

GUÍA DEL MAESTRO

DÍA 3

ÁLGEBRA: VARIABLES Y EXPRESIONES

AUTOR: Marilyn Santiago Román

MATERIA: Matemáticas

NIVEL: 4-6

CONCEPTO PRINCIPAL: Expresiones Algebraicas

CONCEPTOS SECUNDARIOS: Variable, constante, expresiones matemáticas, orden de operaciones, propiedad conmutativa y propiedad asociativa

CONOCIMIENTO PREVIO: Expresiones matemáticas, ecuaciones, símbolos operacionales, relaciones de cantidades en la forma de ecuaciones (=). Área de rectángulos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Mediante las experiencias de aprendizaje, los participantes:

- Utilizarán un símbolo para representar una cantidad desconocida en una expresión.
- Escribirán una expresión que modele una situación específica.
- Resolverán expresiones con desconocidas.
- Definirán el concepto variable.
- Evaluarán expresiones algebraicas.
- Traducirán expresiones algebraicas y verbales.
- Representarán ecuaciones numéricas usando expresiones variables y ecuaciones.
- Resolverán ecuaciones numéricas que contengan paréntesis, términos y operaciones diferentes.
- Modelarán la propiedad conmutativa de la suma.
- Modelarán la propiedad conmutativa de la multiplicación.
- Modelarán la propiedad asociativa de la suma.
- Modelarán la propiedad asociativa de la multiplicación.
- Interpretarán expresiones verbales.

ESTÁNDARES, EXPECTATIVAS E INDICADORES POR GRADO

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 2: Álgebra

El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.

Cuarto grado

5.0 Reconoce, interpreta y utiliza variables, símbolos matemáticos y las propiedades para escribir y simplificar expresiones.

A.RE.4.5.1 Usa símbolos (letras, figuras, cuadros) para representar la cantidad desconocida en una expresión o ecuación (concepto de variable).

A.RE.4.5.2 Interpreta y evalúa expresiones matemáticas que usan paréntesis para indicar cual operación se llevará a cabo primero cuando las expresiones escritas tienen más de dos términos y diferentes operaciones. (orden de operaciones)

A.RE.4.5.4 Representa relaciones numéricas usando variables expresiones o ecuaciones.

Quinto Grado

5.0 Utiliza las variables en expresiones simples, calcula el valor de la expresión para valores específicos de la variable, y representa e interpreta los resultados.

A.RE.5.5.2 Utiliza símbolos para representar una incógnita, escribe y evalúa expresiones algebraicas simples en una variable por sustitución.

A.RE.5.5.3 Representa relaciones numéricas usando letras, símbolos, expresiones ecuaciones e inecuaciones.

A.RE.5.5.4 Utiliza la propiedad distributiva en ecuaciones y expresiones con variables.

A.CA.5.5.5 Hace generalizaciones utilizando constantes y variables para identificar o describir situaciones matemáticas o de la vida diaria.

Sexto Grado

6.0 Escribe expresiones verbales como expresiones algebraicas y ecuaciones; evalúa expresiones algebraicas, resuelve ecuaciones simples y grafica e interpreta los resultados.

A.MO.6.6.1 Representa y evalúa una situación de la vida diaria (expresión verbal) como una expresión algebraica.

A.RE.6.6.3 Aplica la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva para evaluar expresiones algebraicas.

A.RE.6.6.5 Utiliza variables en expresiones que describen relaciones geométricas (Ej. $P = 2a + 2l$, perímetro de un rectángulo; $A = \frac{1}{2}bh$, área de un triángulo, $C = \pi d$, circunferencia de un círculo).

TRASFONDO

Un concepto de gran importancia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es el concepto de variable. Este concepto es tan importante que su invención constituye un punto de partida en la historia de las matemáticas (Rajaratnan, 1957, citado por Morales L., Díaz J.L., 2003), y es una de las ideas fundamentales de la matemática desde la escuela elemental hasta la educación universitaria. La comprensión del concepto variable proporciona la base para la transición de la aritmética al álgebra y es necesario para el uso significativo de toda la matemática avanzada (Morales L., Díaz J.L. 2003). Una variable es una cantidad que puede cambiar. Suelen utilizarse letras como símbolos para representar las variables de las reglas, expresiones o ecuaciones que describen patrones.

El lenguaje algebraico sirve para expresar situaciones relacionadas con la vida cotidiana, utilizando variables y números de forma combinada. La realización de estas operaciones ha de hacerse al principio paso a paso, pero después se agilizarán y simplificarán las distintas fases en la resolución de ecuaciones. El estudio de las expresiones algebraicas fomentará en los alumnos la agilidad en las operaciones aritméticas con números naturales y enteros, así como el empleo de técnicas de resolución por tanteo, ensayo-error y específicas, como el uso de las propiedades y simplificación de términos.

GLOSARIO

- **Constante:** Un valor fijo. Es un número por sí solo. En álgebra una constante es un número por sí solo o algunas veces una letra como a , b , o c que representan un número fijo. Si no es una constante es llamada variable.
- **Expresión algebraica:** Una expresión matemática que está integrada de tres elementos: números, variables y signos de operación, como $+$ y $-$.
- **Orden de las operaciones:** Orden establecido en el cual se deben realizar las operaciones matemáticas. Este es: calcular cualquier expresión dentro de los

paréntesis, calcular cualquier exponente, multiplicar y dividir de izquierda a derecha y sumar y restar de izquierda a derecha.

