II**

Instrucciones:

1. Utiliza cinta adhesiva para pegar por los bordes y formar las cajas (sin tapa).
2. Coloca dentro de cada caja cubos de 1cm de lado hasta llenar las mismas.
3. Determina cuántos cubos (1 cm de lado) necesitas para llenar cada caja y anota tus resultados en la siguiente tabla.



Número de la caja	Cantidad total de cubos que llenan la caja
1	
2	
3	
4	
5	

4. Define el término volumen usando como referencia el proceso que realizaste.
  
5. Escribe los resultados de las tablas que aparecen en las partes I y II en la tabla a continuación y utiliza los mismos para contestar las preguntas que siguen adelante.

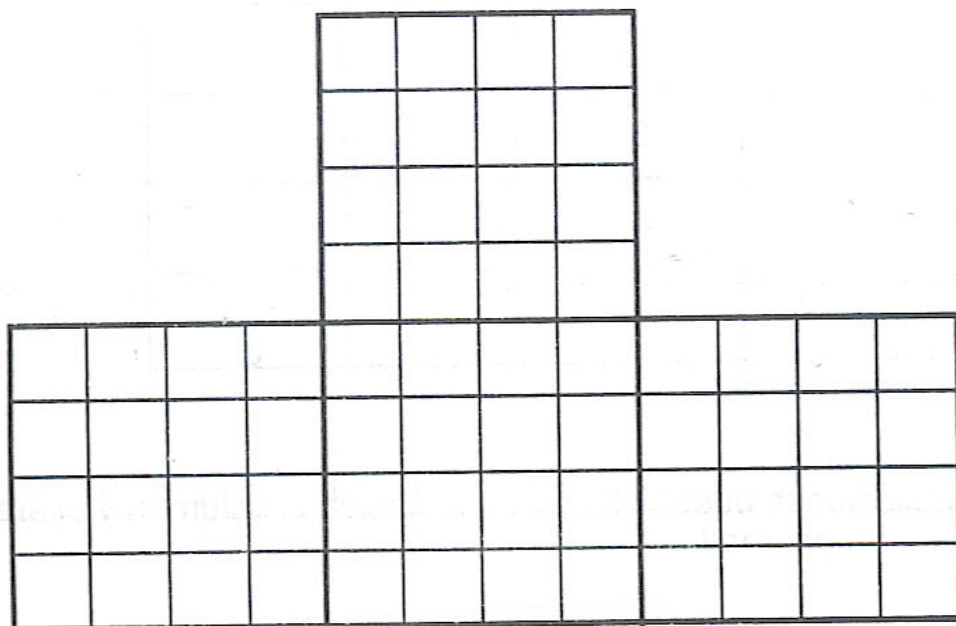
Número de la caja	Área de la superficie externa de la caja sin tapa	Volumen
1		
2		
3		
4		
5		

Contesta las siguientes preguntas

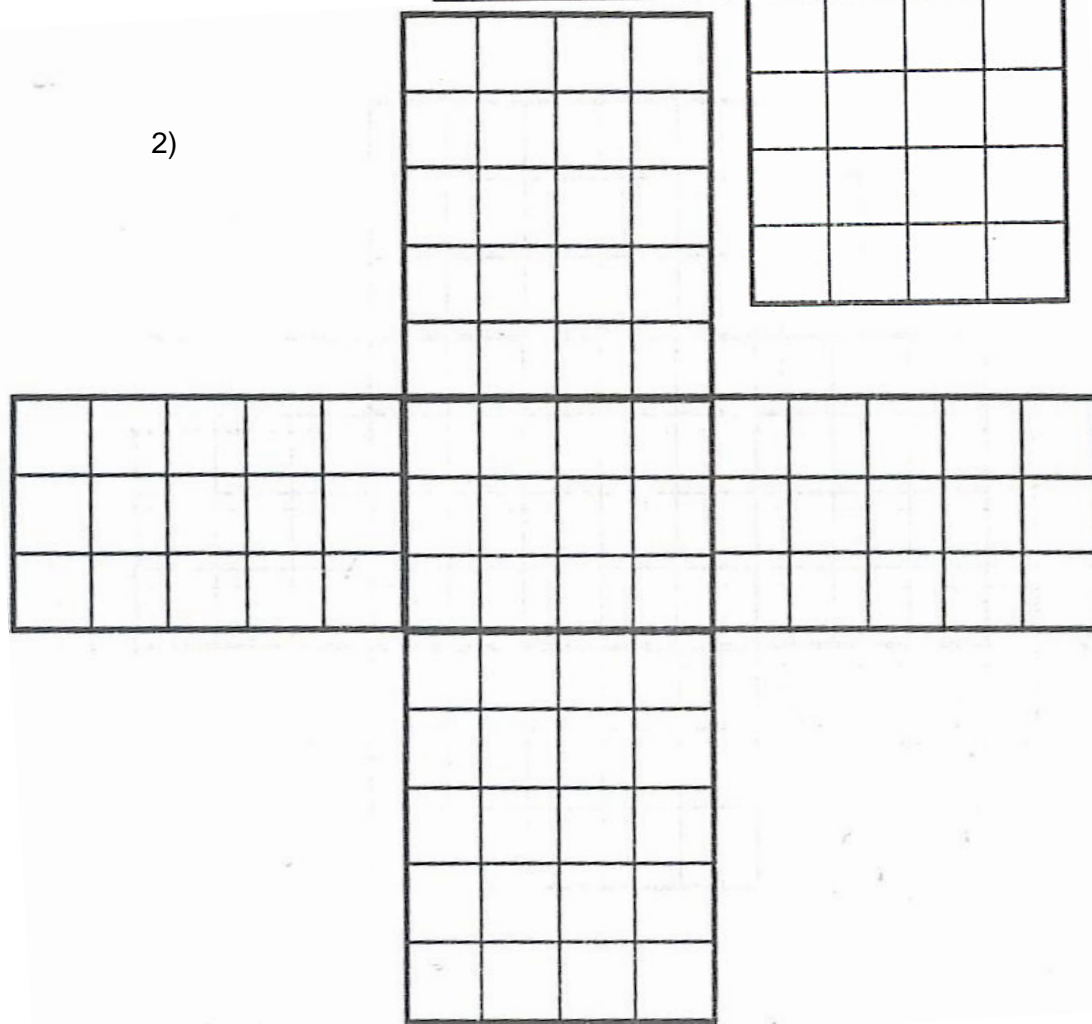
- a. ¿A qué conclusiones puedes llegar con relación al volumen y el área de la superficie externa de un prisma?
  
- b. Si una caja tiene mayor área de superficie externa que otra, ¿tendrá un mayor volumen?
  
- c. Si dos cajas tienen el mismo volumen, ¿Tendrán la misma área de superficie externa?

**Patrones para recortar actividad  
# 3 (cover stock)**

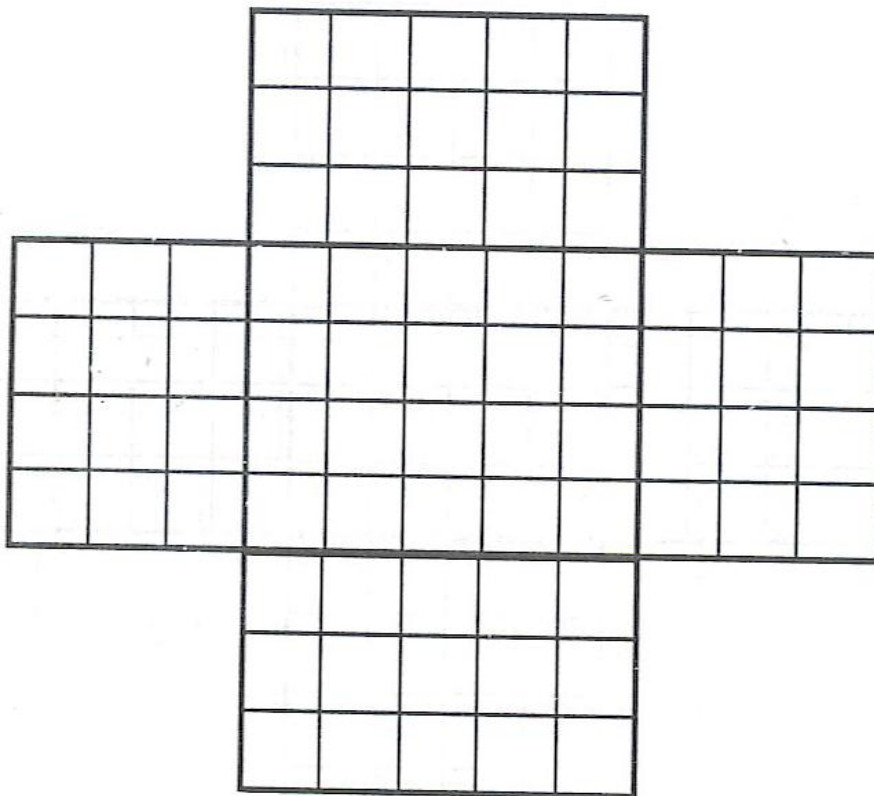
1)



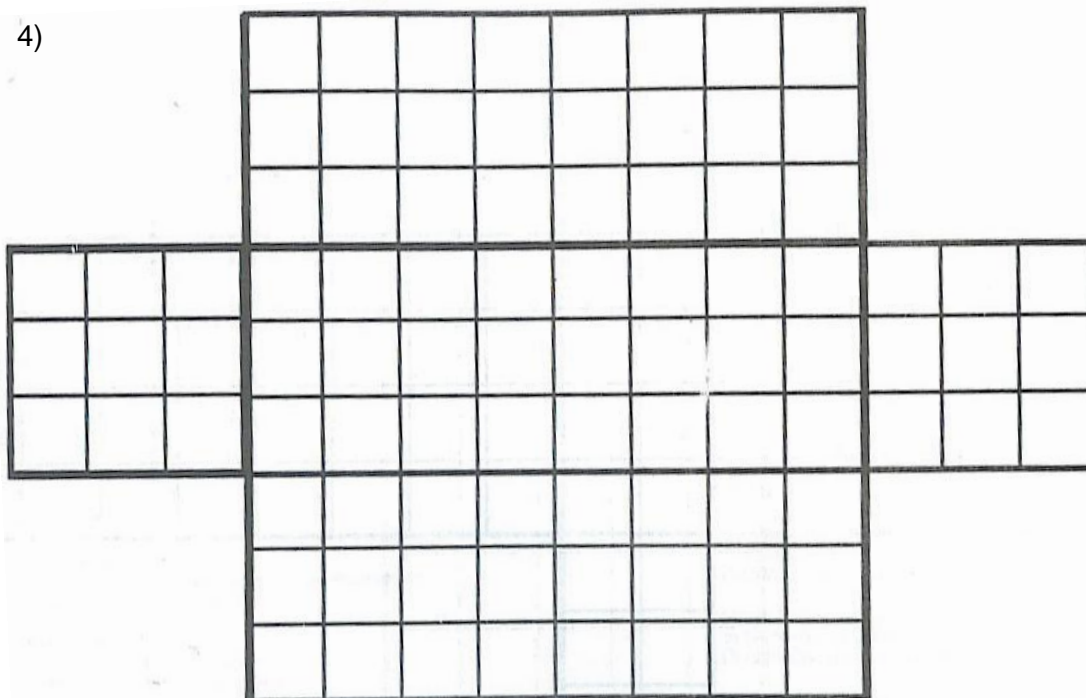
2)



