



PLANTILLA PARA EL DISEÑO DE LECCIONES DE MATEMATICAS

Maestro/a Máster: Marilyn Santiago Román

INFORMACIÓN GENERAL	
TITULO DE LA ACTIVIDAD	Distancia entre dos puntos en el plano Real.
NIVEL	Nivel Secundario Décimo Grado: Álgebra II
CONCEPTO PRINCIPAL	Distancia entre dos puntos.
CONOCIMIENTO PREVIO	Teorema de Pitágoras, clasificación de triángulos, perímetro, área de círculos
OBJETIVOS ESPECIFICOS DE APRENDIZAJE	Al finalizar las actividades, el estudiante: 1) obtendrá la fórmula de distancia entre dos puntos a partir de la fórmula del teorema de Pitágoras. 2) determinará la distancia entre dos puntos en el plano real utilizando la fórmula de distancia. 3) Resolverá problemas en que tenga que aplicar distancia en el plano real.
ESTANDARES Y EXPECTATIVAS DE GRADO	Décimo Grado Estándar de Geometría ES.G.38.3 Calcula la distancia entre números en el plano complejo como el módulo de la diferencia, y el punto medio de un segmento como el promedio de los números en sus puntos extremos.
MATERIALES	1) Hoja de trabajo 2) Instrucciones del juego 3) Mapa de Puerto Rico a escala 4) Mapa del Tesoro 5) Marcadores 6) Papel cuadriculado o Papelote cuadriculado 7) Papel o tarjetas para respuestas 8) Pieza o ficha 9) Reglas





INFORMACIÓN GENERAL	
PROCESO EDUCATIVO	
PRE Y POS PRUEBA	Pre y Pos prueba sobre distancia entre dos puntos en el plano Real. La prueba está compuesta por ítems de selección múltiple y ejercicios de respuesta completa.
ASSESSMENT CONTINUO	<p>Actividad de inicio: Los estudiantes deben redactar las estrategias que utilizarán para resolver la situación presentada. Las discutirán con el grupo, de modo que el maestro pueda conocer lo que el estudiante entiende y conoce sobre el tema.</p> <p>Actividades de desarrollo: Mediante una hoja de trabajo con preguntas los estudiantes realizarán una actividad grupal que les permita descubrir la fórmula de distancia entre dos puntos en el plano. Se les provee a los estudiantes una hoja de trabajo para observar cómo van desarrollando el concepto de distancia. En adición los estudiantes realizarán un juego en grupo en el cual determinan distancias en un mapa hasta llegar a un tesoro. Los estudiantes podrán evaluar su propio aprendizaje al trabajar en sub-grupos. Esta actividad permitirá al maestro observar el proceso de aprendizaje del estudiante.</p> <p>Actividad de cierre: Los estudiantes resuelven la situación trabajada en el inicio de la lección, de este modo el maestro puede observar el desempeño del estudiante y como este incorpora el nuevo conocimiento para resolver la situación.</p>
INICIO: EXPLORACION CONOCIMIENTO PREVIO	<p>En la actividad de inicio se le provee al estudiante un mapa de PR a escala y la siguiente situación: El helicóptero de Emergencias Médicas AEROMED se encuentra en Centro Médico (San Juan) y recorre 4 mi/gal. El helicóptero tiene 35 galones de combustible. Si ocurrió un accidente en Arecibo y otra emergencia en Ponce: ¿Podrá AEROMED buscar las víctimas de ambos pueblos en un mismo viaje sin necesidad de reabastecer el tanque nuevamente?</p> <p>El estudiante debe discutir con su pareja estrategias para resolver esta situación. En un papel que se le proveerá anotará dos estrategias de cómo resolver el problema e intentará resolverlo implementando las mismas. Finalmente discutirán con el resto del grupo las estrategias establecidas. Esta actividad pretende que el maestro pueda conocer que sabe el estudiante acerca del tema de distancia entre dos puntos en el plano real. La actividad se retomará como actividad de cierre.</p>