- **Propiedad asociativa de la multiplicación:** Propiedad que establece que cuando se multiplican tres o más números reales, la suma siempre es la misma independientemente de su agrupamiento. Esto es: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- **Propiedad asociativa de la suma:** Propiedad que establece que cuando se suman tres o más números reales, la suma siempre es la misma independientemente de su agrupamiento. Esto es: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- **Propiedad conmutativa de la multiplicación:** También llamada propiedad de orden de la multiplicación. Esta propiedad significa que los factores se pueden multiplicar en cualquier orden y que el producto siempre es el mismo. Esto es: $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$
- **Propiedad conmutativa de la suma:** También llamada propiedad de orden de la suma. Esta propiedad significa que los sumandos se pueden sumar en cualquier orden y que la suma siempre es la misma. Esto es: $a + b = b + a$
- **Variable:** Cantidad que puede cambiar. Suelen usarse letras como símbolos para representar las variables de las reglas o ecuaciones que describen patrones.

Materiales

- Anejo A “cover stock” página 1 (1 por capacitador)
- Anejo A “cover stock” página 2 (1 por participante)
- Anejo B “cover stock” (1 por participante)
- Anejo C “cover stock” (1 por capacitador)
- Anejo D “cover stock” (5 o 6 por capacitador)
- Barras de colores (“Cousinarerods”)
- Cinta adhesiva (“masking tape”)
- Cinta adhesiva transparente
- Fichas de colores (“transparentcounters”)
- Figuras de polígonos (“Pattern blocks”)
- Lápices de colores (1 o 2 cajas por cada grupo)
- Marcadores permanentes (1 set por cada grupo)
- Pega (gluestick)
- Tijeras (1 por participante)

PROCESO EDUCATIVO

Las actividades se trabajarán, algunas de modo individual y otras en grupo. El capacitador formará equipos colaborativos. Los roles en los diferentes grupos constituidos pueden variar por actividad para así promover la participación activa y el liderazgo compartido entre los miembros del grupo.

INICIO

Actividad # 1: Explorando las variables y las expresiones

Invite a los participantes a trabajar la Actividad #1. En esta actividad repartirá franjas. Luego mostrará un concepto (**Anejo A: Tarjetas con los conceptos**), y les solicitará que escriban una

frase, una expresión o un ejemplo que represente el concepto presentado. Inmediatamente pasará al próximo concepto (reacción escrita inmediata). Al finalizar cada participante pasará a la pizarra y pegará la franja.

Instrucciones: Escriba en la franja una palabra, frase o expresión, que identifique el concepto que menciona el capacitador(a). Al finalizar cada participante pegará la franja en la pizarra bajo cada uno de los conceptos mencionados.

Conceptos:

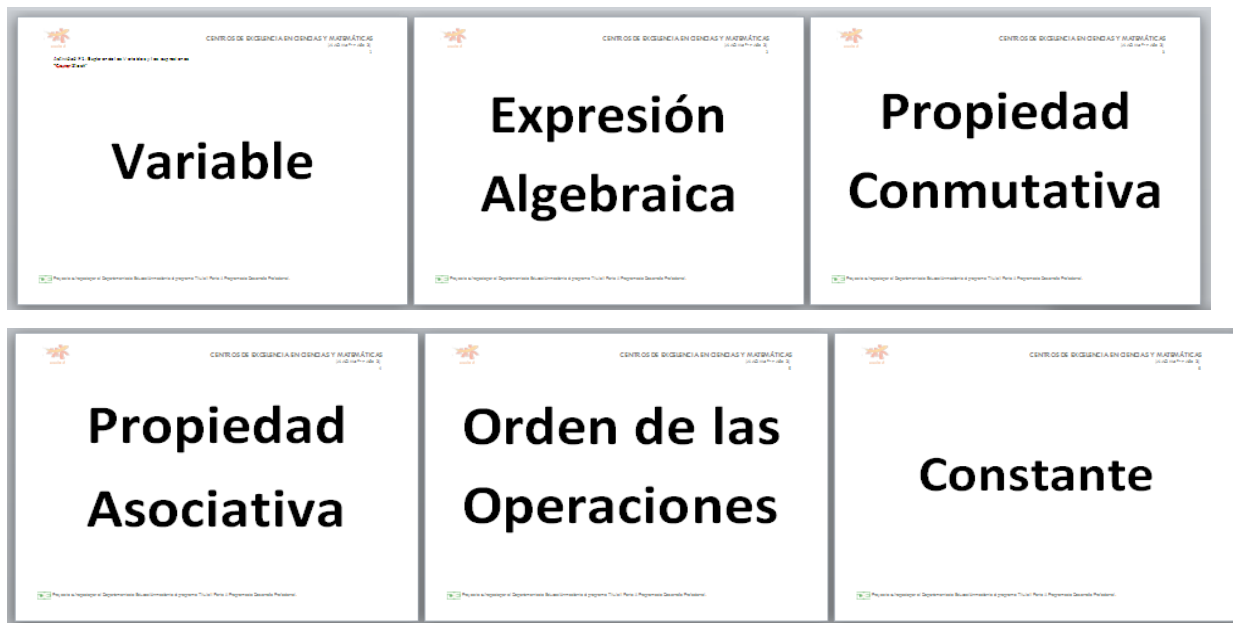
- Variable
- Expresión algebraica
- Propiedad conmutativa
- Propiedad asociativa
- Orden de las operaciones
- Constante

Nota al capacitador: En esta actividad no se emitirá juicio de lo que se presente en los papelotes por ser un *assessment* para explorar el conocimiento previo, pero es importante el capacitador identifique, si detecta, algún error conceptual para que lo atienda en la capacitación.

