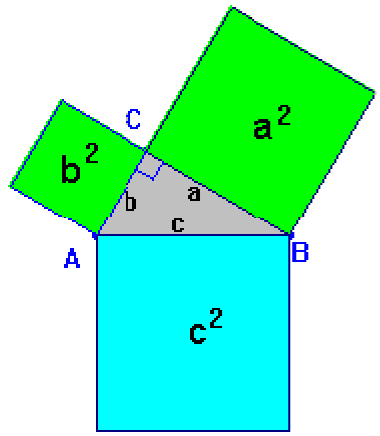
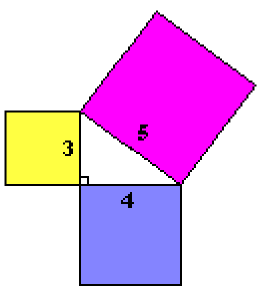
Demostración geométrica del teorema de Pitágoras





Veamos si las áreas **son** la misma:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Calculando obtenemos:

$$9 + 16 = 25$$

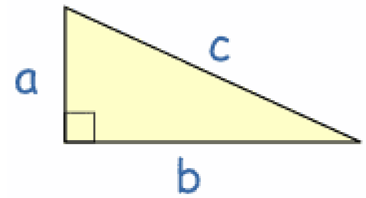
¡sí, funciona!

¿Por qué es útil esto?

Si sabemos las longitudes de **dos lados** de un triángulo con un ángulo recto, el Teorema de Pitágoras nos ayuda a encontrar la longitud del **tercer lado**. (¡Pero recuerda que sólo funciona en triángulos rectángulos!)

¿Cómo lo uso?

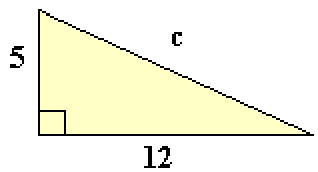
Escríbelo como una ecuación:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ahora puedes usar álgebra para encontrar el valor que falta, como en estos ejemplos:

<table>
<tr>
<td>



$a^2 + b^2 = c^2$

$5^2 + 12^2 = c^2$

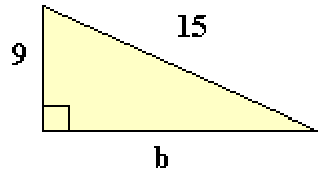
$25 + 144 = 169$

$c^2 = 169$

$c = \sqrt{169}$

$c = 13$

</td>
<td>



$a^2 + b^2 = c^2$

$9^2 + b^2 = 15^2$

$81 + b^2 = 225$

Resta 81 a ambos lados

$b^2 = 144$

$b = \sqrt{144}$

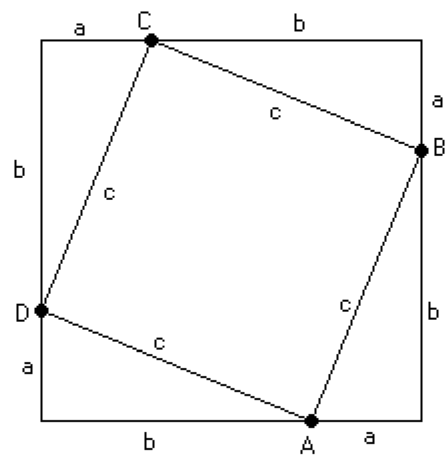
$b = 12$

</td>
</tr>
</table>

Demostración algebraica del teorema de Pitágoras

Podemos ver que $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$ usando el Álgebra

Mira este diagrama... tiene dentro un triángulo "abc" (en realidad tiene cuatro):



Es un gran cuadrado, cada lado mide **a+b**, así que el área es:

$$A_{\text{cuadrado grande}} = (a+b)(a+b)$$

Ahora sumamos las áreas de los trozos más pequeños:

Primero, el cuadrado pequeño (inclinado) tiene área	$A_{\text{cuadrado pequeño}} = c^2$
Y hay cuatro triángulos, cada uno con área	$A_{\text{triángulo}} = \frac{1}{2}ab$
Así que los cuatro juntos son	$A_{\text{cuatro triángulos}} = 4(\frac{1}{2}ab) = 2ab$
Si sumamos el área del cuadrado inclinado y los 4 triángulos da:	$A_{\text{suma}} = c^2+2ab$

El área del **cuadrado grande** es igual al área del **cuadrado inclinado y los 4 triángulos**. Esto lo escribimos así:

$$(a+b)(a+b) = c^2+2ab$$

Ahora, vamos a operar a ver si nos sale el teorema de Pitágoras:

Empezamos con:	$(a+b)(a+b) = c^2+2ab$
Desarrollamos (a+b)(a+b):	$a^2+2ab+b^2 = c^2+2ab$
Restamos "2ab" de los dos lados:	$a^2+b^2 = c^2$

¡HECHO!