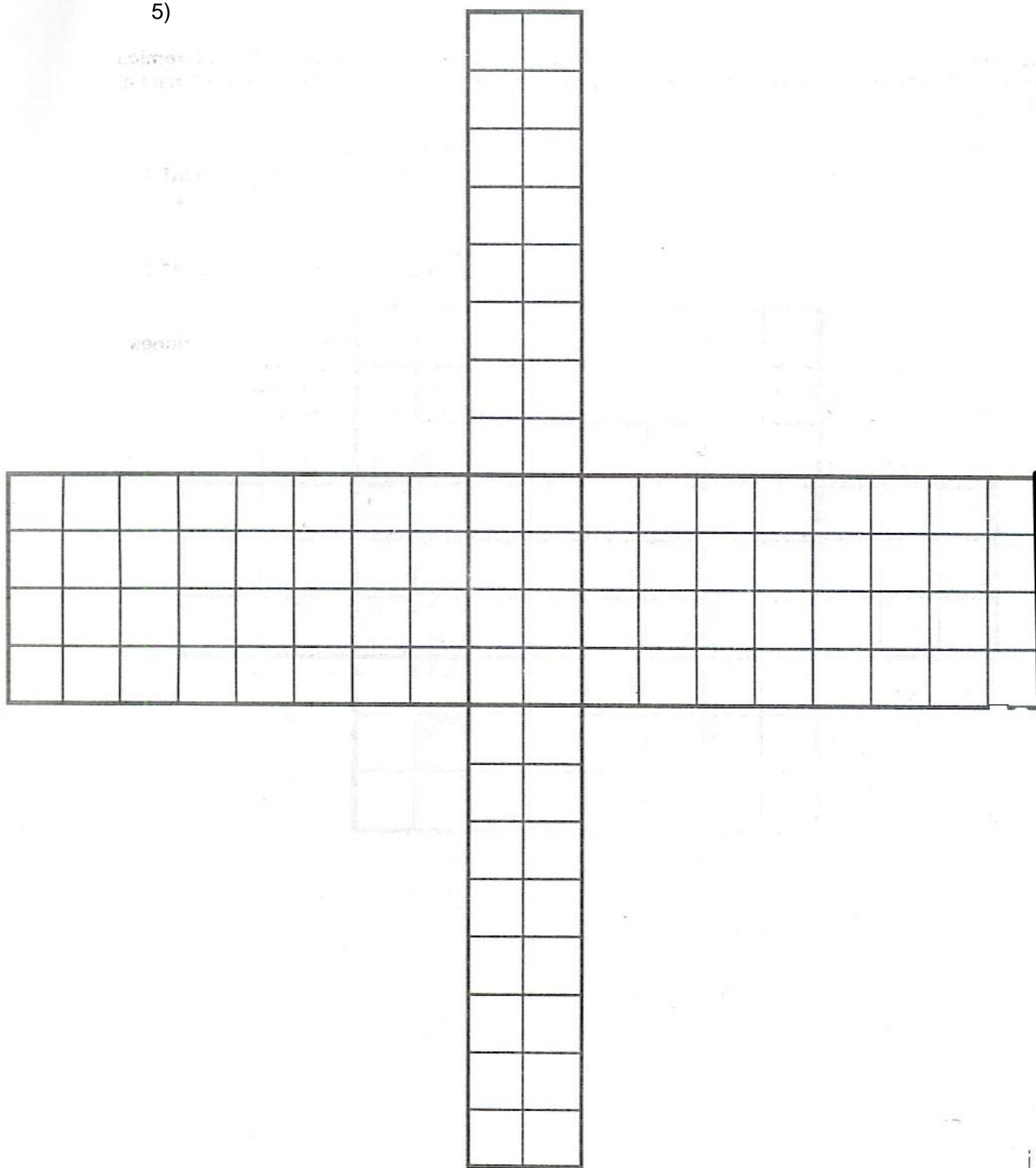
3)



4)



5)



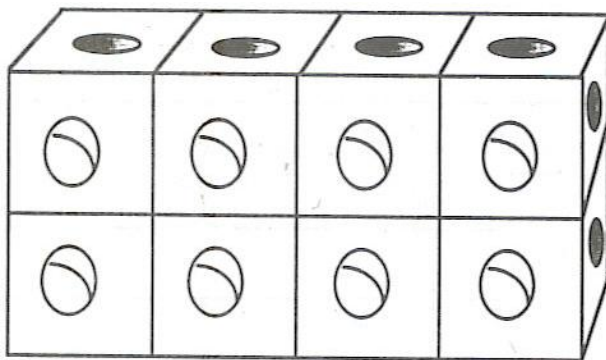
## Actividad # 4: Volumen y área de superficie de sólidos

## (Hoja de Trabajo #4)

Invite a los participantes a realizar la **Hoja de Trabajo # 4**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones: Utiliza cubos conectores para formar la figura tridimensional correspondiente a cada dibujo. Luego determina el volumen y el área de superficie de cada una.

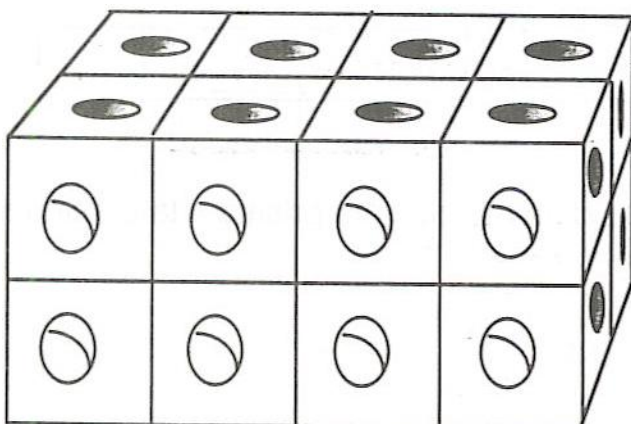
a.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

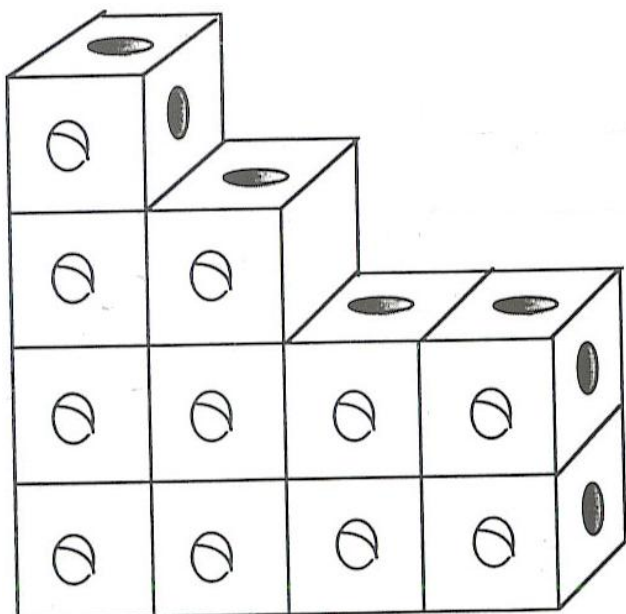
b.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

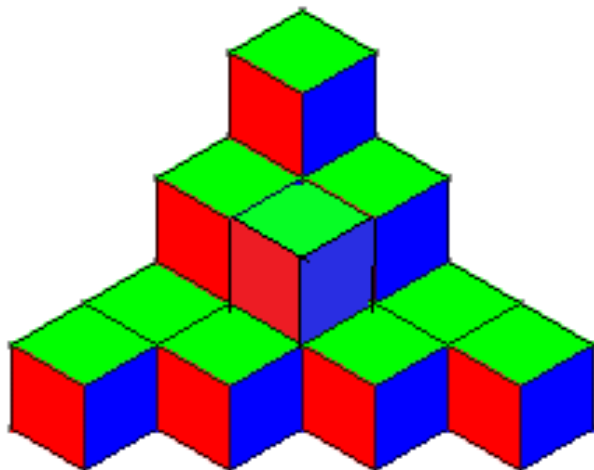
c.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

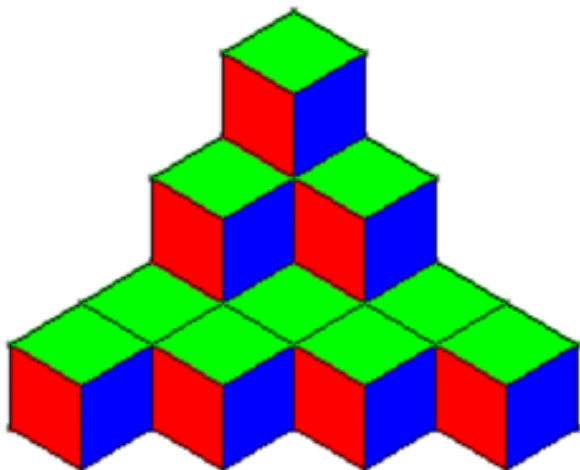
d.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

e.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

1

### Actividad # 5: Volumen y área de Prismas rectangulares

(Hoja de Trabajo #5)

Invite a los participantes a realizar la **Hoja de Trabajo # 5**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

#### Parte I:

Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará un dibujo de un prisma rectangular. En grupo grande el capacitador generará un diálogo acerca de cómo se puede determinar el volumen del prisma rectangular que se presenta, si cada cubo representa  $1 \text{ cm}^3$ .

<sup>1</sup> Imágenes de figuras tridimensionales (a color) tomada de actividad preparada por Prof. Wanda Rodríguez.

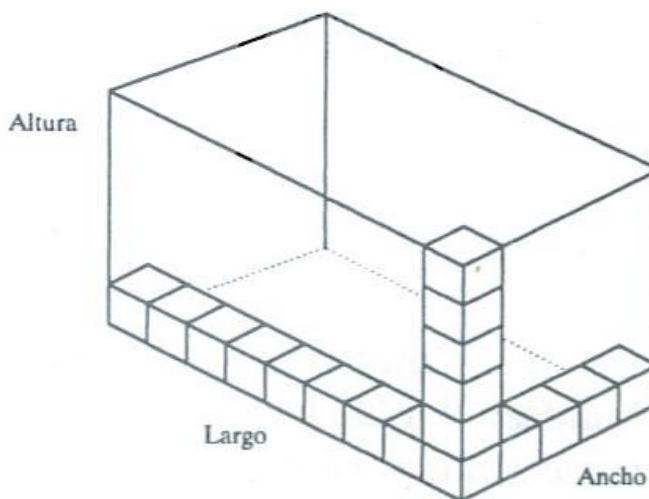
Modelo:

a. Las medidas de la caja son:

ancho = 5 cm

largo = 9 cm

altura = 6 cm



b. La cantidad total de cubos de  $1 \text{ cm}^3$  necesarios para llenar el interior de la caja es \_\_\_\_\_.

c. El volumen de la caja en  $\text{cm}^3$  es \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$ .

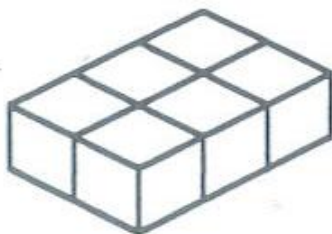
d. Explica cómo puedes hallar el volumen de la caja sin contar los cubos de uno en uno.

## Parte II:

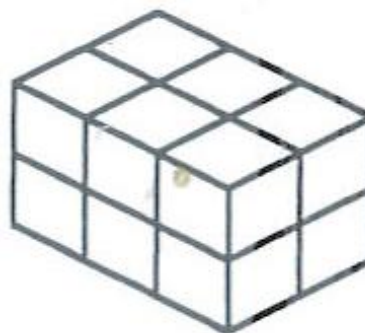
Instrucciones: En las siguientes figuras cada cubo representa  $1 \text{ cm}^3$ . Determina el volumen de cada una de las figuras y escribe la respuesta en el espacio que se presenta.

**Nota:** En las figuras 7 y 8, las líneas oscurecidas, indican un hueco que se extiende desde una cara hasta la cara opuesta de la figura.