Anejo A: Tarjetas con los conceptos

Actividad # 1: Explorando las Variables y las expresiones

“Cover Stock”



DESARROLLO

Actividad # 2 ¿Qué valor soy?







(Hoja de trabajo 2)

Invite a los participantes a trabajar la **Hoja de Trabajo # 2**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. En el ejercicio # 3, el participante creará sus propias expresiones, luego intercambiará el problema realizado con otro participante y cada uno contestará el problema creado por su compañero.

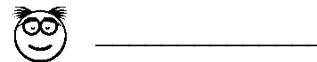
Invite a algunos participantes a que presenten el problema creado y lo compartan con el resto del grupo.

1) Instrucciones: Halla el valor que representa cada cara, utilizando la suma de las combinaciones que se presentan en la **Tabla 1**.

Tabla 1

			= 9
			= 11
=	=	=	
8	6	6	

a) ¿Qué valor representa la cara con cabello?












b) ¿Qué valor representa la cara con bigote?




c) ¿Qué valor representa la cara enojada? _____

2) Instrucciones: Halla el costo que representa cada juguete, utilizando la suma de las combinaciones que se presentan en la **Tabla 2**.

Tabla 2

			= \$40
			= \$20
			= \$60
=	=	=	
\$55	\$45	\$20	

a) ¿Cuánto es el costo de la bicicleta?  _____

b) ¿Cuál es el costo de la muñeca?  _____

c) ¿Cuál es el costo del balón?  _____


3) Instrucciones: Utiliza el **Anejo A: Tabla de dibujos** para crear expresiones en la Tabla 3. Luego intercámbiala con tu compañero.


Halla el valor que representa juguete, utilizando la suma de las combinaciones que se presentan en la **Tabla 3**.

Tabla 3

			"	_____
			"	_____
			"	_____

= _____ = _____ = _____

a) ¿Cuál es el valor del tambor?  _____

b) ¿Cuál es el valor del payaso?  _____

Cuando los participantes hayan realizado la actividad, invite algunos de los participantes a que presenten las expresiones que formaron y las compartan con el resto del grupo.

CLAVE

Instrucciones: En esta página haz la clave de de las expresiones que creaste.

Tabla 4

			"	_____
			"	_____
			"	_____
"	"	"		