Ahora vemos por qué funciona el teorema de Pitágoras, o con otras palabras, vemos la demostración del teorema de Pitágoras.

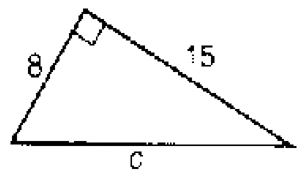
Hay muchas otras demostraciones de este teorema, ¡pero esta funciona muy bien!

Teorema de Pitágoras **_Hoja de Trabajo 1_**

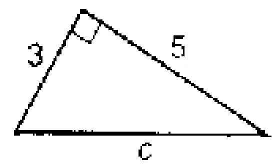
Usa el teorema de Pitágoras, $a^2 + b^2 = c^2$, para resolver un triangulo rectángulo, donde a y b son las longitudes de los catetos y c es la longitud de la hipotenusa.

Encontrar la longitud del tercer lado de cada triángulo rectángulo.

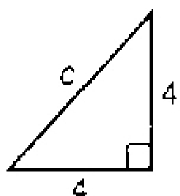
1.



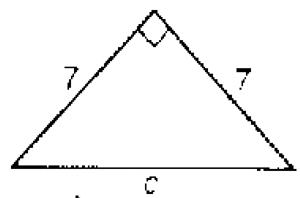
2.



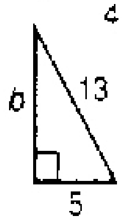
3.



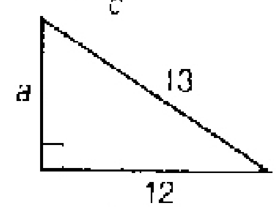
4.



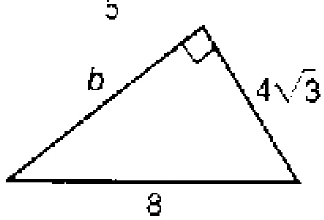
5.



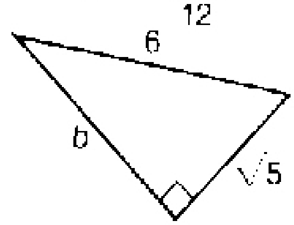
6.



7.



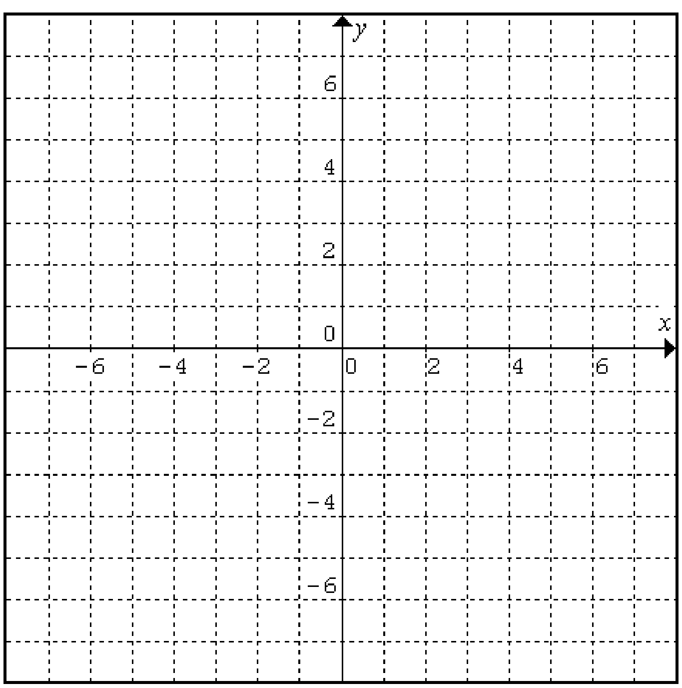
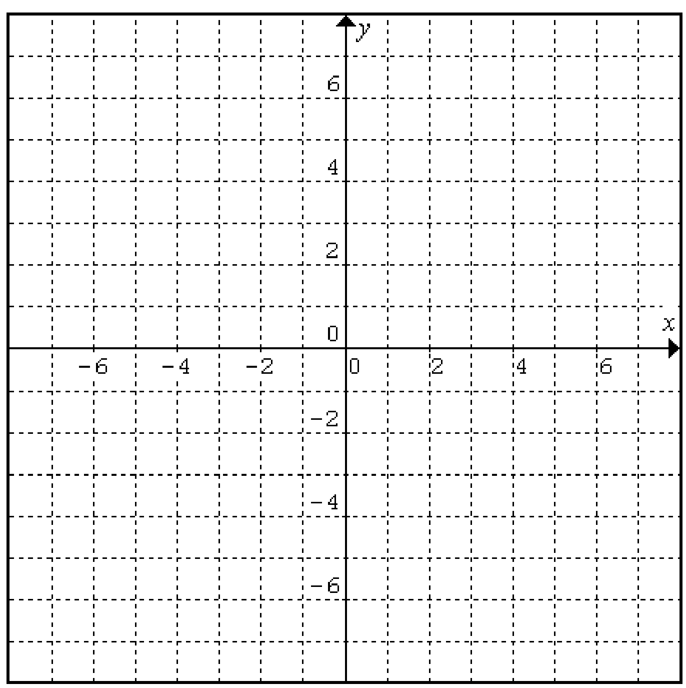
8.