INFORMACIÓN GENERAL	
DESARROLLO: PROMOCION DE ENTENDIMIENTO PROFUNDO	En esta actividad los estudiantes desarrollan la fórmula de distancia entre dos puntos en el plano real a través del teorema de Pitágoras. Los estudiantes trabajan esta actividad en grupo. Mediante preguntas los estudiantes son guiados a encontrar la distancia entre los puntos A y B en el plano. Las preguntas van dirigiendo a los estudiantes a crear un triángulo rectángulo donde la distancia entre los puntos A y B puede representarse como la hipotenusa del triángulo rectángulo formado. A través del Teorema de Pitágoras determinan la medida de la hipotenusa. Las preguntas siguientes dirigen a los estudiantes a relacionar las medidas de los catetos con los pares ordenados de los puntos A y B. De este modo pueden reescribir la fórmula y obtener la fórmula de Distancia.
CIERRE: RESUMEN	Se retoma la actividad de inicio para que los estudiantes evalúen la situación nuevamente a juicio del nuevo conocimiento adquirido. Los estudiantes juzgarán la necesidad de un plano de coordenadas y cómo pueden cuadrricular el mapa provisto para resolver la situación. Se discutirán los hallazgos grupalmente.





Guía del Maestro

Actividad 1: INICIO

Objetivo: El estudiante diseña estrategias para resolver la situación presentada sobre el concepto de distancia.

Materiales:

- 1) Hoja de trabajo
- 2) Mapa de Puerto Rico a escala

Desarrollo:

- 1) Divida los estudiantes en pares.
- 2) Entregue a los estudiantes un mapa de Puerto Rico a escala y presente la siguiente situación.
 - a. El helicóptero de Emergencias Médicas AEROMED se encuentra en Centro Médico (San Juan) y recorre 4 mi/gal¹. El helicóptero tiene 35 galones de combustible. Si ocurrió un accidente en Arecibo y otra emergencia en Ponce:
 - i. ¿Podrá AEROMED buscar las víctimas de ambos pueblos en un mismo viaje sin necesidad de reabastecer el tanque?
 - b. Para contestar esta pregunta necesitarás saber la distancia de San Juan a Arecibo, de Arecibo a Ponce y de Ponce a San Juan.
 - c. Discute con tus compañeros la manera de encontrar estas distancias.
 - d. Escriban al menos 2 estrategias que ustedes pueden utilizar para hallar las distancias.
 - e. Trata de solucionar el problema utilizando las estrategias que diseñaron.
 - f. Discutan y compartan (a través de un dialogo guiado) con el resto del grupo las estrategias diseñadas para hallar la distancia.
- 3) Luego de la discusión indique a los estudiantes que revisarán las respuestas más adelante. El propósito de la actividad es detectar el conocimiento previo sobre la distancia entre dos puntos. La actividad se retomará al final de la lección.

¹ El consumo de combustible de un helicóptero se mide en volumen por horas de vuelo. Esto porque para el gasto de combustible se toman en consideración otros factores como tiempo para marcha y rodaje, para rodaje y parada motores en destino, tiempo de espera en destino y tiempo de duración estimada del vuelo y de reserva. Para propósito de la actividad se tomó en consideración únicamente la distancia recorrida.





Guía del Estudiante

Actividad 1: INICIO

Objetivo: Diseñar estrategias para resolver la situación presentada sobre el concepto de distancia.

Materiales:

- 1) Hoja de trabajo
- 2) Mapa de Puerto Rico a escala

Desarrollo:

Discuta con su pareja la situación

- a. El helicóptero de Emergencias Médicas AEROMED se encuentra en Centro Médico (San Juan) y recorre 4 mi/gal. El helicóptero tiene 35 galones de combustible. Si ocurrió un accidente en Arecibo y otra emergencia en Ponce:
 - i. ¿Podrá AEROMED buscar las víctimas de ambos pueblos en un mismo viaje sin necesidad de reabastecer el tanque?
- b. Para contestar esta pregunta necesitarás saber la distancia de San Juan a Arecibo, de Arecibo a Ponce y de Ponce a San Juan.
- c. Discute con tus compañeros la manera de encontrar estas distancias.
- d. Escriban al menos 2 estrategias que ustedes pueden utilizar para hallar las distancias.
- e. Trata de solucionar el problema utilizando las estrategias que diseñaron.
- f. Discutan y compartan (a través de un dialogo guiado) con el resto del grupo las estrategias diseñadas para hallar la distancia.