1)



2)

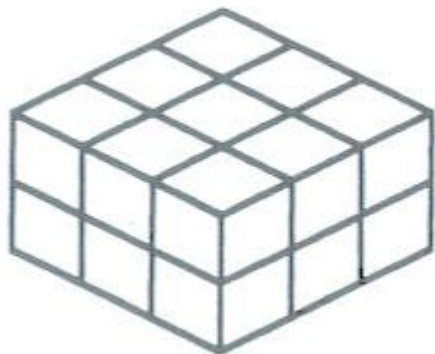


Volumen: \_\_\_\_\_

Volumen: \_\_\_\_\_

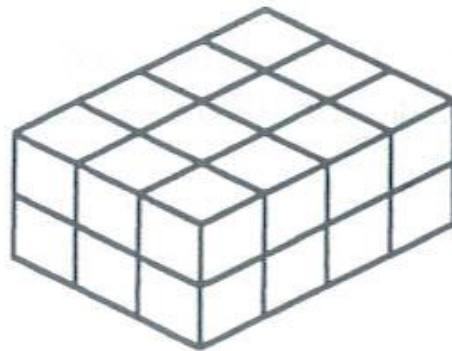


3)



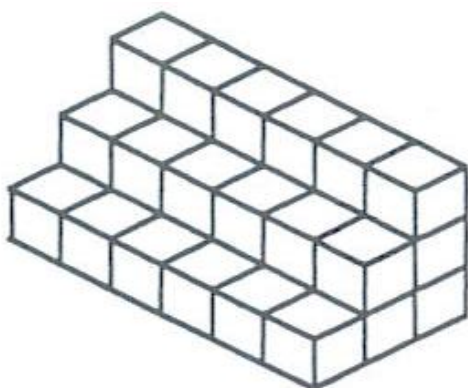
Volumen: \_\_\_\_\_

4)



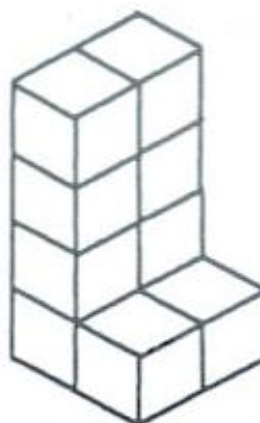
Volumen: \_\_\_\_\_

5)



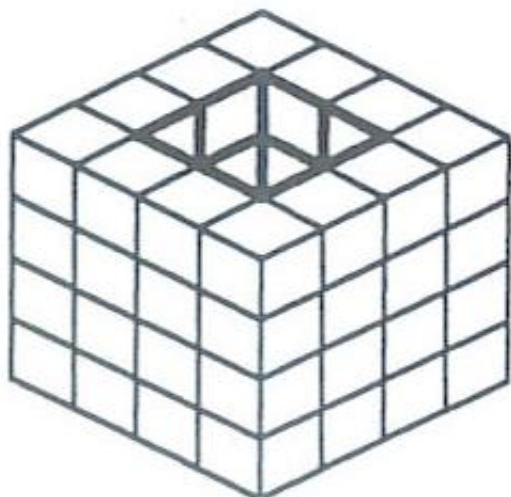
Volumen: \_\_\_\_\_

6)



Volumen: \_\_\_\_\_

7)



Volumen: \_\_\_\_\_

8)



Volumen: \_\_\_\_\_



**Nota:** En las figuras 7 y 8, las líneas oscurecidas, indican un hueco que se extiende desde una cara hasta la cara opuesta de la figura.

- 9) **Contesta la siguiente pregunta:** ¿Cuál es el área de superficie de las figuras en los ejercicios # 5 y # 7 de la parte II?

Área de superficie: ejercicio # 5: \_\_\_\_\_

ejercicio # 7: \_\_\_\_\_

### Parte III:

Instrucciones: A continuación recibirás diferentes prismas rectangulares. Utiliza la regla calibrada en centímetros para determinar las medidas de las aristas necesarias para medir el volumen y el área de superficie de cada figura tridimensional. Completa la siguiente tabla.

Prisma	Medidas de las aristas			Volumen (unidades:_____)	Área de Superficie (unidades:_____)
	Largo (unidades:_____)	Ancho (unidades:_____)	Altura (unidades:_____)		
1					
2					
3					
4					
5					

### Actividad # 6: Área de superficie de prismas triangulares

### (Hoja de Trabajo #6)

Invite a los participantes a realizar la **Hoja de Trabajo # 6**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

A continuación el capacitador presentará un modelo de un prisma triangular. En grupo grande el capacitador generará un diálogo acerca de cómo se puede determinar el área de superficie del prisma presentado.

Algunas preguntas guías son:

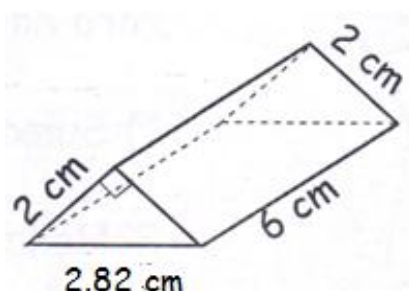
1. Si queremos determinar el área de superficie del prisma triangular,
  - a. ¿qué tenemos que hacer?
  - b. ¿qué medidas son necesarias para lograr el objetivo?

2. Una vez encontradas las medidas necesarias, ¿cómo determinamos el área de superficie del prisma triangular?

Cuando ya se haya discutido el procedimiento para determinar el área de superficie de un prisma triangular al capacitador le entregará la hoja de trabajo y determinarán el área de superficie de los prismas a continuación.

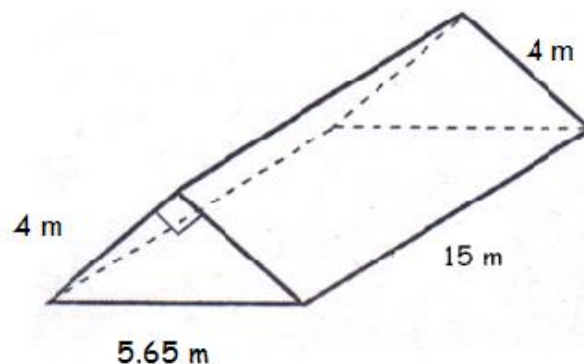
Instrucciones: Utiliza las dimensiones de cada figura para calcular el área de superficie de cada prisma.

1)



Área de superficie = \_\_\_\_\_

2)



Área de superficie = \_\_\_\_\_

## Actividad # 7: Área de superficie y volumen de cilindro circular recto (Hoja de Trabajo #7)

Invite a los participantes a realizar la **Hoja de Trabajo # 7**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

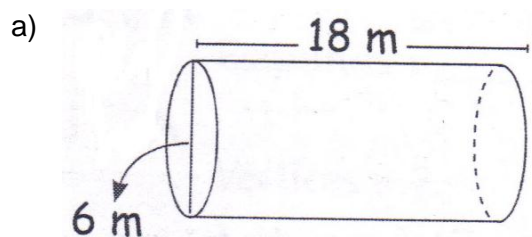
### Parte I

- A. Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará el patrón o red de una figura tridimensional. Los participantes contestarán las siguientes preguntas mediante discusión socializada.

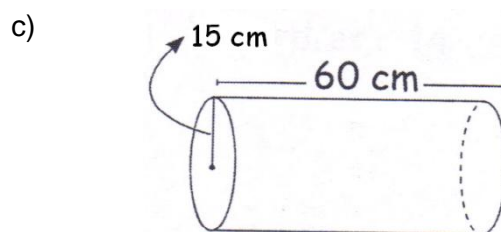
1. ¿Qué figura tridimensional se forma mediante el patrón?
2. ¿Qué figuras planas forman la superficie de esta figura tridimensional?

3. Para determinar el área de superficie de esta figura tridimensional, ¿qué medidas hay que encontrar para poder hallar el área? Explica.

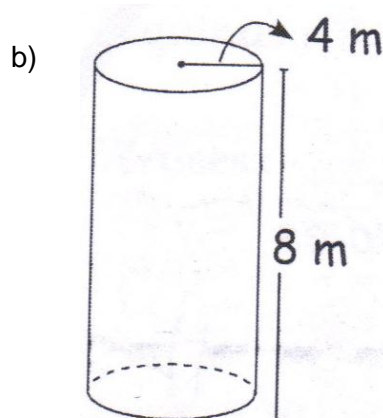
4. Determina el área de superficie de cada cilindro. Aproxima la respuesta a la centésima más cercana (utiliza:  $\pi \approx 3.14$ ).



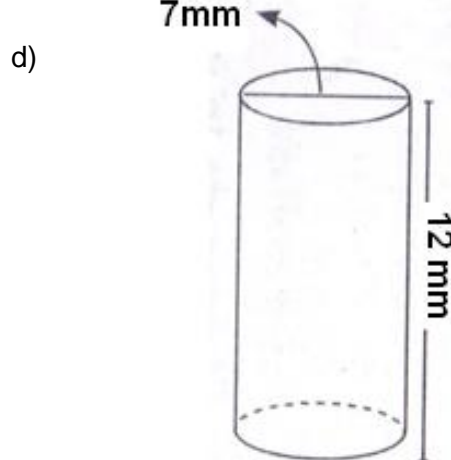
Área de superficie = \_\_\_\_\_



Área de superficie = \_\_\_\_\_



Área de superficie = \_\_\_\_\_

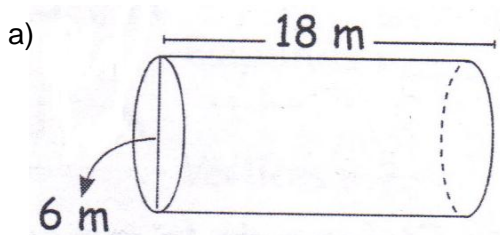


Área de superficie = \_\_\_\_\_

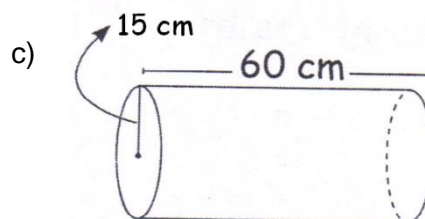
## Parte II:

Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará el modelo de un cilindro circular recto. Mediante demostración utilizando el modelo y discos circulares (hechos de cartulina) y preguntas, el capacitador generará un diálogo con los participantes de forma tal que se pueda determinar la fórmula para calcular el volumen de un cilindro.

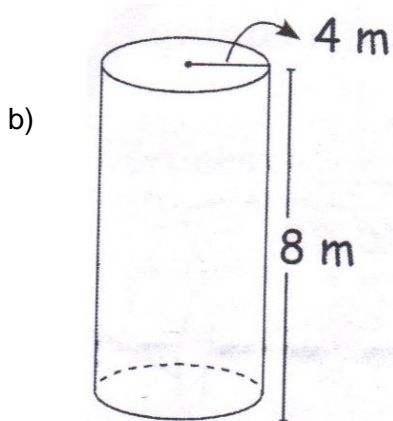
- 1) Para determinar el volumen de un cilindro, ¿qué medidas hay que encontrar? Explica.
- 2) Determina el volumen de cada cilindro. Aproxima la respuesta a la centésima más cercana (utiliza:  $\pi \approx 3.14$ ).