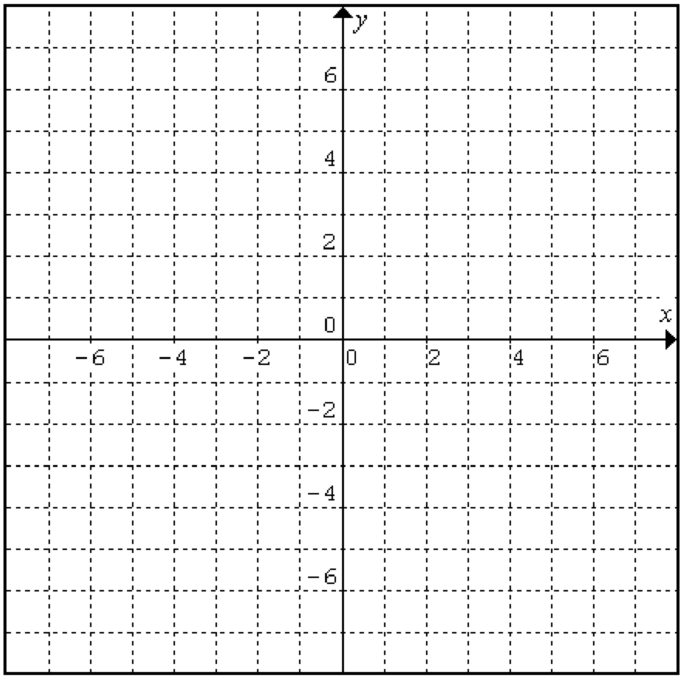


Teorema de Pitágoras *Hoja de Trabajo 2*

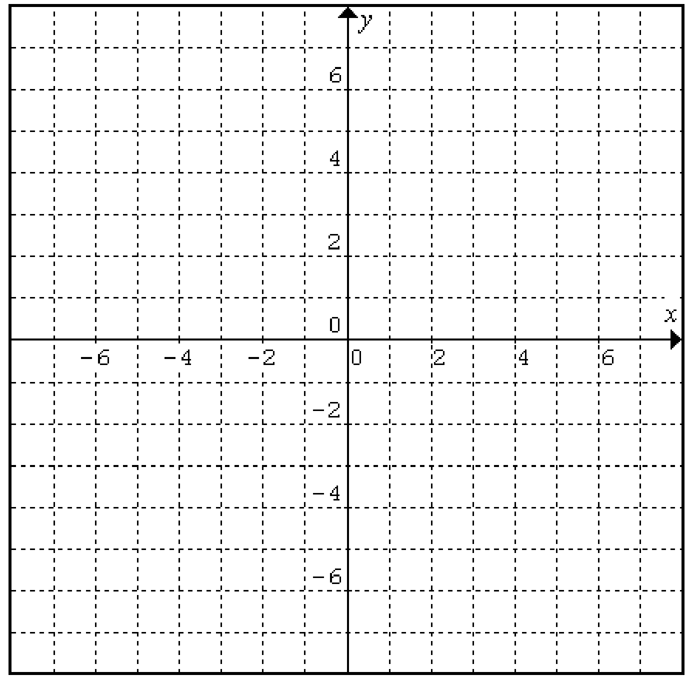
Traza la gráfica de los puntos en el plano cartesiano, luego traza el segmento de línea que los une y determina la distancia entre ellos.

