



Guía del Maestro Ecuaciones lineales en dos variables

Título: Ecuaciones lineales en dos variables

Autores:

Materia/Nivel: Matemática 7-12

Concepto principal: Ecuaciones lineales en dos variables

Objetivos específicos: Al terminar la capacitación los participantes:

1. Definirán el concepto *ecuación lineal* en dos variables.
2. Identificarán la ecuación lineal en dos variables dada:
 - a. La ecuación
 - b. La gráfica
 - c. Tabla de valores o soluciones
3. Determinarán la pendiente de la ecuación lineal en dos variables dada:
 - a. La ecuación
 - b. La gráfica
 - c. Tabla de valores o soluciones
4. Determinarán las intercepciones con los ejes.
5. Determinarán la ecuación de la línea dado:
 - a. Dos puntos
 - b. La gráfica
 - c. Un punto y la pendiente
 - d. La pendiente y el intercepto en el eje vertical
6. Resolverán problemas verbales aplicando el modelo lineal.
7. Interpretarán el significado de la pendiente y el intercepto del eje vertical en una situación dada.

Estándares y Expectativas del Grado

Séptimo

Álgebra

- 6.0 Interpreta la razón de cambio en situaciones matemáticas y del mundo real y reconoce la razón de cambio constante asociada a relaciones lineales.





A.CA.7.6.1

Demuestra que la razón de cambio en casos lineales es constante y describe gráficamente la relación proporcional implícita en esta razón de cambios y representada en la inclinación de la línea.

A.CA.7.6.2

Interpreta, describe y utiliza la razón de cambio para modelar situaciones matemáticas y del mundo real. Interpreta el significado de la razón de cambio asociada con incrementos y decrecimientos en contextos variados y del mundo real que involucran tasas, razones y porcentajes.

A.PR.7.6.3

Construye gráficas de relaciones lineales observando que el cambio vertical por unidad dividido por el cambio horizontal por unidad es igual a la pendiente de la gráfica

A.PR.7.6.4

Establece conexiones y traduce entre representaciones equivalentes de relaciones lineales, incluyendo gráficas, tablas, ecuaciones y expresiones verbales para resolver problemas

Octavo

Álgebra

2.0 Identifica funciones basándose en el comportamiento de su gráfica y su razón de cambio, y describe funciones usando la notación y terminología apropiada.

A.PR.8.2.2

Determina si una relación es lineal o no lineal basándose en si tiene o no razón de cambio constante, su descripción verbal, su tabla de valores, su representación gráfica o su forma simbólica.

A.RE.8.2.4

Aplica la terminología y los símbolos asociados con expresiones, funciones y ecuaciones lineales, incluyendo notación de funciones, entradas, salidas, dominio, alcance, pendiente, intercepto, variable dependiente e independiente





A.PR.8.3.1

Representa patrones lineales por medio de tablas, gráficas, sucesiones, expresiones verbales, expresiones simbólicas, ecuaciones y funciones de la forma $f(x) = ax + b$.

A.RE.8.3.2

Describe el significado de las expresiones simbólicas de la forma $ax + b$ en palabras e interpreta los cambios en los parámetros a y b .

A.RE.8.3.4

Identifica y traduce entre representaciones equivalentes de expresiones lineales, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, por medio de representaciones verbales, tablas, gráficas y símbolos.

A.RE.8.3.5

Escribe, interpreta y traduce entre formas equivalentes de ecuaciones y funciones lineales, incluyendo: punto-pendiente, pendiente-intercepto y la forma general.

A.RE.8.3.5.1

Reconoce que las formas equivalentes de las relaciones lineales revelan información de una situación dada.

4.0 VARIABLES, PARÁMETROS, CONSTANTES Y ECUACIONES. Distingue

entre los diferentes usos de las variables, los parámetros, las constantes y las ecuaciones.

A.RE.8.4.1 Distingue y describe entre los diferentes usos de las variables: como símbolos para cantidades que varían (como $7x$); como símbolos para un valor fijo y posiblemente desconocido en una ecuación (como $2x + 7 = 4$); como símbolos para todos los números ($x + x = 2x$); como símbolos en fórmulas (como $A = bh$) y como símbolos para parámetros (como m es la pendiente en $y = mx + b$).

A.RE.8.4.3 Identifica y distingue entre parámetros en la variable dependiente e independiente en una relación lineal (para $y = mx + b$, x y y son variables respectivamente y m , b son los parámetros).





5.0 ECUACIONES E INECUACIONES LINEALES. Construye, resuelve e interpreta las soluciones de ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos matemáticos y del mundo real.

A.MO.8.5.1

Modela y describe una situación mediante una ecuación o una inecuación.