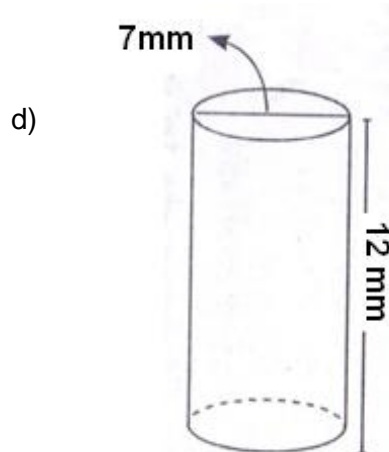
Volumen = \_\_\_\_\_



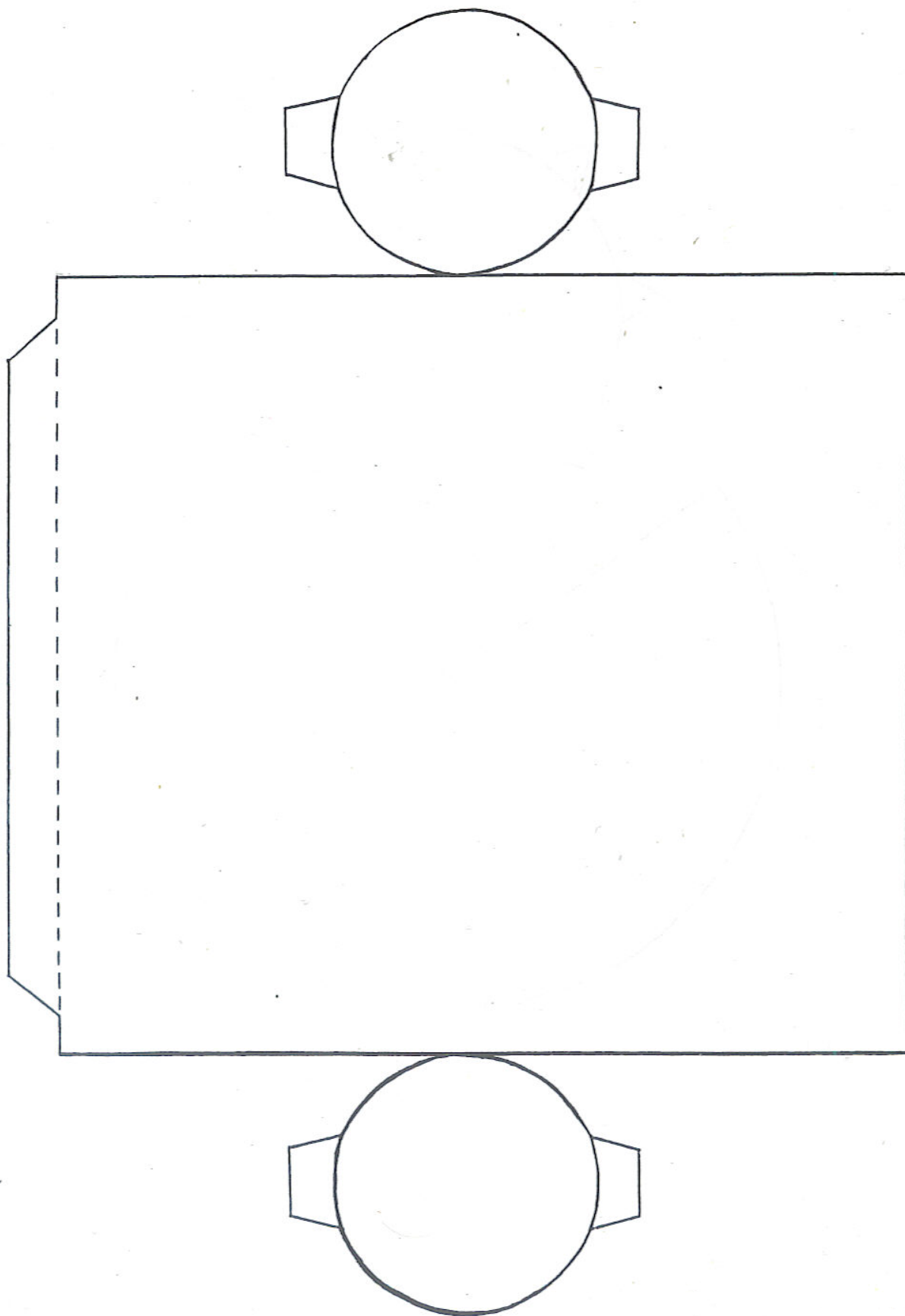
Volumen = \_\_\_\_\_



Volumen = \_\_\_\_\_



Volumen = \_\_\_\_\_



## **CIERRE**

Completar la hoja reflexiva “KWL” como *assessment* final.

Administrar la pos-prueba. Discutir la misma una vez la hayan completado y aclarar dudas.

Completar la hoja de reacción evaluativa

## **BIBLIOGRAFÍA:**

Departamento de Educación (1999). *Matemática Dinámica*: Programa de Matemáticas.

San Juan, PR: Autor.

Departamento de Educación (1999). *Actividades para el aprendizaje activo de matemáticas*: Programa de Matemáticas. San Juan, PR: Autor

Departamento de Educación de Puerto Rico (2007). Estándares de Contenido y Expectativas de Grado: Programa de Matemáticas. San Juan, PR: Autor.

Rodríguez, C y Suazo, M. (1992). Geometría.pags. 404, 428, 613- 614. Harper Collins Publishers Latin America.

**Nota:** Parte de las actividades que se presentan en esta capacitación fueron modificadas o adaptadas por el Prof. Raúl E. Marrero Luna.

# GUÍA DEL ESTUDIANTE

## GUÍA DEL ESTUDIANTE

### VOLUMEN

**AUTOR:** Prof. Raúl E. Marrero Luna

**MATERIA:** Matemáticas

**NIVEL:** 4-6

**CONCEPTO PRINCIPAL:** Volumen

**CONCEPTOS SECUNDARIOS:** cubo, prisma rectangular, pirámide rectangular, prisma triangular y cilindros

**CONOCIMIENTO PREVIO:** Unidades cúbicas, paralelogramo, cuadrado, triángulo, círculo, rectángulo, ancho, largo, unidades de medidas, longitud, base, altura, radio, diámetro, cubo, cilindro, prisma rectangular y prisma triangular.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Mediante las experiencias de aprendizaje, los participantes:

- medirán segmentos utilizando instrumentos de medición.
- calcularán el volumen de figuras tridimensionales.
- compararán el volumen entre figuras.
- resolverán situaciones que involucren volumen de figuras.
- determinarán el volumen y el área de superficie de prismas rectangulares utilizando manipulativos, e instrumentos de medición.
- determinarán el área de superficie de prismas triangulares y cilindros utilizando manipulativos e instrumentos de medición.

### MATERIALES

- |  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• tijeras (1 por participante)</li> <li>• proyector de data y video</li> <li>• proyector vertical</li> <li>• calculadora TI-15 (1 por participante)</li> <li>• reglas calibradas en pulgadas y centímetros (1 por participante)</li> <li>• papel cuadriculado de 1 cm ( 3 por participantes en cover stock)</li> <li>• papel cuadriculado de 1 pulgada ( 1 por participantes en cover stock)</li> <li>• patrón del cilindro ( 1 por participante en cover stock)</li> <li>• papel en blanco (1 resma)</li> <li>• cubos de 1 cm cúbico (1 ó 2 set por cada grupo)</li> <li>• cajas de cartón de diferentes tamaños (5 por cada grupo)</li> <li>• manipulativo zometool (1 kit por cada grupo)</li> <li>• lápices de colores ( 1 ó 2 cajas por cada grupo)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• cinta adhesiva transparente. (1 ó 2 por cada grupo)</li> <li>• cinta adhesiva (1 ó 2 por capacitador)</li> <li>• marcadores permanentes (1 set por cada grupo)</li> <li>• papelotes (1 libretón) o cartulina (2 por grupo)</li> <li>• kit de figuras tridimensionales “folding geometric shapes” (1 set por cada grupo)</li> <li>• papel construcción (un paquete por capacitador que contenga al menos 36 hojas)</li> <li>• cubos conectores de 1 pulgada (1 set por grupo)</li> <li>• gravilla o piedra de pecera (1 por cada grupo)</li> <li>• metros (12 por capacitador)</li> <li>• yardas o varillas de madera de ¼ “ (hardwood squares 36”) (16 por capacitador)</li> </ul> |
|--|---|



**Actividad #1: Explorando el concepto Volumen**

**(Hoja de Trabajo#1)**

**Instrucciones**

4. Forme grupos de 4 ó 5 participantes y pida que compartan ideas acerca de la forma en que trabajan el concepto volumen.
5. Reparta un papelote(cartulina) y marcadores, por grupo, para que preparen un Organizador Gráfico donde escribirán todo lo que conocen del concepto volumen.
6. Luego, invítelos a compartir sus ideas con el grupo grande.

# Volumen

**Actividad # 2: A Construir unidades cúbicas**
**(Hoja de trabajo# 2)**
**Instrucciones:**

Utiliza instrumentos para medir longitudes como metros, yardas, pie. También papel cuadriculado (de: 1 cm; 1 pulgada), tijeras, cinta adhesiva (transparente y crema) y pega para preparar y en algunos casos recortar, con la ayuda de tus compañeros, la unidad cúbica asignada por el capacitador a cada subgrupo. Los lados de cada unidad cúbica medirán: un centímetro, un decímetro, una pulgada, un pie, una yarda, y un metro, respectivamente. Cada subgrupo presentará al grupo su modelo y brindará una descripción breve del mismo. Luego contestarán las preguntas a continuación. Después se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

1. Unidad cúbica asignada: \_\_\_\_\_

**Descripción:**

2. ¿Qué nombre le darías a cada modelo tridimensional?

<b>Medida del lado del modelo</b>	<b>Nombre del modelo tridimensional (en palabras)</b>	<b>Representación numérica del modelo tridimensional (incluye las unidades)</b>
Un metro		
Un decímetro		
Un centímetro		
Una yarda		
Un pie		
Una pulgada		

3. Ordena, de menor a mayor, los modelos tridimensionales de acuerdo al espacio que ocupa cada uno.

a) ¿Cuál ocupa un espacio mayor?

\_\_\_\_\_

b) ¿Cuál ocupa un espacio menor?

\_\_\_\_\_

c) ¿Cuál es más grande, el metro cúbico o la yarda cúbica?

\_\_\_\_\_

d) ¿Cuál es mayor, el centímetro cúbico o la pulgada cúbica?

\_\_\_\_\_

4. ¿Con qué nombre se conoce a la figura geométrica formada por todos los modelos tridimensionales contruidos en esta actividad?

\_\_\_\_\_

## Parte II.

Instrucciones: El capacitador le entregará a cada subgrupo una caja (parecida al modelo que construyeron) y le pide que contesten las preguntas a continuación.

1. Señala una arista, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su longitud?

2. Señala una de las caras, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su área?

3. Señala el interior de la caja, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir su volumen?

4. En general, ¿Cuál es la unidad más adecuada para medir el espacio que ocupa un objeto?

5. Si utilizamos unidades de medidas estandarizadas como: centímetro, metro, pulgada, o yarda, para medir la longitud de un segmento o arista de una figura tridimensional ¿Cómo deben llamarse a las unidades correspondientes al espacio que ocupa la figura tridimensional?

**Actividad # 3: Área de superficie y Volumen**
**(Hoja de Trabajo # 3)**
**Parte I:**

Instrucciones:

6. A continuación recibirán un set de patrones (redes) para formar una caja (sin tapa).
  7. Identifica cada cara para determinar cuántos cuadrados hay en cada cara.
  8. Suma la cantidad de cuadrados de cada cara y anota tus resultados en la tabla a continuación.
- Nota: Los patrones de cada caja están numeradas en la parte posterior de la misma.

Número de la caja	Cantidad total de cuadrados de las caras de cada red
1	
2	
3	
4	
5	

9. Define el término área de superficie externa usando como referencia el proceso que realizaste.

**Parte II**

Instrucciones:

5. Realiza los dobleces necesarios para formar cada caja (sin tapa) y utiliza cinta adhesiva.
6. Coloca dentro de cada caja cubos de 1cm de lado hasta llenar las mismas.
7. Determina cuántos cubos (1 cm de lado) necesitas para llenar cada caja y anota tus resultados en la siguiente tabla.

Número de la caja	Cantidad total de cubos que llenan la caja
1	
2	
3	
4	
5	

8. Define el término volumen usando como referencia el proceso que realizaste.



**Parte II:**

10. Escribe los resultados de las tablas que aparecen en las partes I y II en la tabla a continuación y utiliza los mismos para contestar las preguntas que siguen adelante.

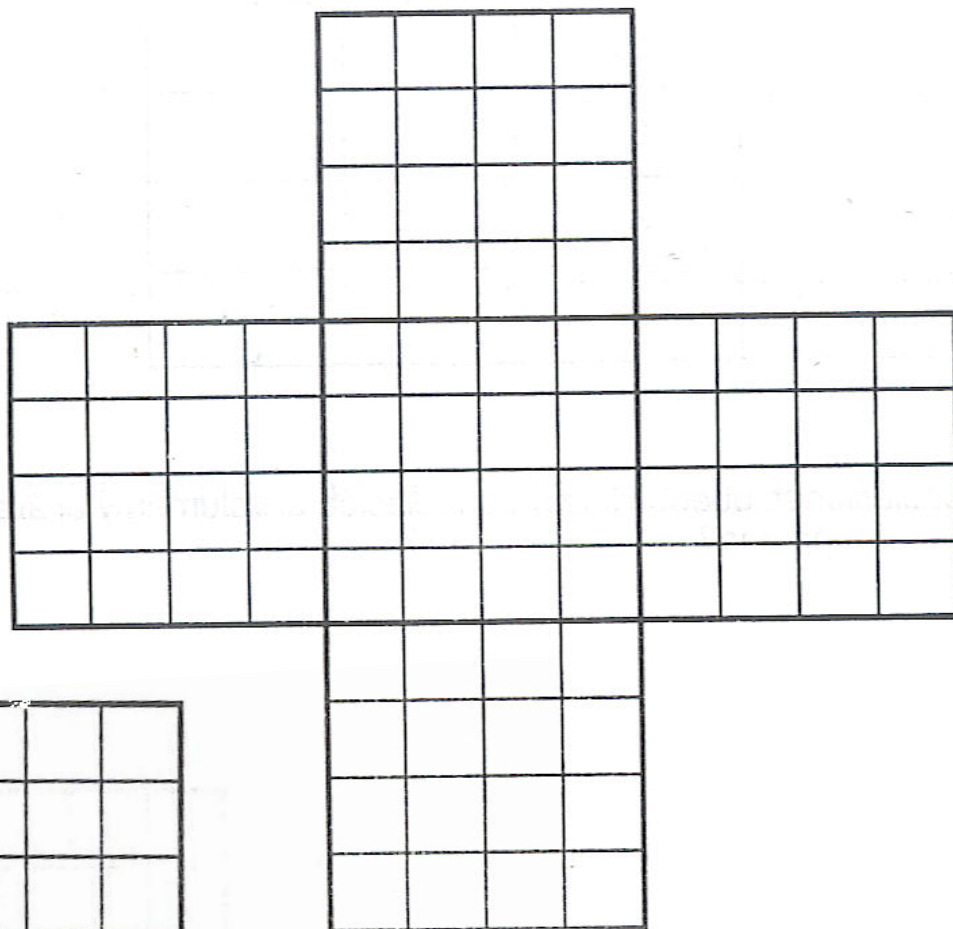
Número de la caja	Área de la superficie externa de la caja sin tapa	Volumen
1		
2		
3		
4		
5		