Guía del Estudiante

Anejo 1

Actividad 1: INICIO

Objetivo: Diseñar estrategias para resolver la situación presentada sobre el concepto de distancia.



Estrategia 1

Estrategia 2



Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas (AIACiMa)



Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias



Guía del maestro

Actividad 2: DESARROLLO

Objetivo: Determinar la distancia entre dos puntos en el plano Real.

Materiales:

- 1) Papel cuadriculado o Papelote cuadriculado
- 2) Marcadores
- 3) Reglas

Desarrollo:

- 1) Divida los estudiantes en grupos de cuatro a cinco integrantes.
- 2) En un papel cuadriculado (o un papelote cuadriculado) los estudiantes crean un plano de coordenadas, grafican los puntos $A(8,6)$ y $B(2,-2)$, e identifican las coordenadas en el plano.
- 3) Durante el proceso los estudiantes contestan las preguntas que los dirigen a realizar la tarea.
 - a. ¿Cómo se puede calcular la distancia entre el punto A y el punto B ?
 - b. ¿Si unes los puntos entre A y B , qué formas?
 - c. ¿Qué representa esta figura? (En esta parte se enfatiza que la medida de este segmento es la distancia que deseamos conocer.)
 - d. ¿Si trazas un segmento vertical del punto A hacia abajo y uno horizontal desde el punto B hacia la derecha hasta que ambos segmentos se intersequen, qué figura formas?
 - e. ¿Puedes determinar la medida de los segmentos formados? ¿Cómo?
 - f. ¿Puedes calcular la medida del segmento \overline{AB} ? ¿Cómo?
 - g. ¿Cómo puedes obtener la medida del segmento vertical utilizando los pares ordenado de los puntos A y B ?
 - h. ¿Cómo puedes obtener la medida del segmento horizontal utilizando los pares ordenados de los puntos A y B ?
 - i. ¿Cómo puedes reescribir el problema utilizando los pares ordenados?





Guía del Estudiante

Actividad 2: DESARROLLO

Objetivo: Determinar la distancia entre dos puntos en el plano Real.

Materiales:

- 1) Papel cuadriculado o Papelote cuadriculado
- 2) Marcadores
- 3) Reglas

Desarrollo:

- 1) Verifiquen los materiales y agrúpanse según lo indicó el/la maestro/a.
- 2) En un papel cuadriculado (o un papelote cuadriculado) dibujen un plano de coordenadas, grafiquen los puntos $A(8,6)$ y $B(2,-2)$, e identifiquen las coordenadas en el plano.
- 3) Durante Para realizar la actividad contesten las preguntas.
 - a. ¿Cómo se puede calcular la distancia entre el punto A y el punto B ?
 - b. ¿Si unes los puntos entre A y B , qué formas?
 - c. ¿Qué representa esta figura?
 - d. ¿Si trazas un segmento vertical del punto A hacia abajo y uno horizontal desde el punto B hacia la derecha hasta que ambos segmentos se intersequen, qué figura formas?
 - e. ¿Puedes determinar la medida de los segmentos formados? ¿Cómo?
 - f. ¿Puedes calcular la medida del segmento \overline{AB} ? ¿Cómo?
 - g. ¿Cómo puedes obtener la medida del segmento vertical utilizando los pares ordenados de los puntos A y B ?
 - h. ¿Cómo puedes obtener la medida del segmento horizontal utilizando los pares ordenados de los puntos A y B ?
 - i. ¿Cómo puedes reescribir el problema utilizando los pares ordenados?





Guía del maestro

Actividad 2-b: DESARROLLO

Objetivos:

- Determinar la distancia entre dos puntos.
- Resolver problemas en los que tenga que aplicar la fórmula de distancia.

Materiales:

Hoja de Trabajo, papel cuadriculado

Instrucciones: Gráfica cada par de puntos y determina la distancia entre los puntos.

