



## Guía del Maestro Teorema de Pitágoras

**Título: Teorema de Pitágoras y Aplicaciones**

**Autores:**

**Materia/Nivel:** Matemática 7-12

**Concepto principal: Teorema de Pitágoras**

**Objetivos específicos:** Al terminar la capacitación los participantes:

1. Enunciarán el Teorema de Pitágoras.
2. Demostrarán la fórmula de distancia entre dos puntos en el Plano Cartesiano utilizando el Teorema de Pitágoras.
3. Aplicarán la fórmula de distancia para determinar la distancia entre dos puntos en diferentes situaciones.
4. Aplicarán el Teorema de Pitágoras para resolver problemas.

### Estándares y Expectativas del Grado

#### ESTÁNDAR DE CONTENIDO 3: GEOMETRÍA

El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.

#### Séptimo

11.0 TEOREMA DE PITÁGORAS. Explora y aplica el Teorema de Pitágoras para resolver problemas de medición.

G.FG.7.11.1 Explora el Teorema de Pitágoras al investigar los triángulos rectángulos, sus medidas y sus áreas.

G.FG.7.11.2 Aplica el Teorema de Pitágoras para resolver problemas.

#### Octavo

9.0 REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS. Utiliza una gran variedad de representaciones para describir figuras geométricas y analizar las relaciones entre ellas.

G.MG.8.9.3 Utiliza representaciones algebraicas y coordenadas cartesianas (distancia, punto medio, pendiente) para describir y definir figuras.





Once

11.0 TEOREMA DE PITÁGORAS. Demuestra y aplica el Teorema de Pitágoras y su recíproco.

G.FG.10.11.1 Prueba el Teorema de Pitágoras y su recíproco.

G.LR.10.11.2 Aplica el Teorema de Pitágoras en situaciones de dos y tres dimensiones.

G.LR.10.11.3 Desarrolla y aplica la fórmula de distancia para determinar la distancia entre dos puntos en el plano de coordenadas rectangulares.

### Materiales

1. Hojas de trabajo
2. Papel cuadriculado
3. Reglas
4. Lápices de colores
5. Calculadora gráfica
6. Sorbetos o palillos de pinchos
7. Cabuya (Hilo)
8. "Foam"
9. Computadora
10. Proyector data-video
11. Papelotes
12. Marcadores
13. Copias de mapas (viejo San Juan)
14. Transportador

### Trasfondo

Pitágoras fue filósofo y matemático griego, considerado el primer matemático. Fundó un movimiento en el sur de la actual Italia, en el siglo VI a.C., que enfatizó el estudio de las matemáticas con el fin de intentar comprender todas las relaciones del mundo natural. Su famoso teorema, el Teorema de Pitágoras, relaciona los tres lados de un triángulo rectángulo, y establece que el cuadrado del lado mayor (hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados (catetos). Esto es, si  $c$  representa la longitud de la hipotenusa y  $a$  y  $b$  las longitudes de los catetos entonces el teorema establece  $a^2 + b^2 = c^2$ .

El teorema de Pitágoras permite calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo si se conocen los otros dos. Así, permite calcular la hipotenusa a partir de los dos catetos: o bien, calcular un cateto si conocemos la hipotenusa y el otro cateto:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{o} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2} .$$

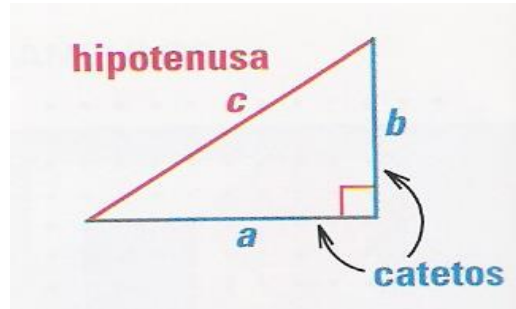




El Triángulo rectángulo tiene un ángulo de  $90^\circ$ . Los lados que forman el ángulo recto son los catetos del triángulo y el otro lado es la hipotenusa.

Fórmula

$$a^2 + b^2 = c^2$$



El teorema de Pitágoras se aplica en distintas áreas del saber. Por ejemplo, los arqueólogos estudian la vida y cultura de personas del pasado examinando evidencias tales como: ruinas de ciudades antiguas, obras de arte o herramientas antiguas. Un sitio arqueológico es un área donde se busca evidencia de civilizaciones pasadas. Los arqueólogos usualmente crean mapas de estos sitios para ayudar en su descripción y para marcar las localizaciones de sus hallazgos. Para calcular la distancia entre los distintos sitios encontrados utilizan el teorema de Pitágoras.

### Inicio: ¿Qué sabemos del Teorema de Pitágoras?

1. Se dividen los participantes en pareja.
2. Se plantea la siguiente situación: En la película “El Mago de Oz”, el espantapájaros está buscando un cerebro. Cuando el mago le presenta a un doctor en “pensamientología”, el espantapájaros anuncia inmediatamente: **“La suma de los cuadrados de dos lados cualesquiera de un triángulo es igual al cuadrado del otro lado del triángulo”**. ¿Estás de acuerdo con el “Teorema” del espantapájaros? Explica **(utiliza un papelote)**
3. Luego de 20 minutos, cada pareja presentará sus resultados y pega el papelote en la pared. No se pasará juicio sobre el contenido de los resultados, esto se hará al final de la capacitación y se utilizará como una técnica de assessment.