Puntos (coordenadas)	**Cómputos**	**Distancia**
A(3,6) B (8, 6)		
C(-2,-3) D(5, -3)		
E (7,-1) F(7, 10)		
G (4,5) H(4, 0)		
I (-2,5) J(3,5)		
J(3,5) K(3,1)		
I(-2,5) K(3,1)		

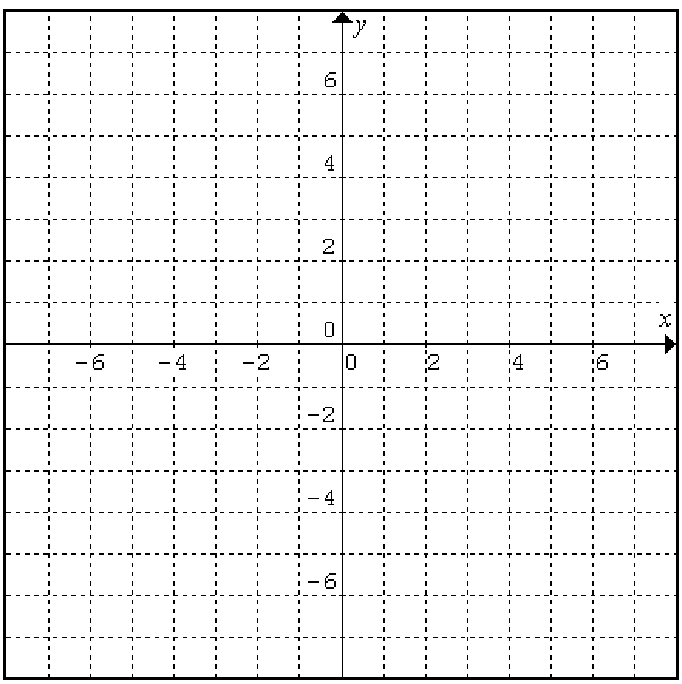





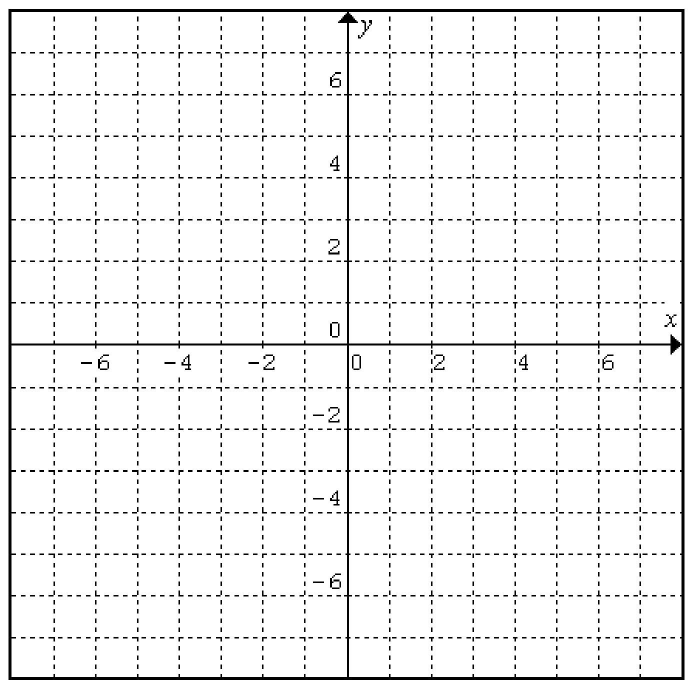
y
x
6
4
2
0
−2
−4
−6



y
x
6
4
2
0
−2
−4
−6



y
x
6
4
2
0
−2
−4
−6



y
x
6
4
2
0
−2
−4
−6

Estación #1

Una brigada de energía eléctrica instalará 10 postes nuevos en una urbanización en Vega Baja. El jefe de brigada quiere saber si el rollo de cable tensor que tienen en el camión es suficiente. Ayuda al jefe de brigada a determinar si el rollo es suficiente y sino ¿para cuántos postes le rinde?

Importante: El cable tensor debe ser colocado desde el tope del poste hasta el suelo y debe estar a una distancia de 5 pies de la base del poste (1 pulgada representa 1 pie).

alitos de pincho = postes

Rollo de hilo = rollo de cable tensor

"Foam" = suelo

Estación #2

Pepito debe ir a la tienda al salir de la escuela, por que la mamá le pidió que le comprara leche y pan. Pepito debe tomar la ruta más corta posible para regresar a la casa, para que no se le enfriara el pan y no se le dañe la leche. Ayuda a Pepito a encontrar la ruta más corta para que no se le dañen las cosas.