- 1) A (4 , 5) y B(1 , 3)
- 2) K(-2 , -3) y L(-3 , -5)
- 3) R(2 , 3) y $S(\frac{1}{2} , -\frac{1}{2})$
- 4) T(0.8, 3) y Z(0.2, -1)

Instrucciones: Resuelve cada situación presentada.

- 5) Demuestra que el triángulo cuyos vértices son A (1, -2), B (- 4, 2) y C (1, 6) es isósceles y halla su perímetro.
- 6) Los vértices de un triángulo son los puntos A (-1, 3), B (4, 2) y C (-1, 2). Clasifica completamente el triángulo y determina su perímetro.
- 7) Demuestra que los puntos A (-2,-1), B (2, 2) y C (5,-.2) corresponden a los vértices de un triángulo isósceles. ¿Por qué?
- 8) Empleando distancias verifica que el triángulo anterior es rectángulo. ¿Por qué?
- 9) Cierta día, a las 8 AM, José decide caminar en línea recta sobre la playa. Después de dos horas de caminar sin hacer cambio de dirección alguno y con rapidez constante, José se encuentra dos millas al este y cuatro millas al norte del punto





de partida. ¿Cuál es la distancia recorrida por José y cuál es la rapidez con la que camina?

- 10) Encontrar el área del círculo con centro $(-5, 4)$. Se sabe también que el círculo posee el punto $(3, 2)$ situado sobre su contorno.

Guía del estudiante

Actividad 2-b: DESARROLLO

Objetivos:

- Determinar la distancia entre dos puntos.
- Resolver problemas en los que tenga que aplicar la fórmula de distancia.

Instrucciones: Gráfica cada par de puntos y determina la distancia entre los puntos.

- 1) $A(4, 5)$ y $B(1, 3)$
- 2) $K(-2, -3)$ y $L(-3, -5)$
- 3) $R(2, 3)$ y $S(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
- 4) $T(0.8, 3)$ y $Z(0.2, -1)$

Instrucciones: Resuelve cada situación presentada.

- 5) Demuestra que el triángulo cuyos vértices son $A(1, -2)$, $B(-4, 2)$ y $C(1, 6)$ es isósceles y halla su perímetro.
- 6) Los vértices de un triángulo son los puntos $A(-1, 3)$, $B(4, 2)$ y $C(-1, 2)$. Clasifica completamente el triángulo y determina su perímetro.
- 7) Demuestra que los puntos $A(-2, -1)$, $B(2, 2)$ y $C(5, -2)$ corresponden a los vértices de un triángulo isósceles. ¿Por qué?
- 8) Empleando distancias verifica que el triángulo anterior es rectángulo. ¿Por qué?
- 9) Cierta día, a las 8 AM, José decide caminar en línea recta sobre la playa. Después de dos horas de caminar sin hacer cambio de dirección alguno y con rapidez constante, José se encuentra dos millas al este y cuatro millas al norte del punto





de partida. ¿Cuál es la distancia recorrida por José y cuál es la rapidez con la que camina?

10) Encontrar el área del círculo con centro $(-5, 4)$. Se sabe también que el círculo posee el punto $(3, 2)$ situado sobre su contorno.

Guía del maestro

Actividad 2-c DESARROLLO: **ENCUENTRA EL TESORO**

Objetivos:

- A través de un juego, el estudiante utiliza la fórmula de distancia para hallar la distancia entre dos puntos y encontrar el tesoro.

Materiales:

- 1) "Mapa del Tesoro"
- 2) Instrucciones del juego
- 3) Papel o tarjetas para respuestas
- 4) Pieza o ficha

Objetivo del juego: El juego consiste en encontrar las distancias marcadas por las líneas para llegar al tesoro.

Desarrollo:

- 1) Divida a los estudiantes en grupos de 6 o menos, trate de que los subgrupos sean lo más heterogéneos posible.
- 2) Reparta los materiales.
- 3) Discuta las siguientes instrucciones:
 - a) Al comenzar se coloca la pieza sobre la salida.
 - b) Comienza un estudiante del grupo, busca las coordenadas del punto de salida y del punto que indica la flecha, y calcula la distancia utilizando la fórmula, mientras sus compañeros observan atentos.
 - c) Si el estudiante tiene dudas, sus compañeros no pueden realizar el problema, su deber es ayudarlo y sugerirle los pasos para que él pueda solucionarlo.
 - d) Al terminar el estudiante debe ir donde la maestra a corroborar la respuesta del ejercicio.