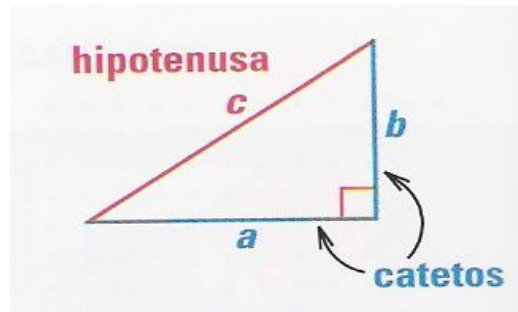


## Desarrollo:

### Actividad 1:

1. El capacitador presenta el Teorema de Pitágoras: Dado el triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



2. El capacitador discute el Teorema
  - a. Presenta varios ejemplos de triángulos rectángulos y no rectángulos.
  - b. El capacitador enfatiza que el teorema de Pitágoras se puede aplicar en triángulos rectángulos. De igual forma, hablamos de catetos e hipotenusa únicamente en triángulo rectángulo.
3. El capacitador demuestra geoméricamente el Teorema de Pitágoras, **Anejo 1-A**. En el **Anejo 1-b** hay una demostración algebraica del teorema.
4. Se reparte la **Hoja de Trabajo 1** y se discuten las instrucciones con los participantes.
5. En grupo grande se discute la **Hoja de Trabajo 1**. El capacitador aprovecha la oportunidad para aclarar dudas.

### Actividad 2:

1. El capacitador demostrará la fórmula de distancia entre dos puntos en el Plano Cartesiano. Utilizando las siguientes preguntas:
  - a. ¿Qué necesitas para hallar la distancia entre dos puntos en el Plano Cartesiano?
    - i. Las coordenadas de los puntos.





- b. En papel cuadrulado representa el Plano de Cartesiano.
- c. Hallar la distancia entre los siguientes pares de puntos:
  - i.  $(0, 1)$  y  $(0, 5)$
  - ii.  $(0, 3)$  y  $(0, 8)$
  - iii.  $(1, 0)$  y  $(7, 0)$
  - iv.  $(2, 0)$  y  $(5, 0)$
- d. ¿Cómo determinaste la distancia?
- e. ¿Qué operaciones puedes realizar con las coordenadas de los puntos para hallar la distancia?
- f. ¿Importa el orden en que escoges las coordenadas? ¿Por qué?
- g. Luego se les presentaran dos puntos,  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ , que no están en línea vertical ni horizontal y se les harán preguntas.
- h. ¿Puedes utilizar el proceso anterior para calcular la distancia entre estos dos puntos? ¿Por qué?
- i. ¿Cómo puedes hallar la distancia entre estos puntos?
- j. ¿Puedes buscar la distancia entre los dos puntos moviéndote verticalmente y luego horizontalmente?
- k. ¿Es esa la distancia más corta?
- l. ¿Qué figura formarías con los segmentos que tienen esas distancias?
- m. ¿Qué sabes de esta figura?
- n. ¿Esta figura te ayuda de alguna manera a hallar la distancia diagonal entre los dos puntos?
- o. ¿Qué teorema famoso te puede ayudar?
- p. ¿Qué relación tiene el teorema con la distancia diagonal?
- q. ¿Quién es la distancia diagonal en el teorema?
- r. ¿Quiénes son las distancias verticales y horizontales en el teorema?
- s. ¿Cómo intercambiarías los datos de las distancia en el teorema?
- t. ¿Cuál es la fórmula de distancia?
- u. ¿Necesitas hallar los puntos en el plano para hallar la distancia entre los puntos? ¿Por qué?





2. Se reparte la **Hoja de Trabajo 2** y se discuten las instrucciones con los participantes.
3. En grupo grande se discute la **Hoja de Trabajo 2**. El capacitador aprovecha la oportunidad para aclarar dudas.

### **Actividad 3:**

1. Se reparte la **Hoja de Trabajo 3** y se discuten las instrucciones con los participantes.
2. Los participantes se dividirán en tres grupos y trabajarán por estaciones.
3. Tendrán 10 minutos para resolver el problema de la estación. Cuando el capacitador se lo indique se moverán a la siguiente estación y resolverán el problema de esa estación. Los participantes se seguirán moviendo a la siguiente cuando el capacitador se lo indique.
4. Cada grupo va a presentar el problema trabajado en la estación inicial.
  - a. Los participantes presentarán las estrategias utilizadas para resolver el problema.
  - b. Capacitador aprovechará para aclarar dudas.

### **Actividad 4:**

1. El capacitador presenta la siguiente situación: Los jóvenes entre ocho y diecisiete años que sueñan con manejar autos de carreras pueden hacer realidad sus sueños en la NHRA (National Hot Rod Association), una asociación de aficionados a esa actividad deportiva.
2. Se divide el grupo en parejas.
3. Se reparte la **Hoja de Trabajo 4** y se discuten las instrucciones con los participantes.
4. En grupo grande se discute la **Hoja de Trabajo 4**.
5. El capacitador aprovecha la oportunidad para preguntar sobre las estrategias que utilizaron para resolver el problema.





### Actividad 5:

1. Se divide el grupo en parejas.
2. Se reparte la **Hoja de Trabajo 5** y se discuten las instrucciones con los participantes.
3. En grupo grande se discute la **Hoja de Trabajo 5**.
4. El capacitador aprovecha la oportunidad para preguntar sobre las estrategias que utilizaron para resolver el problema.

### Actividades de cierre

1. Retomar los papelotes para reflexionar acerca de los aprendizajes en la capacitación como *assessment* final.
2. Administrar la pos prueba para luego discutirla con los maestros participantes.
3. Completar la hoja de reacción evaluativa de la capacitación.