Contesta las siguientes preguntas

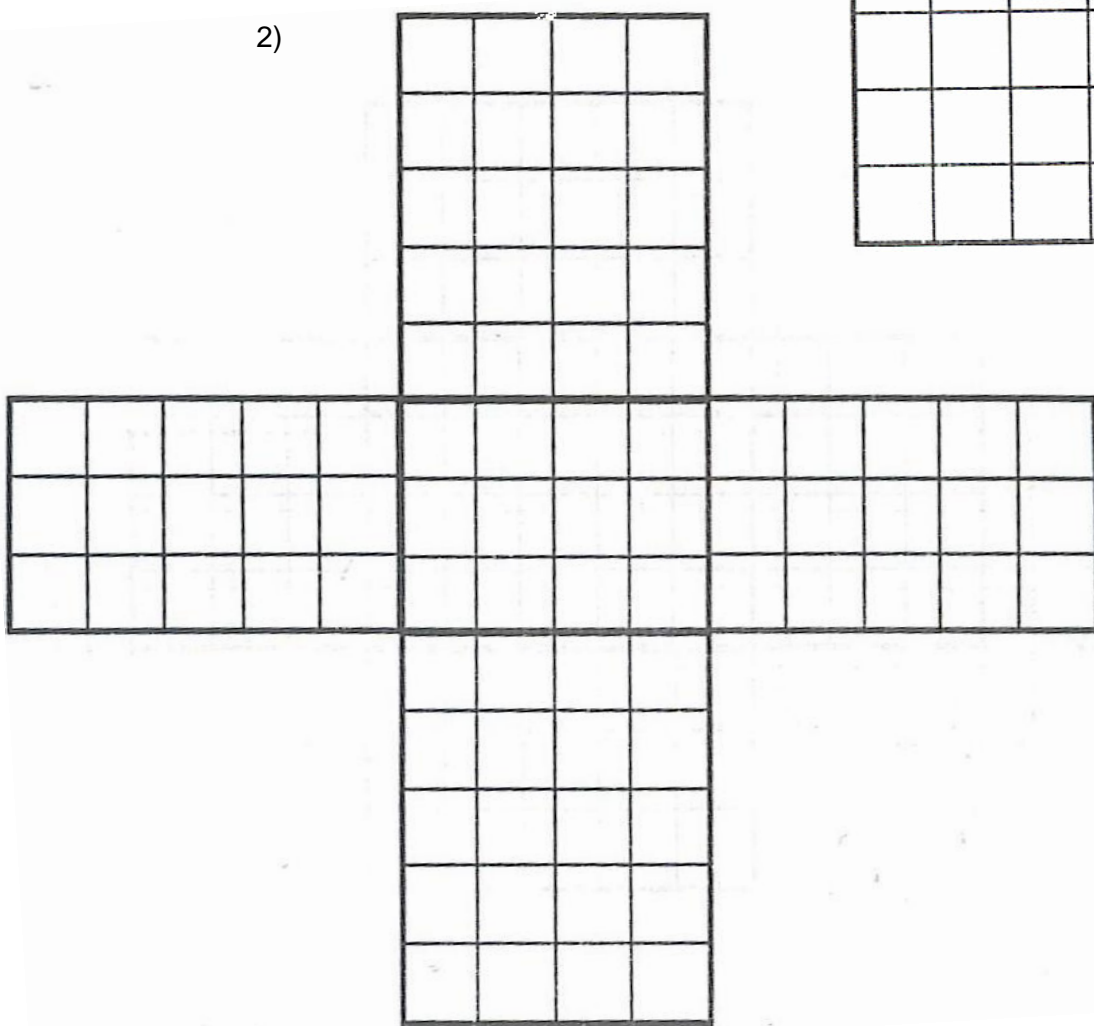
- d. ¿A qué conclusiones puedes llegar con relación al volumen y el área de la superficie de un prisma?
- e. Si una caja tiene mayor área de superficie externa que otra, ¿tendrá un mayor volumen?
- f. Si dos cajas tienen el mismo volumen, ¿Tendrán la misma área de superficie externa?

**Patrones para recortar actividad  
# 3 (cover stock)**

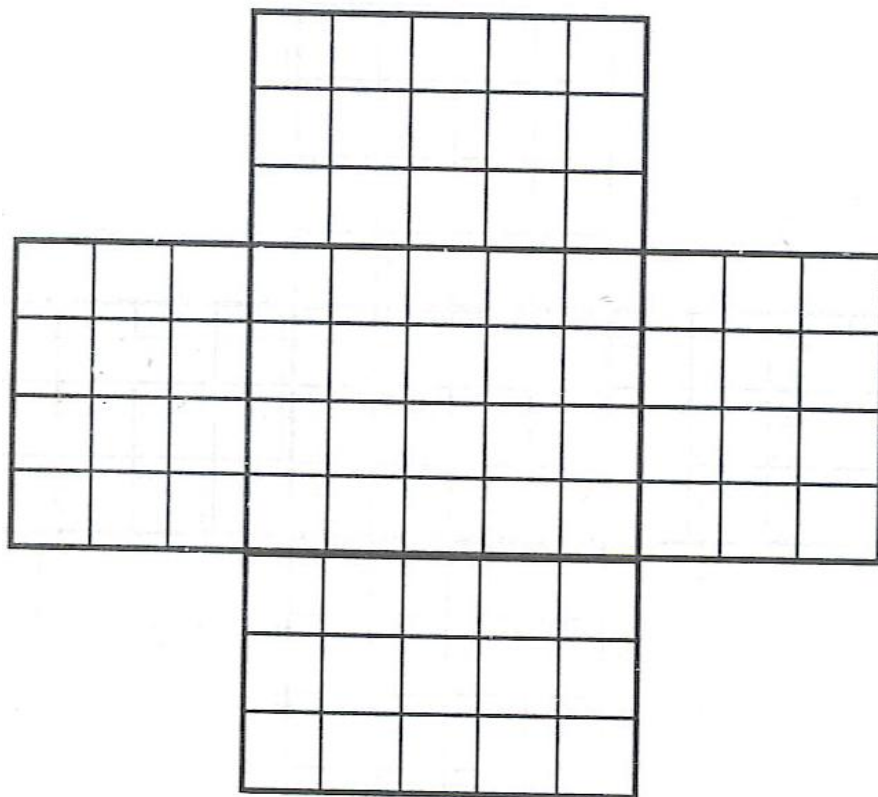
2)



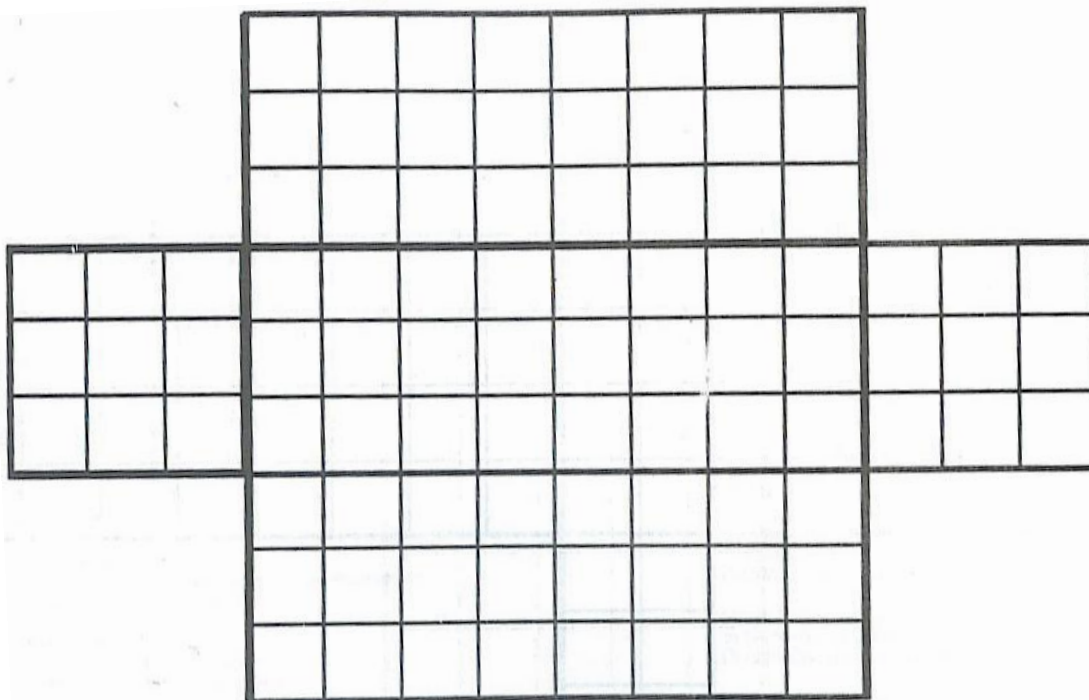
2)



3)

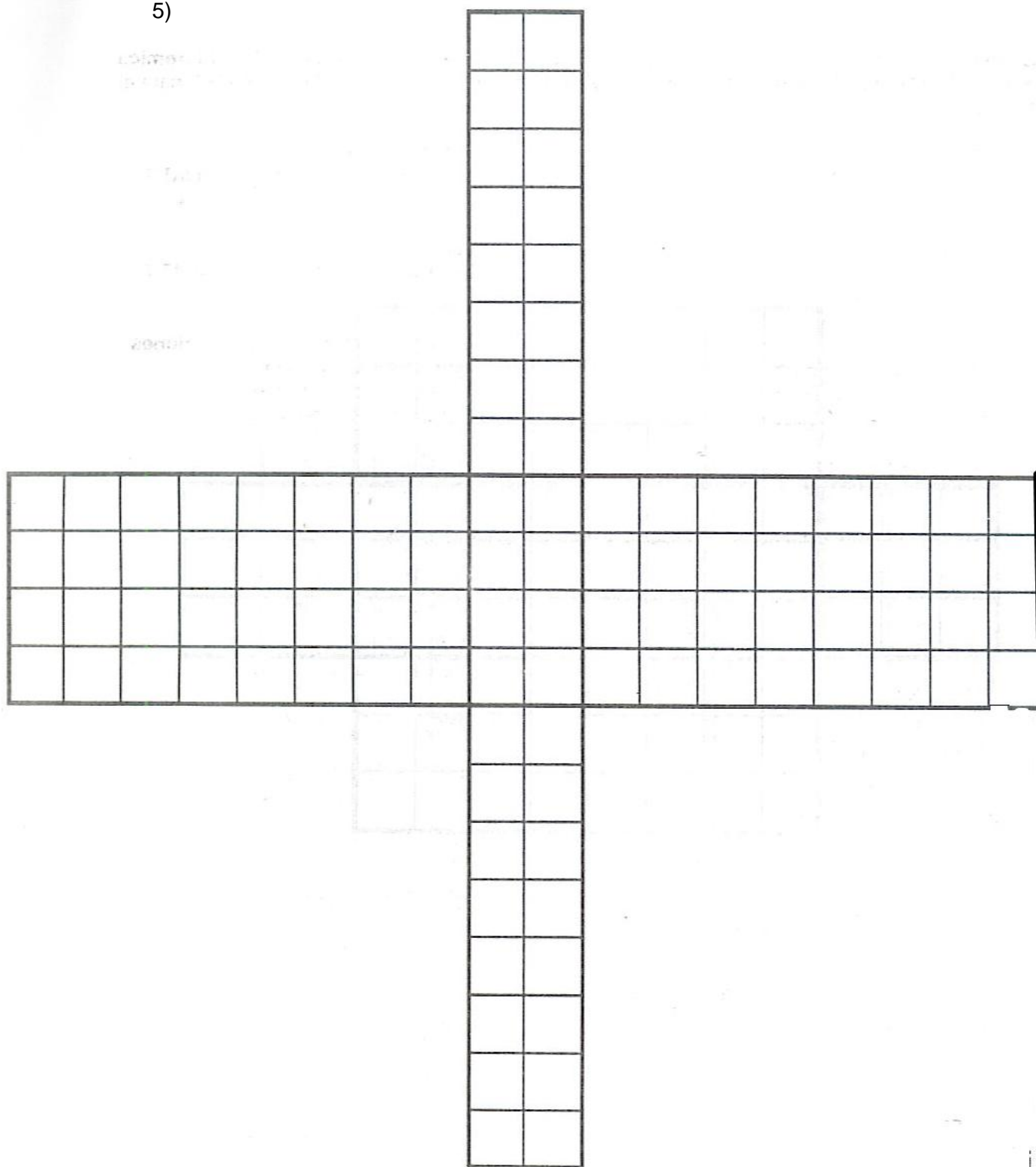


4)