A.RE.8.5.2

Analiza y justifica el razonamiento en el proceso de resolver una ecuación o inecuación lineal.

A.RE.8.5.3

Resuelve ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.

8.0 RAZÓN DE CAMBIO. Utiliza la función lineal para interpretar, modelar y resolver situaciones que exhiben razón de cambio constante.

A.CA.8.8.1 Generaliza patrones lineales o sucesiones aritméticas utilizando reglas verbales y expresiones simbólicas tales como ax y $ax + b$.

A.CA.8.8.2 Analiza situaciones matemáticas y del mundo real y determina si puede describirse por medio de un modelo lineal.

A.CA.8.8.2.1 Determina la razón de cambio constante y desarrolla e interpreta la función que modela una situación lineal.

Geometría

9.0 REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS. Utiliza una gran variedad de representaciones para describir figuras geométricas y analizar las relaciones entre ellas.

G.MG.8.9.3 Utiliza representaciones algebraicas y coordenadas cartesianas (distancia, punto medio, pendiente) para describir y definir figuras.

Medición





12.0 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE MEDIDA. Selecciona y aplica técnicas e instrumentos para determinar medidas con un grado apropiado de precisión.

M.UM.8.12.1 Selecciona y aplica técnicas e instrumentos para determinar medidas con un grado apropiado de precisión.

Décimo

Álgebra

2.0 FUNCIONES. Investiga el comportamiento de las funciones con sus respectivas ecuaciones. Compara y contrasta las propiedades de las diferentes familias de funciones.

A.PR.11.2.1 Determina el dominio y el alcance de las funciones a partir de sus diferentes representaciones.

Materiales

1. Hoja de trabajo
2. Papel cuadriculado
3. Reglas
4. Lápices de colores
5. Calculadora grafica
6. Palillos de dientes
7. Cuerda
8. Objetos con formas circulares
9. Computadora
10. Proyector data-video
11. Papelotes
12. Marcadores

Trasfondo

En la vida cotidiana, existen relaciones entre dos variables que pueden representarse por medio de una gráfica lineal. El modelo analítico y gráfico de una recta nos sirve para entender mejor situaciones de la naturaleza que se caracterizan por tener una razón de cambio constante, como la tasa de crecimiento, pago de impuestos, interés simple de un capital, los ingresos, etc.

Por eso, es importante que conozcamos e identifiquemos las características algebraicas y geométricas de la ecuación lineal en dos variables.





Inicio: Organizador Grafico

1. Se dividen los participantes en pareja.
2. Se le pide a cada pareja que desarrolle en un papelote un organizador gráfico cuyo tema sea *ecuaciones lineales en dos variables*.
3. Luego de un tiempo, se le pide a las parejas que peguen el papelote en la pared.
4. Cada pareja presentará su organizador gráfico. No se pasará juicio sobre el contenido de los organizadores gráficos, esto se hará al final de la capacitación y se utilizará como una técnica de assessment.

Desarrollo:

Actividad 1:

1. El capacitador define ecuación lineal en dos variables.
 - a. Una ecuación lineal en dos variables es una ecuación de la forma $Ax + By + C = 0$, donde A, B, C, son números reales con A y B distinto de cero a la vez.
2. El capacitador reparte varias tarjetas con ejemplos de ecuaciones para que los participantes las clasifiquen en lineales y no lineales. Los participantes explicarán sus contestaciones. El capacitador aprovechará las contestaciones para aclarar dudas.
 - a. $2x + 3y + 5 = 0$
 - b. $y = 2$
 - c. $y = x^2 + 1$
 - d. $y = 5x - 7$
 - e. $y = \frac{5x}{2}$
 - f. $x = -5$
 - g. $\frac{x+1}{y+2} = 5$
3. Se reparte la **Hoja de Trabajo # 1** y se discuten las instrucciones con los





participantes.

4. En grupo grande se discute la Hoja de Trabajo # 1. El capacitador aprovecha la oportunidad para aclarar dudas.

Actividad: 2

1. El capacitador define el concepto pendiente

- a.
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta \textit{vertical}}{\Delta \textit{horizontal}}$$

2. El capacitador interpreta geoméricamente la pendiente.
 - a. Positiva – se eleva conforme x se mueve de izquierda a derecha.
 - b. Negativa – Disminuye conforme x se mueve de izquierda a derecha.
 - c. Cero – Recta horizontal.
 - d. No está definida – Recta vertical.
3. El capacitador modela como hacer una tabla de soluciones utilizando la calculadora grafica, aprovecha para calcular la pendiente, trazar la gráfica e identificar las intercepciones con los ejes.
4. Se reparte la **Hoja de Trabajo # 2** y se discute las instrucciones con los participantes.
5. En grupo grande se discute la Hoja de Trabajo # 2. El capacitador aprovecha la oportunidad para aclarar dudas.