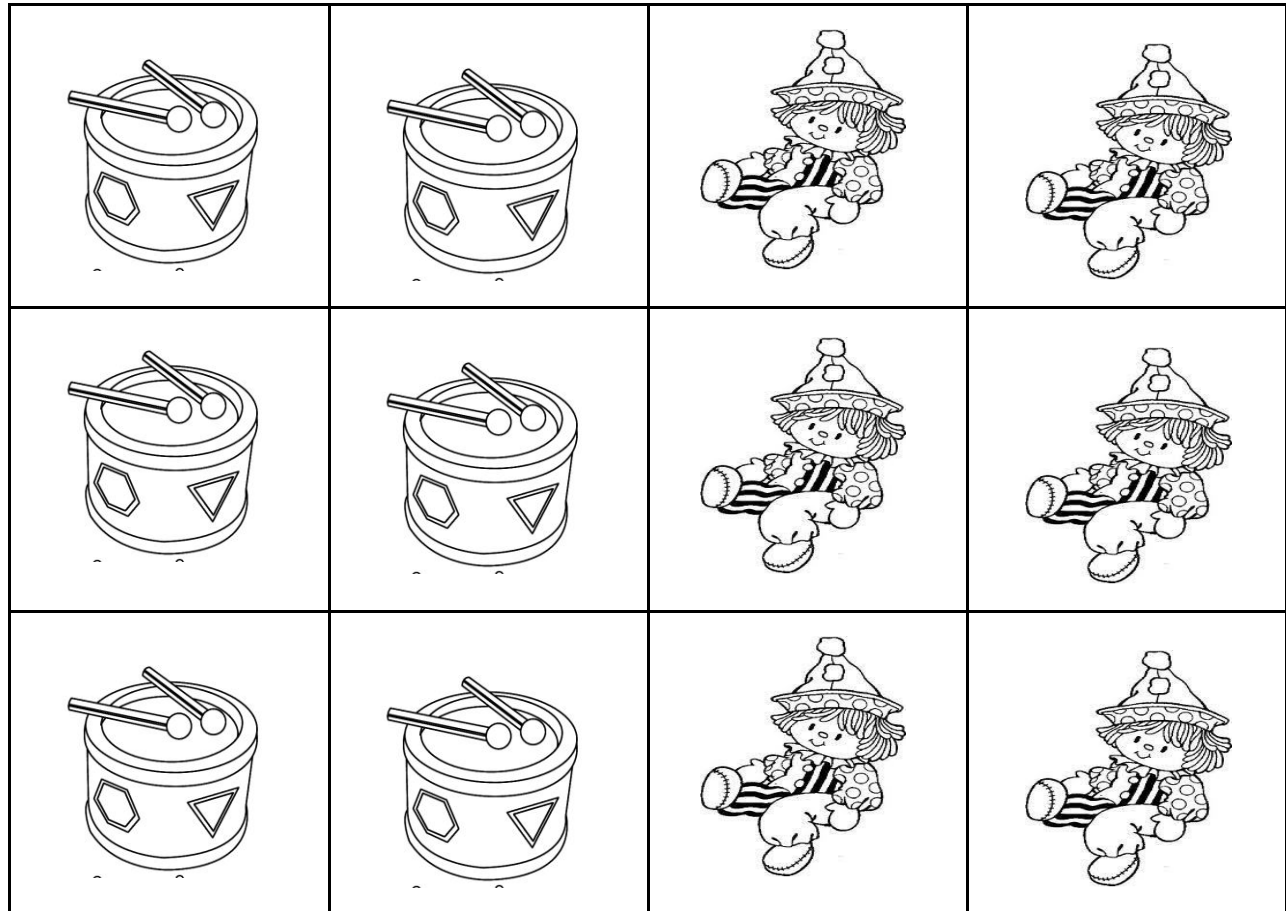




Anejo B: Tabla de Dibujos para recortar

Actividad # 2: ¿Qué valor soy?

“Cover Stock”



Actividad # 3: Expresiones con desconocidas



(Hoja de trabajo 3)


Invite a los participantes a trabajar la **Hoja de Trabajo # 3**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. En el ejercicio # 3, el maestro creará sus propias expresiones, luego intercambiará el problema realizado con otro participante y contestará el problema creado por su compañero. Invite a algunos maestros a que presenten el problema creado y lo compartan con el resto del grupo.


Instrucciones: Busca el valor de las figuras en las expresiones.

Instrucciones: Busca el valor de las figuras en las siguientes igualdades.




1)  +  +  = 9

 +  = 8


 = _____


 = _____

2)  +  = 16

 +  -  = 10


 +  = 14


 = _____

 = _____



3)  +  = 8

 +  +  = 10


 = _____


 = _____

4)  +  = - 4

 +  = 3


 +  +  = 8


 = _____


 = _____



5)  + 3 = 10

 +  = 12


 = _____


 = _____

6)  + (- 4) = 8

 +  + 2 = 14

 +  = 18

 = _____

 = _____

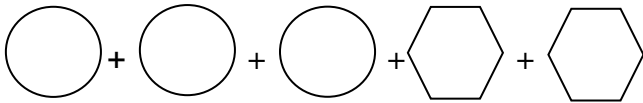
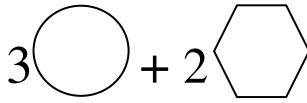
Actividad # 4 El concepto de variable

(Hoja de trabajo 4)

El capacitador les indicará a los participantes que se dividan en grupos de 4 o 5. Distribuirá la **Hoja de Trabajo # 4** y los bloques de patrones. Luego les indicará a los participantes que realicen la tarea siguiendo las instrucciones de la misma. Finalmente se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones:

1. Formen grupos de 4 a 5 participantes.
2. Deben tener figuras de diferentes tamaños y colores.
3. Asuma que cada figura (del mismo color y tamaño) representa un valor desconocido (variables).
4. Crea modelos con dos o tres desconocidas y sus expresiones algebraicas correspondientes.
5. Al completar la tabla cada grupo elaborará una definición de lo que es una “variable”.

Modelos	Expresiones Algebraicas
1) 	
2)	
3)	
4)	
5)	
6)	

Una variable es: _____

Al completar la tabla los participantes deben elaborar una definición del concepto variable, tomando en consideración las actividades 2, 3 y 4. Es importante que luego de elaborar una definición con los participantes se presenten y comparen algunas definiciones formales del concepto. Algunas de las definiciones presentadas son para el enriquecimiento conceptual del maestro.

Variable:

- Una cantidad que puede cambiar. Suelen usarse letras como símbolos para representar las variables de las reglas o ecuaciones que describen patrones. (Conexión a las Matemáticas, 2006)

Variable:

- Una variable es la expresión simbólica representativa de un elemento **no especificado comprendido en un conjunto**.
- Este conjunto constituido por todos los elementos o variables, que pueden sustituirse unas a otras es el universo de variables. Se llaman **así porque varían**, y esa variación es observable y medible. (DeConceptos.com)

Tres aspectos relevantes de las variables:

- Se entiende a la variable como incógnita específica (**valor desconocido**), cuando se reconoce la existencia de algo desconocido que se puede determinar y comprobar el resultado
- La variable como número general, abarca la interpretación de una literal como la representación de un **número que puede variar**, el reconocimiento de patrones y deducción de métodos generales.
- La variable en una relación funcional se refiere al reconocimiento de que existe una **correspondencia entre los valores de las variables** involucradas:
 - Determinar una variable cuando se conoce la otra.
 - Identificar la relación entre cantidades.
 - La variación de una cantidad que afecta a la otra (representado de manera verbal, en tabla o gráfica).

Actividad # 5 Traducción de Expresiones Algebraicas

(Hoja de trabajo 5)

Invite a los participantes a trabajar la **Hoja de Trabajo # 5**. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. Discuta el ejercicio 1 antes de realizar el ejercicio 2.

1) Completa la tabla escribiendo las palabras en las columnas de la operación que corresponde:

Más, menos que, cociente, producto, reducido en, dividir por, de manera igual, incrementado en, veces, menor que, menos, más que, la mitad de, suma, por, entre, doble, diferencia, aumentado de.

Suma	Resta	Multiplicación	División

2) Instrucciones: Relaciona cada uno de los enunciados de la izquierda con la expresión algebraica correspondiente de la derecha.