5)

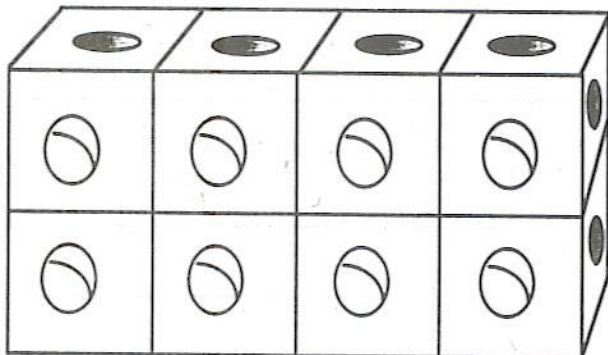


## Actividad # 4: Volumen y área de superficie de sólidos

## (Hoja de Trabajo #4)

Instrucciones: Utiliza cubos conectores para formar la figura tridimensional correspondiente a cada dibujo. Luego determina el volumen y el área de superficie de cada una.

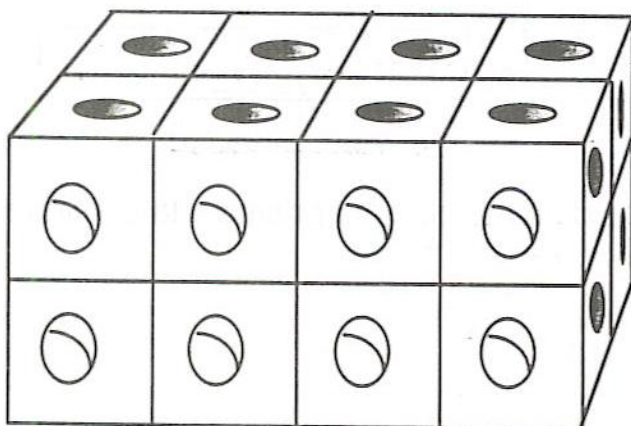
f.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

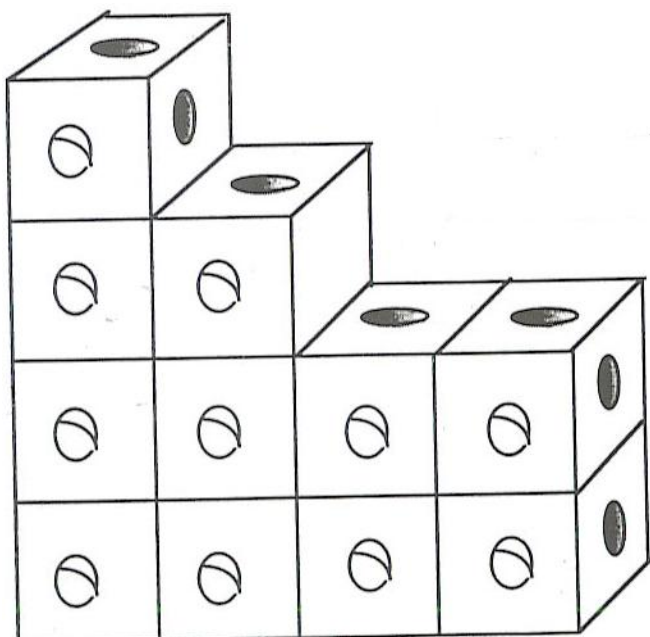
g.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

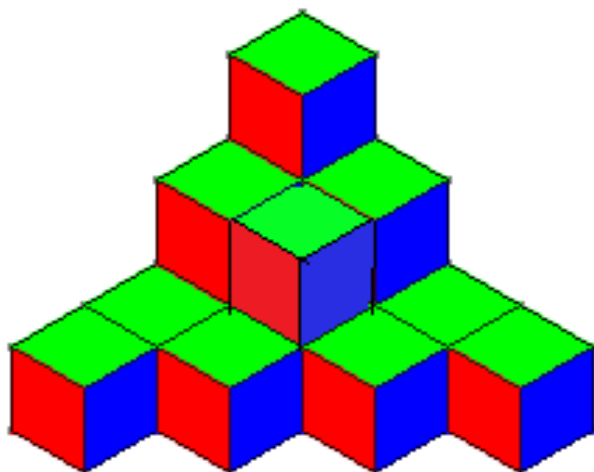
h.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

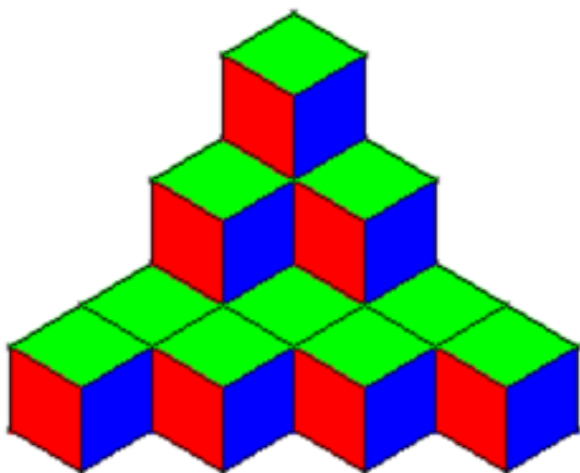
i.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

j.



Volumen real = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_

2

<sup>2</sup> Imágenes de figuras tridimensionales (a color) tomada de actividad preparada por Prof. Wanda Rodríguez.

## Actividad # 5: Volumen y área de Prismas rectangulares

(Hoja de Trabajo # 5)

### Parte I:

Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará un dibujo de un prisma rectangular. En grupo grande el capacitador generará un diálogo acerca de cómo se puede determinar el volumen del prisma rectangular que se presenta, si cada cubo representa  $1 \text{ cm}^3$ .

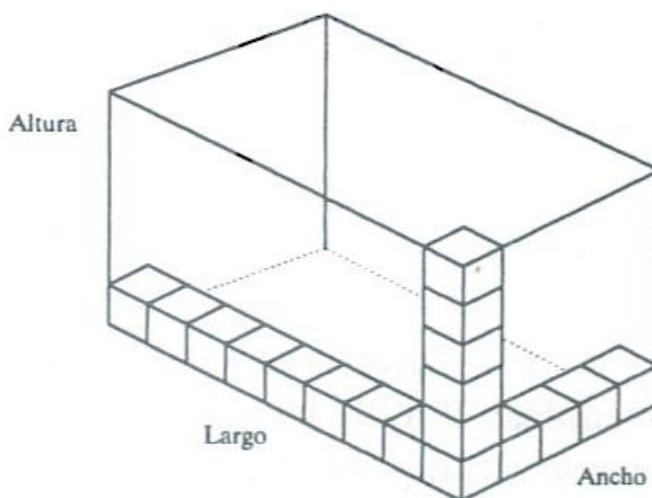
Modelo:

e. Las medidas de la caja son:

ancho = \_\_\_\_\_

largo = \_\_\_\_\_

altura = \_\_\_\_\_



f. La cantidad total de cubos de  $1 \text{ cm}^3$  necesarios para llenar el interior de la caja es \_\_\_\_\_.

g. El volumen de la caja en  $\text{cm}^3$  es \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$ .

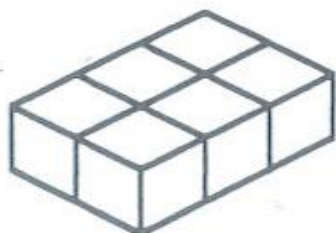
h. Explica cómo puedes hallar el volumen de la caja sin contar los cubos de uno en uno.

## Parte II:

Instrucciones: En las siguientes figuras cada cubo representa  $1 \text{ cm}^3$ . Determina el volumen de cada una de las figuras y escribe la respuesta en el espacio que se presenta.

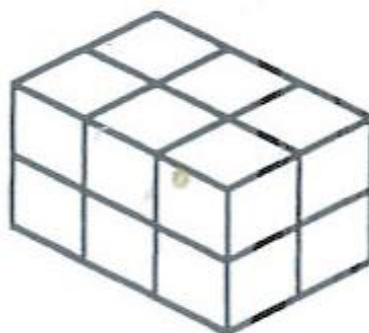
**Nota:** En las figuras 7 y 8, las líneas oscurecidas, indican un hueco que se extiende desde una cara hasta la cara opuesta de la figura.

2)



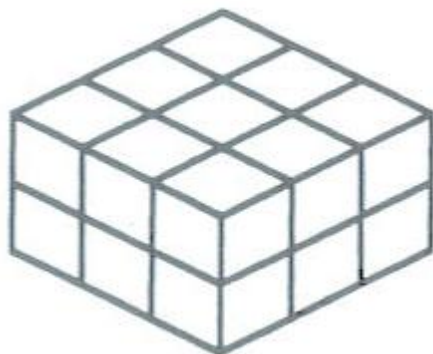
Volumen: \_\_\_\_\_

2)



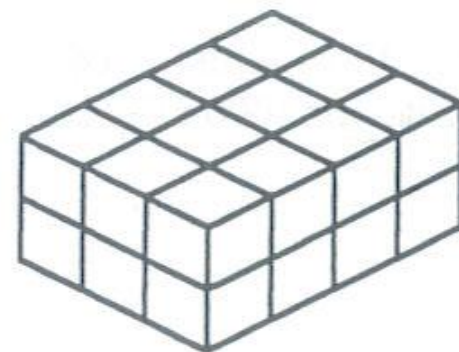
Volumen: \_\_\_\_\_

3)



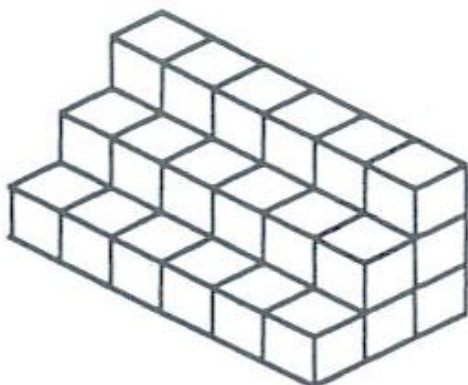
Volumen: \_\_\_\_\_

4)



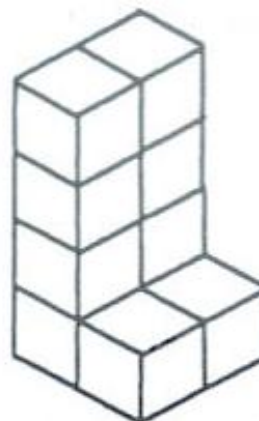
Volumen: \_\_\_\_\_

6)



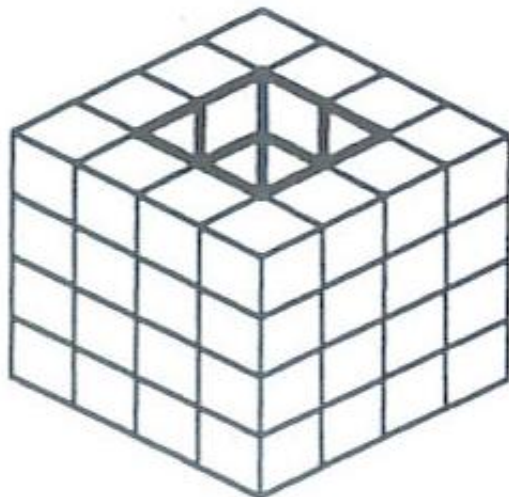
Volumen: \_\_\_\_\_

6)



Volumen: \_\_\_\_\_

8)



Volumen: \_\_\_\_\_

8)



Volumen: \_\_\_\_\_

**Nota:** En las figuras 7 y 8, las líneas oscurecidas, indican un hueco que se extiende desde una cara hasta la cara opuesta de la figura.