Actividad: 3

1. El capacitador demuestra cómo se obtiene la formula: $y - y_0 = m(x - x_0)$.
 - a. Se utiliza la definición de pendiente para calcularla dado el punto sobre la línea (x_0, y_0) y cualquier otro punto sobre la gráfica de la línea (x, y) .

Estos es, $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ si multiplicamos ambos lados de la ecuación por

$x - x_0$, obtenemos la ecuación $y - y_0 = m(x - x_0)$. Esta fórmula se conoce como la **ecuación punto-pendiente**.

2. El capacitador demuestra cómo se obtiene la fórmula $y = mx + b$.





- a. En la ecuación *punto-pendiente* se sustituye el punto $(0, b)$, el punto donde la gráfica intercepta el eje vertical (eje-y), y se obtiene $y - b = m(x - 0)$. Luego al despejar para la variable y obtenemos la fórmula $y = mx + b$. Esta fórmula se conoce como la **ecuación pendiente-intercepto**.
3. Se reparte la **Hoja de Trabajo # 3** y se discute las instrucciones con los participantes.
4. En grupo grande se discute la Hoja de Trabajo # 3. El capacitador aprovecha la oportunidad para aclarar dudas.

Actividad: 4

1. El capacitador plantea el siguiente problema para que los participantes lo resuelvan en parejas:

Situación de la vida real:

Carlitos necesita acumular 40 horas de labor comunitaria para graduarse de cuarto año. En décimo grado acumuló 4 horas y en undécimo acumuló 5 horas adicionales para un total de 9 horas acumuladas en los primeros dos años. En un centro de animales cerca de su casa le dijeron que podía realizar dos horas diarias de labor comunitaria.

- a. Identifica las variables de esta situación.
- b. Identifica la variable independiente y dependiente.
- c. Completa la siguiente tabla.

Variable independiente	Variable dependiente





- d. Utilizando la tabla, ¿qué modelo matemático relaciona las variables? Explica.
 - e. Determina la pendiente e interprétala.
 - f. Determina el modelo.
 - g. Determina el intercepto en el eje vertical e interprétalo.
 - h. ¿Cuántos días tiene que ir Carlitos al centro de animales para completar las horas?
2. El capacitador presentará los problemas de acuerdo al grupo:
1. Un vendedor recibe un salario base de \$100 por semana y una comisión de 10% del total las ventas realizadas.
 - a. Identifique las variables de esta situación.
 - b. Identifique la variable independiente y dependiente.
 - c. Prepara una tabla de valores con al menos cinco pares ordenados.
 - d. Utilizando la tabla, ¿qué modelo matemático relaciona las variables? Explique.
 - e. Determine la pendiente e interprétela.
 - f. Determine el modelo.
 - g. Determine el intercepto en el eje vertical e interprétalo.
 - h. Determine la comisión necesaria para que el salario semanal sea \$2,000.
 - i. ¿Cuál será el salario si vende \$8,000 en la semana?
 2. Hace 5 años la población de Hormigueros era de 15,000 personas. Debido al desarrollo industrial, la población creció a 21,000. Suponiendo que la población crece linealmente, conteste las siguientes preguntas:
 - a. Identifique las variables de esta situación.
 - b. Identifique la variable independiente y dependiente.
 - c. Prepare una tabla de valores con al menos cinco pares ordenados.
 - d. Utilizando la tabla, ¿qué modelo matemático relaciona las variables? Explica.





- e. Determine la pendiente e interprétela.
 - f. Determine el intercepto en el eje vertical e interprételo.
 - g. ¿Cuál es la tasa de crecimiento anual?
 - h. ¿Cuándo la población llegará a 30,000 personas?
3. Por una llamada de larga distancia, una compañía de teléfonos celulares cobra una cuota fija de \$1.00 y \$3.00 por cada minuto.
- a. Identifique las variables de esta situación.
 - b. Identifique la variable independiente y dependiente.
 - c. Prepare una tabla de valores con al menos cinco pares ordenados.
 - d. Utilizando la tabla, ¿qué modelo matemático relaciona las variables?
Explique.
 - e. Determine la pendiente e interprétela.
 - f. Determine el modelo.
 - g. Determine el intercepto en el eje vertical e interprételo.
 - h. ¿Cuál será el cargo por una llamada de 15 minutos?
4. Una firma de abogados compró una fotocopiadora en \$8,000. El contador de la firma deprecia el valor de la fotocopiadora por un periodo de 5 años. Si la firma utiliza la depreciación lineal, conteste las siguientes preguntas:
- a. Identifique las variables de esta situación.
 - b. Identifique la variable independiente y dependiente.
 - c. Prepare una tabla de valores con al menos cinco pares ordenados.
 - d. Utilizando la tabla, ¿qué modelo matemático relaciona las variables?
Explique.
 - e. Determine la pendiente e interprétela.
 - f. Determine el modelo.
 - g. Determine el intercepto en el eje vertical e interprételo.
 - h. ¿Cuál es el valor de la fotocopiadora después de 3 años?