___1) 2 más que un número

a) $3 - x$

___2) 3 veces un número

b) $\frac{2}{x}$

___3) 2 dividido entre un número

c) $2x$

___4) 3 menos que un número

d) $x - 3$

___5) un número multiplicado por 2

e) $x \div 2$

___6) 3 menos un número

f) $x + 2$

___7) la mitad de un número

g) $3x$

3) Instrucciones: Traduce cada frase debajo a una expresión algebraica y encuentra la respuesta en la columna de respuestas correspondientes. Escribe la letra de cada ejercicio en la tabla que contiene el número de la pregunta.

Hay una sorpresa en el salón de clases, y está...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
S	O	B	R	E	E	L	E	S	C	R	I	T	O	R	I	O	D	E	L	A	M	A	E	S	T	R	A

B	3 veces un número	$x + 3$	18	E	5 veces un número disminuido por 8	$8(x + 5)$	22
D	3 más que un número	$3x - 8$	15	L	5 veces la suma de un número y ocho	$8(2x + 5)$	4
S	3 disminuido por un número	$x - 3$	19	O	5 más que 8 veces un número	$8x + 5$	2
E	3 menos que un número	$3x + 8$	12	M	8 veces la suma de un número y 5	$2(5x + 8)$	13
E	un tercio de un número	$3x$	3	T	El doble de la suma de 5 veces un número y ocho	$5x + 8$	6
I	8 más que tres veces un número	$3 - x$	25	R	2 más que cinco octavos de un número	$5(x + 8)$	20
R	8 menos que 3 veces un número	$\frac{x}{3}$	5	R	8 veces la suma del doble de un número y 5	$\frac{5}{8}x + 2$	11
S	7 menos que 4 veces un número	$7 - 4x$	1	A	9 metros más alto que la altitud x	$x + 15$	7
S	7 disminuido por 4 veces un número	$2x - 9$	16	O	15 m/s menos que la velocidad x	$x + 9$	28
I	9 menos que el doble de un número	$7x + 4$	4	L	15 grados más caliente que la temperatura x	$4x - 9$	26
E	9 disminuido por el doble de un número	$4x - 7$	9	A	9 metros más corto que el doble del largo x	$2x - 9$	23
R	9 menos que la mitad de un número	$7x + 4x$	8	C	9 años mayor que el doble de la edad x	$2x + 9$	10
O	7 veces un número aumentando por 4	$9 - 2x$	24	T	\$9 menos que 4 veces el precio x	$x - 15$	17
E	7 veces un número, aumentado por 4 veces el número	$\frac{x}{2} - 9$	27	A	9 cm menos que tres cuartos del largo x	$\frac{3}{4}x - 9$	21

El capacitador debe presentarla definición de expresión algebraica y expresión lingüística.

- Expresión algebraica: Una expresión matemática que está integrada de tres elementos: números, variables y signos de operación, como + y -.

En álgebra:

- Expresión lingüística: Expresión escrita en palabras que puede traducirse a una expresión algebraica.

Actividad # 6 Expresiones Algebraicas

(Hoja de trabajo 6)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 6 siguiendo las instrucciones.

En esta actividad luego de haber pasado por la experiencia de trabajar con las variables, los participantes evaluarán expresiones para diferentes valores de la variable. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Si tenemos la expresión $4x+5$,

- escribe una expresión lingüística que corresponda a la expresión.
- Si en la expresión $4x+5$, el valor asignado a x es 2, ¿qué valor tiene la expresión?
- Realiza el mismo proceso para 0 y para -3.

x	$4x + 5$
Un número	Cuatro veces un número más cinco.
2	$4(2) + 5 = 13$
0	$4(0) + 5 = 5$
3	$4(3) + 5 = 17$

Si tenemos la expresión $4x+5$,

- escribe una expresión lingüística que corresponda a la expresión.
- Si en la expresión $4x+5$, el valor asignado a x es 2, ¿qué valor tiene la expresión?
- Realiza el mismo proceso para 0 y 3.

Instrucciones: En la primera fila escribe una expresión verbal para la expresión algebraica. Evalúa las expresiones algebraicas completando las tablas.

1)

x	$2x + 1$
Un número	
2	
0	
3	

2)

x	$3x + -1$
2	
0	
3	

3)

y	$3y - y$
2	
0	
3	
5	

4)

a	$4 + 2a$
2	
0	
3	
5	

Contesta: ¿Qué sucede con la expresión cuando la variable cambia de valor? Explica.

Actividad # 7 ¿Qué va primero?

(Hoja de trabajo 7)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 7 siguiendo las instrucciones. En esta actividad se realizará un juego de Bingo de orden de las operaciones. Para “cantar” el bingo recorte las tarjetas del **Anejo C: Tarjeta de Bingo** y reparta el **Anejo D: Tabla para valores de Bingo**. Reparta fichas de colores para que los participantes las utilicen para marcar en las tarjetas de Bingo. Antes de comenzar, el capacitador debe repasar el orden de las operaciones. Los participantes deben completar las columnas con números del 0 al 9 sin repetirlos, con excepción de la columna de exponente. Se gana cuando se complete una fila y se resuelva el problema en la pizarra.

Orden de las Operaciones (Orden establecido en el cual se deben realizar las operaciones matemáticas):

Calcular todas las expresiones dentro de los paréntesis.

(Los paréntesis son símbolos en pares para agrupar cosas. Cuando una expresión tiene paréntesis indica que debe resolverse la operación que contiene antes que las demás.)