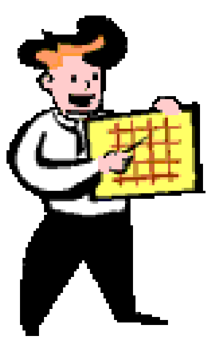
Importante: Haz un plano cartesiano y marca las coordenadas de la casa, de la escuela y de la tienda.

Casa de Pepito – (0,0)

Escuela de Pepito – (3,0)

Tiendita – (3,4)

*Si Pepito recorre más de 6 Km. se enfría el pan, si recorre más de 8 Km. se le daña la leche.

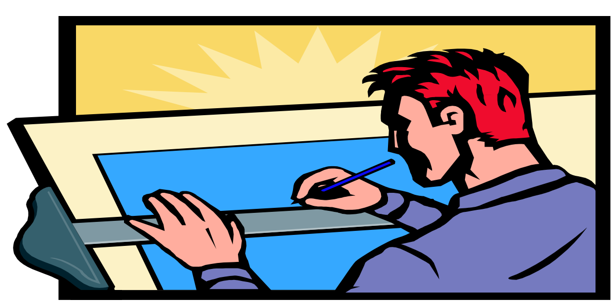


Estación #3

En el cruce de la calle San Sebastián con la calle San Justo (en el Viejo San Juan) se encuentran unos turista, ellos quieren llegar a la entrada de la Fortaleza. Un taxista le ofrece llevarlos al lugar y les cobra un dólar por kilómetro. La ruta que sugiere el taxista es la siguiente: ir al este por la San Sebastián y luego al sur por la Del Cristo. ¿Cuánto les cobrara el taxista? Si pudieran ir directo desde el cruce hasta la entrada de la fortaleza, ¿Cuánto se ahorrarían?

Importante: Utiliza la siguiente escala al utilizar la regla

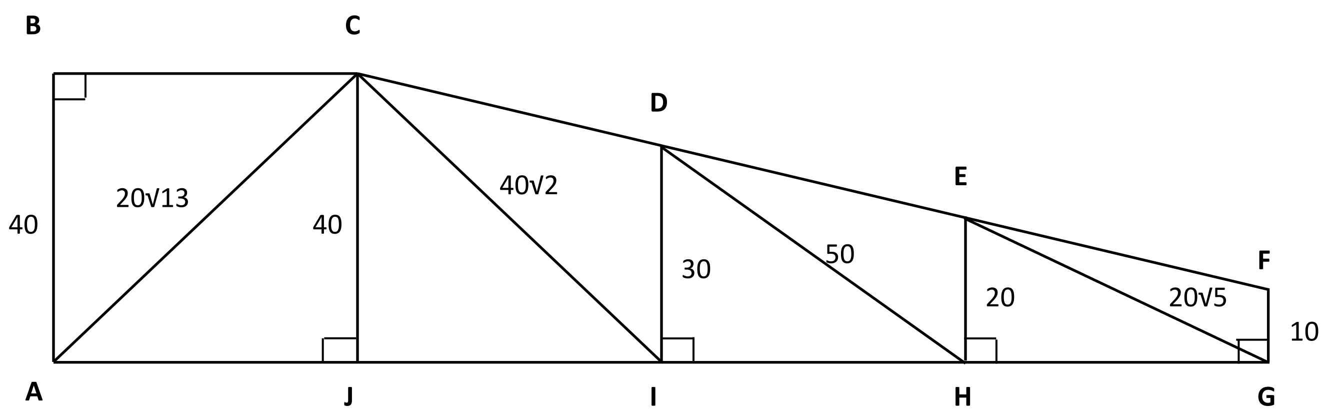
(2 Km : 1 cm)



Estación #4

Trabajas en un equipo de mantenimiento del municipio de Bayamón. Parte de la calle se ha hundido, como se muestra a continuación. No tienes métricas suficientemente largas para medir el hoyo. Explica cómo puedes medir indirectamente la distancia de un extremo al otro del hoyo.

Los jóvenes entre ocho y diecisiete años que sueñan con manejar autos de carreras pueden hacer realidad sus sueños en la NHRA (*National Hot Rod Association*), una asociación de aficionados a esa actividad deportiva.



Supongamos que quieres construir el chasis del auto.

¿Cuánto material necesitas para construir la parte desde A hasta G?

¿Cuánto material necesitas para construir la parte desde B hasta F?

Si el tubo de acero cuesta $7.50 el pie, ¿cuál será el costo del material requerido para construir el chasis completo?

El cuarto que se muestra está formado por seis rectángulos. Si la mosca fuera a volar en línea recta hasta donde está la araña, ¿qué distancia recorrería?