10) **Contesta la siguiente pregunta:** ¿Cuál es el área de superficie de las figuras en los

ejercicios # 5 y # 7 de la parte II?

Área de superficie: ejercicio # 5: \_\_\_\_\_

ejercicio # 7: \_\_\_\_\_

## Parte III:

Instrucciones: A continuación recibirás diferentes prismas rectangulares. Utiliza la regla calibrada en centímetros para determinar las medidas de las aristas necesarias para medir el volumen y el área de superficie de cada figura tridimensional. Completa la siguiente tabla.

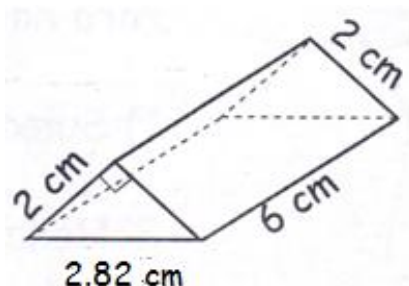
Prisma	Medidas de las aristas			Volumen (unidades:_____)	Área de Superficie (unidades:_____)
	Largo (unidades:_____)	Ancho (unidades:_____)	Altura (unidades:_____)		
1					
2					
3					
4					
5					

**Actividad # 6: Área de superficie de prismas triangulares**

**(Hoja de Trabajo # 6)**

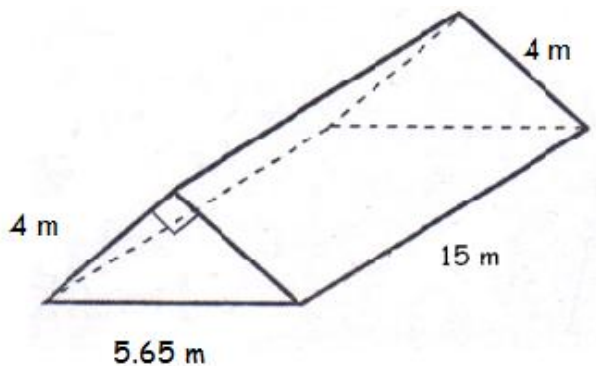
Instrucciones: Utiliza las dimensiones de cada figura para calcular el área de superficie de cada prisma.

2)



Área de superficie = \_\_\_\_\_

3)



Área de superficie = \_\_\_\_\_

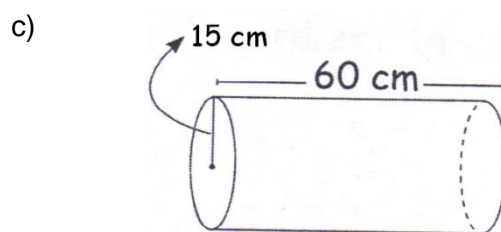
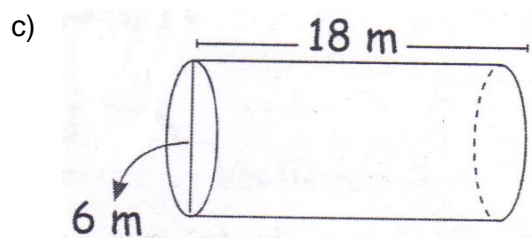
## Actividad # 7: Área de superficie y volumen de cilindro circular recto

(Hoja de Trabajo # 7)

### Parte I

Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará el patrón o red de una figura tridimensional. Los participantes contestarán las siguientes preguntas mediante discusión socializada.

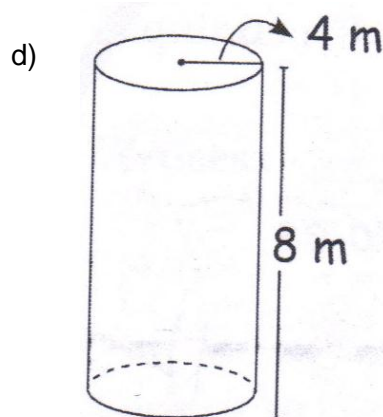
5. ¿Qué figura tridimensional se forma mediante el patrón?
6. ¿Qué figuras planas forman la superficie de esta figura tridimensional?
7. Para determinar el área de superficie de esta figura tridimensional, ¿qué medidas hay que encontrar para poder hallar el área? Explica.
8. Determina el área de superficie de cada cilindro. Aproxima la respuesta a la centésima más cercana (utiliza:  $\pi \approx 3.14$ ).



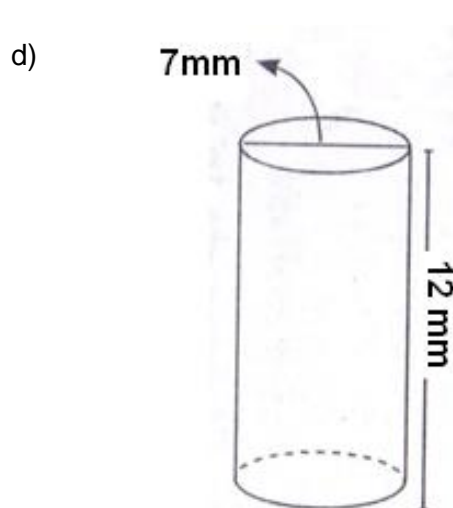
Área de superficie = \_\_\_\_\_

Área de superficie = \_\_\_\_\_





Área de superficie = \_\_\_\_\_



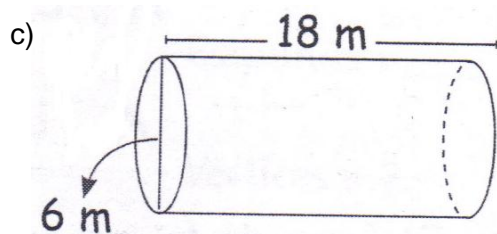
Área de superficie = \_\_\_\_\_

## Parte II:

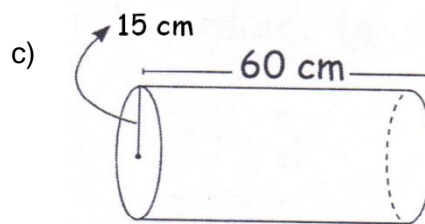
Instrucciones: A continuación el capacitador mostrará el modelo de un cilindro circular recto. Mediante demostración utilizando el modelo y discos circulares (hechos de cartulina) y preguntas, el capacitador generará un diálogo con los participantes de forma tal que se pueda determinar la fórmula para calcular el volumen de un cilindro.

- 1) Para determinar el volumen de un cilindro, ¿qué medidas hay que encontrar? Explica.

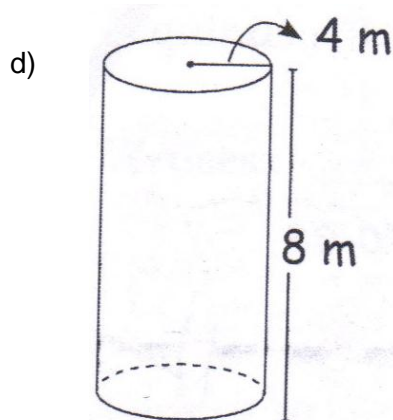
- 2) Determina el volumen de cada cilindro. Aproxima la respuesta a la centésima más cercana (utiliza:  $\pi \approx 3.14$ ).



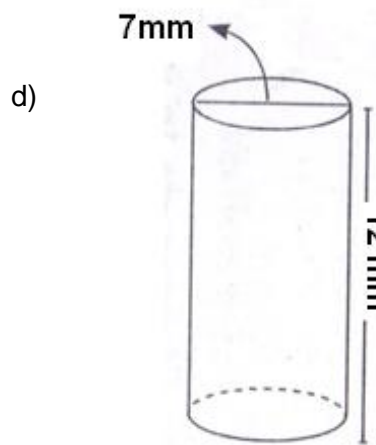
Volumen = \_\_\_\_\_



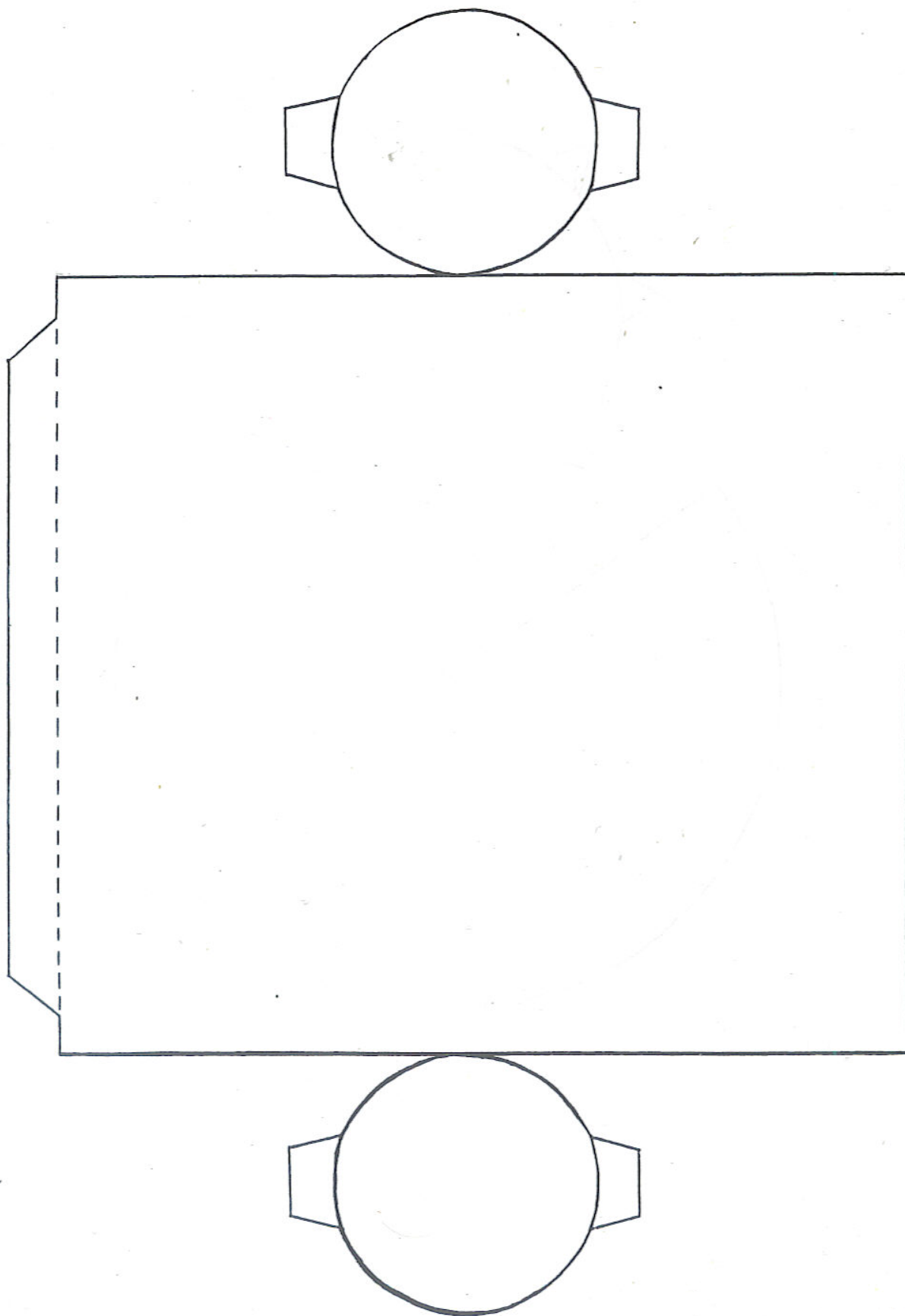
Volumen = \_\_\_\_\_



Volumen = \_\_\_\_\_



Volumen = \_\_\_\_\_



**Hoja reflexiva (KWL)**

Conocía del tema...	Hoy aprendí...	Me gustaría aprender más sobre

# CLAVE DE PRE Y POS PRUEBA

**Volumen  
MATE 4-6**

Últimos cuatro dígitos S.S. \_\_\_\_\_ Capacitador: **CLAVE** \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

☐ **PRE-PRUEBA**

☐ **POS-PRUEBA**

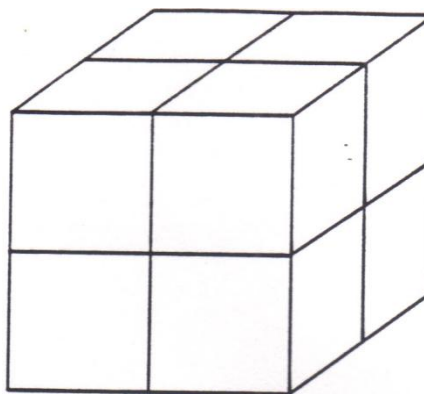
**A. Selecciona la alternativa correcta. Muestra el proceso de solución.**

1. Las unidades apropiadas para medir volumen y área de superficie respectivamente son:

- a. Cúbicas y lineales
- b. Cuadradas y cúbicas
- c. Lineales y cuadradas
- d. Cúbicas y cuadradas**

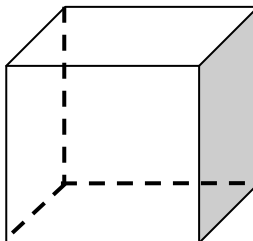
2. En esta figura, ¿cuántos cubos pequeños se utilizaron para formar el cubo grande?