Operaciones { **Calcular todos los exponentes.**
Multiplicar y dividir de izquierda a derecha.
Sumar y restar de izquierda a derecha.

Bingo de Orden de las operaciones

Anejo C: Tarjeta del BINGO

Instrucciones: Completa cada celda en blanco con un número del 0 al 9 sin repetirlos. Las celdas de los exponentes son espacios libres. En la parte superior aparecen las operaciones. La maestra “cantará” una operación con un número y debes marcarla. Ganas cuando completes una línea horizontal y resuelvas el problema en la pizarra.

$()$ exponente	\times	\div	$+$	$-$
$1+1$	2		2	
$2+4$	2		3	
$6-3$	2		1	
$7+1$	2		4	
5×2	2		5	

Anejo D: Tabla para valores del BINGO

Actividad # 7: ¿Qué va primero?

“Cover Stock”

Cada tarjeta incluye una operación y un número. (Corta cada una de las tarjetas)

$(1+1)$	$(2+4)$	$(6-3)$	$(7+1)$	(5×2)	$\div 2$	$\div 3$	$\div 1$	$\div 4$	$\div 5$
$\times 0$	$\times 1$	$\times 2$	$\times 3$	$\times 4$	$\times 5$	$\times 6$	$\times 7$	$\times 8$	$\times 9$
$+0$	$+1$	$+2$	$+3$	$+4$	$+5$	$+6$	$+7$	$+8$	$+9$
-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9

Actividad # 8 ¿Puedes ordenarme?

(Hoja de trabajo 8)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 8 siguiendo las instrucciones. En esta actividad se realizará un juego del tema de orden de las operaciones. Organice a los participantes en 4 o 5 grupos. Recorte y reparta los números y las operaciones que aparecen en el **Anejo D: Tarjetas para juego**.

El capacitador debe asegurarse de entregarle al grupo las siguientes tarjetas:

- números: 5,3 y 2 (se repite el dos)
- operaciones: suma (se repite la suma), resta multiplicación y división
- paréntesis
- exponente 2

Juego: ¿Puedes ordenarme?

Instrucciones: Utilicen las tarjetas con los números y las operaciones que entregará el maestro. El maestro (a) mencionará el resultado y las operaciones de una expresión matemática. El grupo debe combinar los números y las operaciones para formar una expresión que resulte el número mencionado por el maestro. Un estudiante del grupo debe pasar a la pizarra y resolver la expresión. Gana el grupo que más expresiones correctas forme. Utiliza esta hoja para anotar y resolver las expresiones.

Nota: Las primeras expresiones tienen dos operaciones luego se añaden otras, para ir aumentando el nivel de dificultad. De considerarlo necesario puede añadir alguna pista.

Expresiones Algebraicas

Pistas:	Expresión
1) Suma y resta, resultado 6.	$5 - 2 + 3 = 6$
2) Suma y multiplicación, resultado 13	$3 + 2 \times 5 = 13$, $5 \times 2 + 3 = 13$
3) Resta en paréntesis y división, resultado 1	$(5 - 3) \div 2 = 1$
4) Suma, suma en paréntesis, exponente, resultado 66	$(3+5)^2 + 2 = 66$
5) Multiplicación y división, resultado 7.5	$3 \times 5 \div 2 = 7.5$
6) Suma y multiplicación, resultado 17	$2 + 5 \times 3 = 17$
7) Multiplicación, exponente, suma, resultado 31	$5^2 + 3 \times 2 = 31$
8) Suma y multiplicación, resultado 11	$(2)(3) + 5 = 11$
9) Suma y multiplicación, paréntesis, resultado 25	$5(2 + 3) = 25$
10) Se repite el 2, suma, multiplicación, división, exponente, resultado $\frac{10}{25}$. (Pistas adicionales: la suma de 3 y otro número va elevado al cuadrado.)	$2 \times 5 \div (3+2)^2 = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = .40$

Anejo E: Tarjetas para Juego

Actividad # 8: ¿Puedes ordenarme? “Cover Stock”

3	5
2	2

+	+	-	()
X	÷	2 2		

Actividad # 9: Orden de las Operaciones

(Hoja de trabajo 9)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 9 siguiendo las instrucciones.

Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones: Resuelve según el orden de las operaciones.

1) $3 + 6 \times 2$

2) $12 \div 6 \times 3$

3) $7 + (6 \times 5^2 + 3)$

4) $(4 - 2) \times 3 + 2$

5) $4 \cdot 2(3 + 6) \div 3$

6) $3 + (2 + 3)^2 - 6 \div 2$

7) $4 [1 + (11 - 5) \div 3]$

8) $2 \{6 + 2 (9 - 4) \div 5 + 1\}$

9) $3 \{4^2 - (3 - 1) \div 2\}$

10) $4\{5 + [6 + (4 - 2)^2 \div 2 + 8]\}$

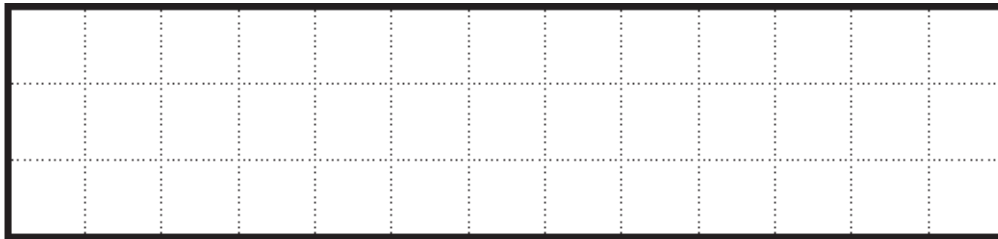
**Actividad # 10: Modelando la propiedad conmutativa de la suma
(Hoja de trabajo 10)**

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 10 siguiendo las instrucciones. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad. Reparta los bloques de colores a cada maestro. Pídale a los maestros que modelen con los bloques de colores la suma en la primera fila. En la segunda fila debe modelar el resultado con un bloque. En la tercera fila, el participante, debe modelar la suma de otra manera. Cada participante debe dibujar y colorear los modelos en el papel.