- e) Si está correcto mueve la pieza hacia el próximo punto indicado por las flechas, el grupo puede continuar con la próxima distancia correspondiéndole el turno a otro estudiante.
- f) Si el ejercicio está incorrecto debe volver a su grupo y revisarlo nuevamente. El proceso se repite hasta llegar a la última distancia que llega al tesoro.
- g) Si todos los estudiantes participaron y todavía faltan distancias vuelven a comenzar por el primer estudiante, y así consecutivamente.
- h) Gana el primer grupo que calcule todas las distancias hasta llegar al tesoro.

Guía del estudiante

Actividad 2-c DESARROLLO: **ENCUENTRA EL TESORO**

Objetivo el juego: El juego consiste en encontrar las distancias marcadas por las líneas para llegar al tesoro.

Materiales:

- 5) "Mapa del Tesoro"
- 6) Instrucciones del juego
- 7) Papel o tarjetas para respuestas
- 8) Pieza o ficha

Instrucciones:

- a) Al comenzar se coloca la pieza sobre la salida.
- b) Comienza un estudiante del grupo, busca las coordenadas del punto de salida y del punto que indica la flecha, y calcula la distancia utilizando la fórmula, mientras sus compañeros observan atentos.
- c) Si el estudiante tiene dudas, sus compañeros no pueden realizar el problema, su deber es ayudarlo y sugerirle los pasos para que él pueda solucionarlo.
- d) Al terminar el estudiante debe ir donde la maestra a corroborar la respuesta del ejercicio.
- e) Si está correcto mueve la pieza hacia el próximo punto indicado por las flechas, el grupo puede continuar con la próxima distancia correspondiéndole el turno a otro estudiante.
- f) Si el ejercicio está incorrecto debe volver a su grupo y revisarlo nuevamente. El proceso se repite hasta llegar a la última distancia que llega al tesoro.