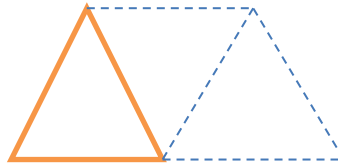


5. Investigación: Patrones recursivos de palillos de dientes

El maestro define lo que es una **secuencia recursiva es una lista ordenada de números generados al aplicar** una regla a cada número sucesivo. Por ejemplo, la secuencia 100, 95, 90, 85, 80, 75, . . . se genera al aplicar la regla “resta 5”.

Instrucciones:

1. Usa palillos de dientes para construir el siguiente patrón de triángulos:



2. Por cada figura, encuentra el número total de palillos y el número de palillos en el perímetro.
3. Construye una tabla de soluciones.

Figura	Número palitos	perímetro
#1		

4. Con la tabla de soluciones, encuentra la razón de cambio.
5. Escribe la ecuación de la forma $y = ax + b$.

Repite el proceso para el siguiente patrón:



Figura 1



Figura 2

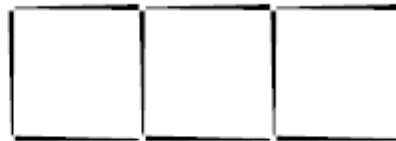


Figura 3





El maestro realiza las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el cambio en el número de palitos?
2. ¿Cuál es el cambio en el perímetro?
3. ¿Cómo se relacionan estas dos cantidades?
4. ¿Cuál cantidad depende de la otra? ¿Por qué?
5. ¿Cuál es la razón de cambio? ¿Por qué?
6. ¿Se puede encontrar la constante b con la tabla de soluciones? ¿Por qué?
7. ¿La ecuación que encontraste tiene el dominio restringido? ¿Por qué?
8. ¿La ecuación que encontraste tiene el codominio restringido? ¿Por qué?

6. ACTIVIDAD: ¿Y qué con el círculo?

1. Busca en el salón de 7 a 10 objetos con forma circular. Utiliza el método más adecuado según tu criterio para medir el diámetro y la circunferencia de cada objeto, mientras completa la tabla que se presenta a continuación. Luego utiliza la calculadora gráfica para trazar la gráfica que represente los datos obtenidos.

2. Reflexión antes de comenzar la actividad.
Para la situación que se presenta

- ¿Cuáles son las variables con las que vas a trabajar?
 - ¿Cuál es la variable independiente?
 - ¿Cuál es la variable dependiente?

3. Completa la tabla que se presenta a continuación.

Descripción del Objeto	Medida del diámetro(d) en cm	Longitud de la circunferencia(C) en cm	Razón entre C y d





4. Traza la gráfica en la calculadora y compárala con la de tu predicción. Busca semejanzas y diferencias. Explica.
5. ¿Qué modelo matemático, sugiere la gráfica, relaciona las variables de la situación?
6. Utiliza la calculadora para obtener el modelo.
7. Escribe una fórmula o función que relaciona la circunferencia C con respecto al diámetro (d).
8. ¿Cómo compara el valor constante que se obtuvo en la función (pregunta 6) con los valores obtenidos en la cuarta columna de la tabla?
9. ¿Cuál es la medida de la circunferencia de un cilindro cuyo diámetro es 8.65cm?
10. ¿Cuál es la medida del diámetro de un cilindro cuya circunferencia es 87.59cm?
11. Si tienes una superficie cuadrada de 2 metros de lado, hecha de cemento, y te venden un tanque de reserva de 6 metros de circunferencia. ¿Cabe el tanque en





la superficie de cemento? Explica tu respuesta mostrando el cómputo, haciendo un dibujo a escala (1 cm: 1m) y un párrafo que demuestre que hiciste para poder contestar la pregunta?

Actividades de cierre

1. Retomar los papelotes para reflexionar acerca de los aprendizajes en la capacitación como *assessment* final.
2. Administrar la pos prueba para luego discutirla con los maestros participantes.
3. Completar la hoja de reacción evaluativa de la capacitación.