Instrucciones: Representa cada número utilizando bloques de colores. Utilizando los bloques modela la suma que representa la cantidad. Invierte los bloques de colores. Escribe la expresión que modelaste. Luego contesta las preguntas.

1) $4 + 6 = 10$

___ + ___ = ___



¿En qué son iguales las expresiones?

¿En qué son diferentes las expresiones?

¿Cuál método de sumar es más fácil? ¿Por qué?

Esta es la **propiedad conmutativa de la suma**, también llamada propiedad de orden de la suma. Esta propiedad significa que los sumandos se pueden sumar en cualquier orden y que la suma siempre es la misma.

Esto es: $a + b = b + a$

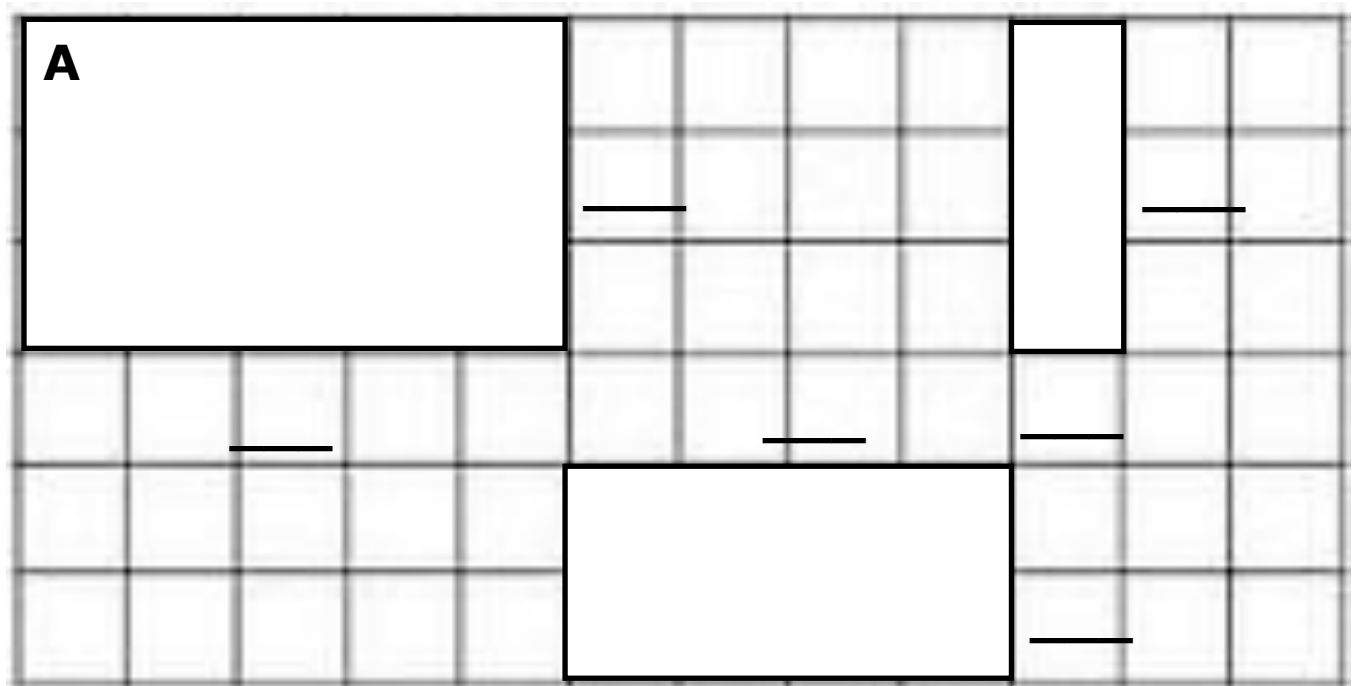
Actividad # 11: Modelando la propiedad conmutativa de la multiplicación

(Hoja de trabajo 11)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 11 siguiendo las instrucciones.

Luego se discutirá con los maestros, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

Instrucciones: Escribe al lado de cada rectángulo las dimensiones. Completa la tabla utilizando las figuras de la cuadrícula y contesta las preguntas.



1) Completa la Tabla:

Rectángulos	Dimensiones	Dos expresiones para calcular el área	
A			
B			
C			

2) Contesta las preguntas:

- Observa las expresiones con la misma área, ¿son iguales?, ¿por qué si o por qué no?

- ¿El orden importa cuando multiplica dos números?, ¿es cierto esto para cualquier par de números multiplicados?

Esta es la **propiedad conmutativa de la multiplicación**, también llamada propiedad de orden de la multiplicación. Esta propiedad significa que los factores se pueden multiplicar en cualquier orden y que el producto siempre es el mismo.