- a. 7
- b. 8**
- c. 12
- d. 24



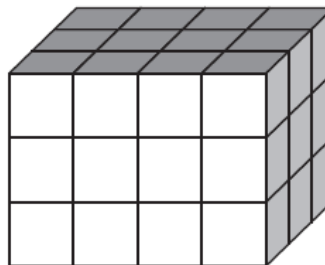
3. La longitud de una arista de un cubo es 5 pies. ¿Cuál es el volumen del cubo?

- a. 25 pies<sup>3</sup>
- b. 75 pies<sup>3</sup>
- c. 125 pies<sup>3</sup>**
- d. 150 pies<sup>3</sup>



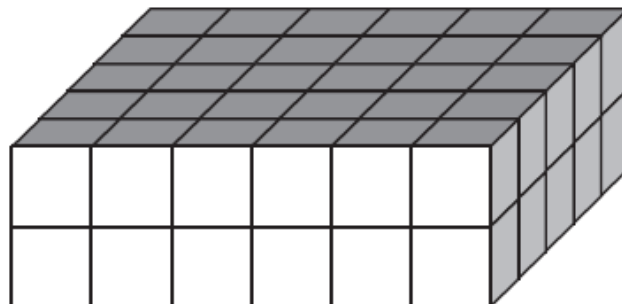
4. La cantidad de unidades cúbicas que representa el volumen de la figura es:

- a. 66
- b. **36**
- c. 33
- d. 30



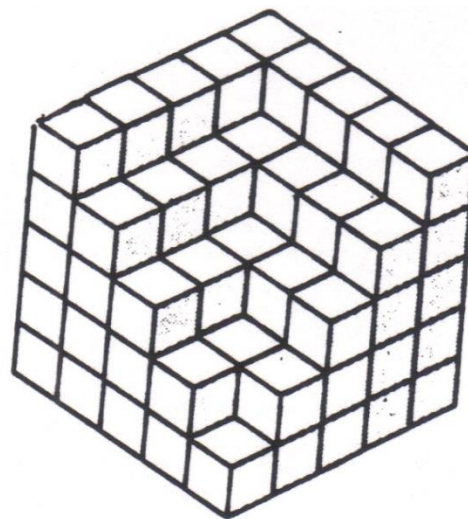
5. El área de superficie de la figura de la derecha es:

- a. 45 unidades cuadradas
- b. 52 unidades cuadradas
- c. 80 unidades cuadradas
- d. **104 unidades cuadradas**



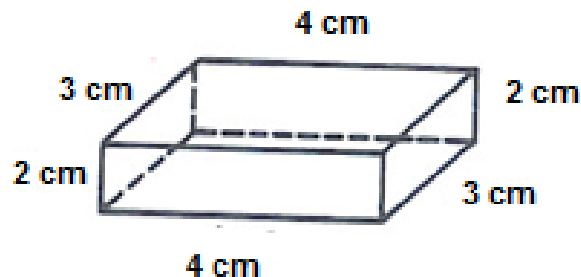
6. ¿Cuántos cubos se necesitan para construir el siguiente diseño?

- a. 45
- b. **95**
- c. 108
- d. 109



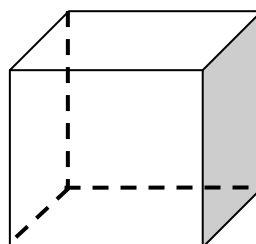
7. ¿Cuál es el volumen de la figura a continuación?

- a.  $52 \text{ cm}^3$
- b.  $26 \text{ cm}^3$
- c.  $24 \text{ cm}^3$**
- d.  $18 \text{ cm}^3$



8. La longitud de una arista de un cubo es 4 pies. ¿Cuál es el área de superficie del cubo?

- a.  $16 \text{ pies}^2$
- b.  $24 \text{ pies}^2$
- c.  $48 \text{ pies}^2$
- d.  $96 \text{ pies}^2$**



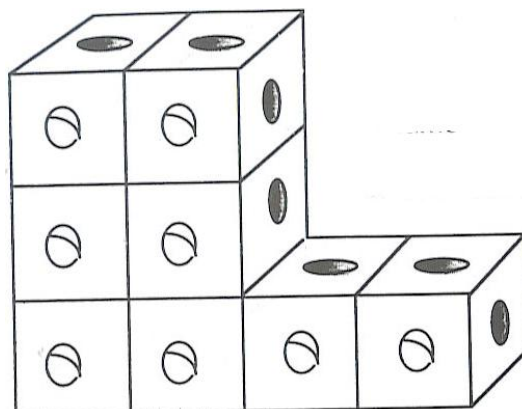
9. ¿Cuál es el volumen de la figura de la derecha?

- a. 48 unidades cúbicas
- b. 27 unidades cúbicas
- c. 20 unidades cúbicas**
- d. 10 unidades cúbicas



10. El área de superficie de la figura de la derecha es:

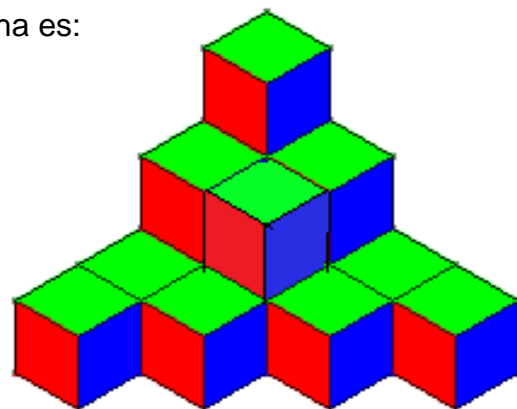
- a. 8 unidades cuadradas
- b. 15 unidades cuadradas
- c. 23 unidades cuadradas
- d. 30 unidades cuadradas**





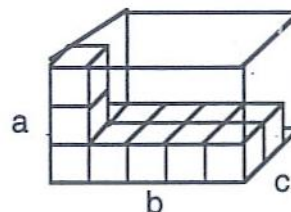
11. El volumen, en unidades cúbicas, de la figura de la derecha es:

- a. 10
- b. 12
- c. 15**
- d. 24



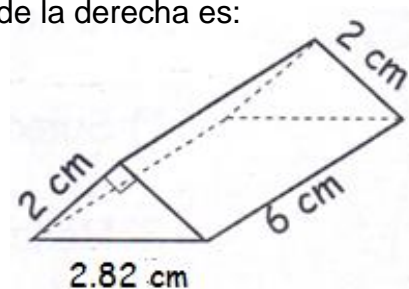
12. ¿Cuántos cubos faltan para llenar esta caja que se ilustra a la derecha, si su volumen es 45 unidades cúbicas?

- a. 33**
- b. 12
- c. 8
- d. 5



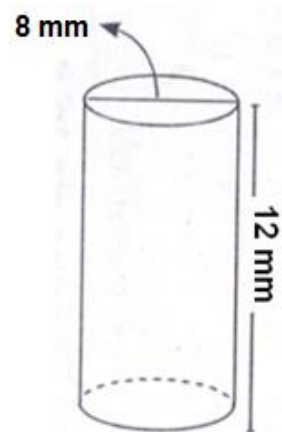
13. Aproximadamente, el área de superficie de la figura de la derecha es:

- a. 46.56cm<sup>2</sup>
- b. 44.92 cm<sup>2</sup>**
- c. 42.92cm<sup>2</sup>
- d. 43.74cm<sup>2</sup>



14. ¿Cuánto mide el volumen del cilindro a continuación? Aproxima la respuesta a la centésima más cercana. (utiliza:  $\pi \approx 3.14$ )

- a. 2,411.52 mm<sup>3</sup>
- b. 1,004.80mm<sup>3</sup>
- c. 602.88 mm<sup>3</sup>
- d. 401.92 mm<sup>3</sup>



15. Volumen y área de superficie son conceptos que se ubican bajo el estándar de:

- a. Numeración y Operación
- b. Álgebra
- c. Geometría
- d. Medición
- e. Análisis de Datos y Probabilidad

HOJA DE MATEMÁTICAS DE 4<sup>to</sup>-6<sup>to</sup> GRADO

<b><u>Perímetro</u></b> Cuadrado $P = 4l$ Rectángulo $P = 2a + 2l$ <b><u>Circunferencia</u></b> $C = \pi d$ o $C = 2\pi r$ <b><u>Área</u></b> Triángulo $A = \frac{1}{2}bh$ Cuadrado $A = l^2$ Rectángulo $A = la$ Trapecio $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ Paralelogramo $A = bh$ Círculo $A = \pi r^2$		<table> <tr> <th></th><th><u>Volumen</u></th><th><u>Área de la superficie</u></th></tr> <tr> <td>Cilindro recto</td><td><math>V = \pi r^2 h</math></td><td><math>A.S. = 2\pi r h + 2\pi r^2</math></td></tr> <tr> <td>Prisma recto</td><td><math>V = Bh</math></td><td><math>A.S. = \text{suma del área de las bases} + \text{suma de las áreas de las caras laterales}</math></td></tr> </table>		<u>Volumen</u>	<u>Área de la superficie</u>	Cilindro recto	$V = \pi r^2 h$	$A.S. = 2\pi r h + 2\pi r^2$	Prisma recto	$V = Bh$	$A.S. = \text{suma del área de las bases} + \text{suma de las áreas de las caras laterales}$
	<u>Volumen</u>	<u>Área de la superficie</u>									
Cilindro recto	$V = \pi r^2 h$	$A.S. = 2\pi r h + 2\pi r^2$									
Prisma recto	$V = Bh$	$A.S. = \text{suma del área de las bases} + \text{suma de las áreas de las caras laterales}$									
		<b><u>CLAVE</u></b> $b$ = base <span style="float: right;"><math>d</math> = diámetro</span> $h$ = altura <span style="float: right;"><math>r</math> = radio</span> $l$ = largo <span style="float: right;"><math>A</math> = área</span> $a$ = ancho <span style="float: right;"><math>C</math> = circunferencia</span> $b_1$ = base menor <span style="float: right;"><math>V</math> = volumen</span> $b_2$ = base mayor $A.S.$ = área de la superficie $B$ = área de la base									
<b><u>Conversiones</u></b> Longitud y superficie 1 yarda = 3 pies = 36 pulgadas 1 milla = 1,760 yardas = 5,280 pies 1 acre = 43,560 pies cuadrados 1 metro = 100 centímetros = 1,000 milímetros 1 kilómetro = 1,000 metros											
<hr/> <b><u>Masa/Peso</u></b> 1 kilogramo = 1,000 gramos 1 libra = 16 onzas 1 tonelada = 2,000 libras 1 tonelada métrica = 1,000 kilogramos											
<hr/> <b><u>Volumen/Capacidad</u></b> 1 taza = 8 onzas líquidas 1 pinta = 2 tazas 1 cuarto = 2 pintas 1 galón = 4 cuartos 1 litro = 1,000 mililitros = 1,000 centímetros cúbicos											

<sup>3</sup> Tabla de matemáticas tomada de pruebas de práctica PPAA de 4to.a 6to. grado.