Esto es: $(a)(b) = (b)(a)$

Actividad # 12: Modelando la propiedad asociativa(Hoja de trabajo 12)

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 12 siguiendo las instrucciones. Luego se discutirá con los participantes, para verificar o clarificar, los resultados y las respuestas a las preguntas de la actividad.

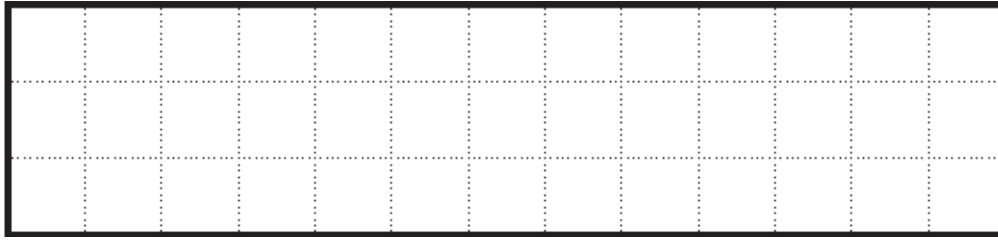
Reparta las barras de colores para cada maestro. Pídale que escriban una expresión matemática, la resuelvan y la modelen con los barras de colores. En el recuadro número 2 pídale que modelen la expresión con la primera suma que realizaron y que coloquen los paréntesis en la expresión matemática. En el ejercicio número 3 pídale que modelen la suma agrupando los símbolos de manera diferente y que coloquen los paréntesis de agrupación en la expresión matemática. Repita este proceso para la situación B y solicite a los participantes que contesten las preguntas y los ejercicios C y D.

Instrucciones: Lee los situaciones y resuelve utilizando las barras de colores.

A) Los libros de matemáticas de Kevin pesan 4 libras. Los libros de ciencias pesan 3 libras, y sus libros de lectura pesan 2 libras. Escribe una expresión matemática para encontrar el peso total de los libros de Kevin. Encuentra el peso total.

1) $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

3) _____ + _____ + _____ = _____



¿Cómo agrupas los valores en la suma importa para el resultado de la expresión?, ¿es cierto esto para cualquier expresión numérica sumada?

D) ¿Crees que la propiedad asociativa se aplica a la multiplicación?

Escribe las expresiones nuevamente reagrupando de modo distinto los factores y calcula el producto.

1) $(2 \cdot 4) \cdot 5 = 40$ _____

2) $3 \cdot (6 \cdot 1) = 18$ _____

3) $(9 \cdot 2) \cdot 5 = 90$ _____

4) $(2 \cdot 8) \cdot 4 = 64$ _____

5) $(7 \cdot 1) \cdot 5 = 35$ _____

- Observa las expresiones, ¿son iguales?, ¿por qué si o por qué no?

- ¿Cómo agrupas los factores importa para el resultado de la expresión?, ¿es cierto esto para cualquier expresión numérica multiplicada?

D) Identifica la propiedad ilustrada:

1) $5 \times 8 = 8 \times 5$

2) $(3 + 4) + 6 = 3 + (4 + 6)$

3) $3 \times (4 \times 5) = (3 \times 4) \times 5$

4) $(4 \times 1) \times 3 = 4 \times (1 \times 3)$

5) $4 \times 7 = 7 \times 4$

CIERRE

Actividad # 13: ¡Adivina adivinador!

Invite a los participantes a trabajar la Actividad # 13. Presente las adivinanzas y el primer participante que la conteste debe discutirla al grupo.

Instrucciones: Conteste las adivinanzas de manera individual, el primero en resolverla discuta la respuesta con el grupo.

1) La mitad de dos más dos.

$$\frac{2}{2} + 2 = 3$$

2) En una cafetería hay cuatro medios panes y dos panes y medios, entonces ¿cuántos medios panes hay?

$$\frac{4}{2} + 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 9 \text{ medios panes}$$

3) Se tiene una caja grande con cuatro cajas medianas dentro, tres cajas pequeñas dentro de cada mediana y dos cajas chicas dentro de cada caja pequeña. ¿Cuál es el número total de cajas de regalo que se tiene?

$$1 + 4 + 4(3) + 12(2) = 41 \text{ cajas}$$

4) Si tienes dos monedas que suman \$1.10, si una de ellas es mayor que la otra por un dólar, ¿de qué valor es cada una?

$$\text{\$1.00 y \$0.10}$$

5) Piensa un número...

Multiplícalo por 2

Añade 5 al resultado

Multiplícalo lo que has obtenido por 5.

Añade 75 al resultado

Multiplícalo el resultado por 10

Dime lo obtenido y te diré, rápidamente, tu número inicial.

Si llamamos **n** al número inicial, podemos escribir las expresiones algebraicas que obtenemos en cada paso:

n

2n

2n+5

5(2n+5)

[5(2n+5)+75]

10[5(2n+5)+75]

expresión que simplificamos:

$$10[10n+25+75] = 10[10n+100] = 100n + 1000$$

Si por ejemplo el número pensado es 5, se evalúa en la expresión:

$$100n + 1000$$

$$100(5) + 1000 = 1500$$

Esto se reduce a una regla rápida de cálculo como es restar un dígito a la unidad de millar y quitar los ceros a la cifra resultante:

5

Para finalizar se debe de retomar la actividad de inicio (**Actividad #1: Explorando las variables y expresiones**), que está pegada en la pizarra y volver a discutirse. Puedes preguntarles a los participantes que cosas añadirían en los conceptos estudiados.