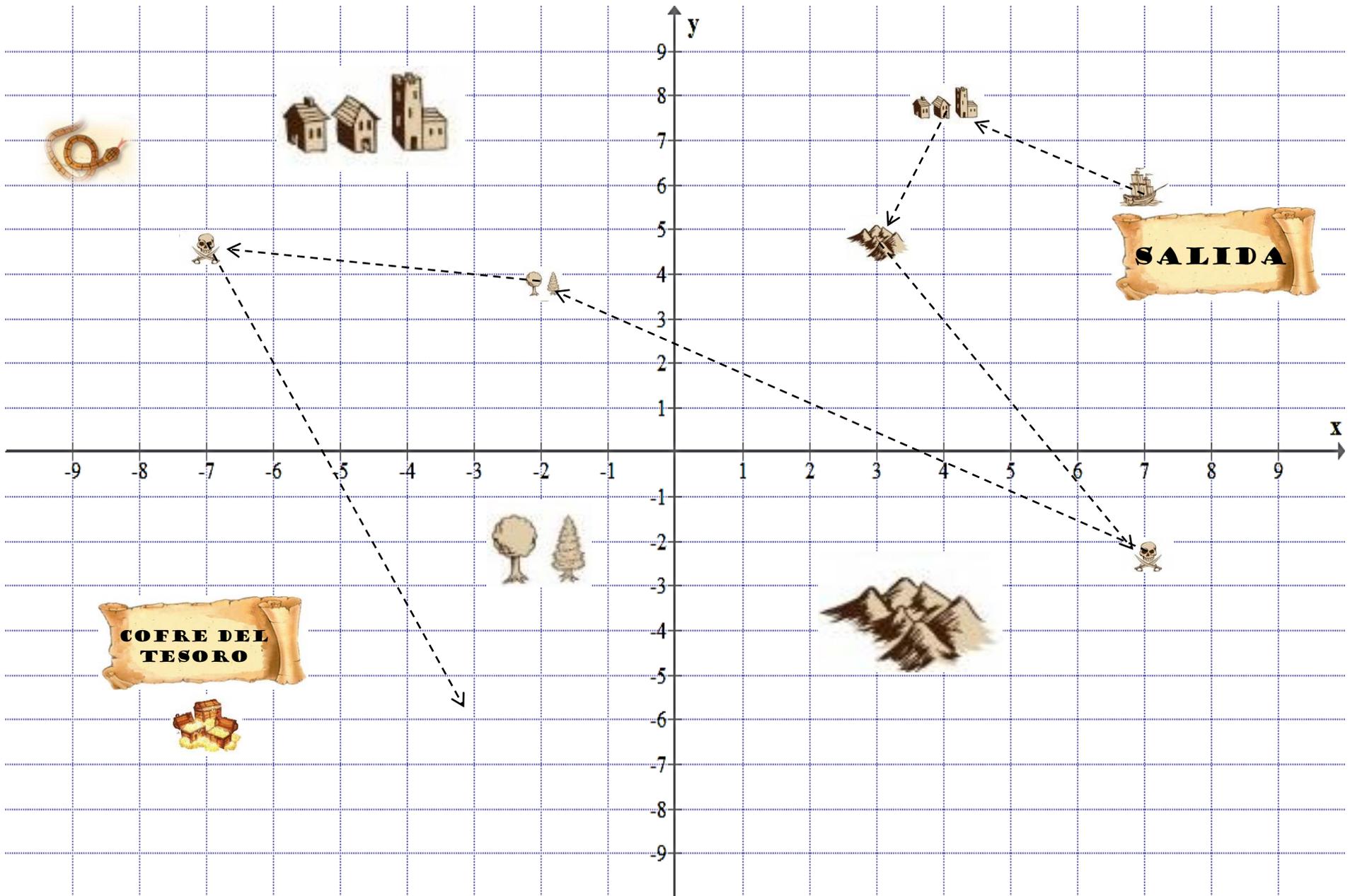


- g) Si todos los estudiantes participaron y todavía faltan distancias vuelven a comenzar por el primer estudiante, y así consecutivamente.
- h) Gana el primer grupo que calcule todas las distancias hasta llegar al tesoro.



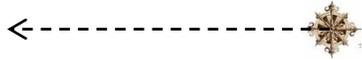


MAPA DEL TESORO





Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas (AIACiMa)



Proyecto financiado por la Fundación Nacional de Ciencias



Guía del maestro

Actividad 3: CIERRE

Objetivo: Resolver una situación en la cual se aplica el concepto de distancia entre dos puntos en el plano Real.

Materiales:

- 1) Mapa de Puerto Rico a escala.

Desarrollo:

- 1) Retome la actividad de inicio.

Situación:

El helicóptero de Emergencias Médicas AEROMED se encuentra en Centro Médico (San Juan) y recorre 4 mi/gal. El helicóptero tiene 35 galones de combustible. Si ocurrió un accidente en Arecibo y otra emergencia en Ponce: ¿Podrá AEROMED buscar las víctimas de ambos pueblos en un mismo viaje sin necesidad de reabastecer el tanque nuevamente?

- a. Para contestar esta pregunta necesitarás saber la distancia de San Juan a Arecibo, de Arecibo a Ponce y de Ponce a San Juan.

- 2) Discuta con los estudiantes nuevamente, las estrategias que habían propuesto en la actividad de inicio para resolver la situación.
- 3) Exhorte a los estudiantes a resolver el problema.
- 4) Permita que los estudiantes discutan las soluciones encontradas.







Resuelvan la situación y discutan el resultado con el grupo.

El helicóptero de Emergencias Médicas AEROMED se encuentra en Centro Médico (San Juan) y consume 4 m/gal¹. El helicóptero tiene 35 galones de combustible. Si ocurrió un accidente en Arecibo y otra emergencia en Ponce, ¿podrá AEROMED buscar las víctimas de ambos pueblos en un mismo viaje sin necesidad de reabastecer el tanque?

(Para contestar esta pregunta necesitarás saber la distancia de San Juan a Arecibo, de Arecibo a Ponce y de Ponce a San Juan. En la parte inferior del mapa se presenta la escala del mismo.)







Tema: Distancia entre dos puntos en el plano real

Pre-prueba ____

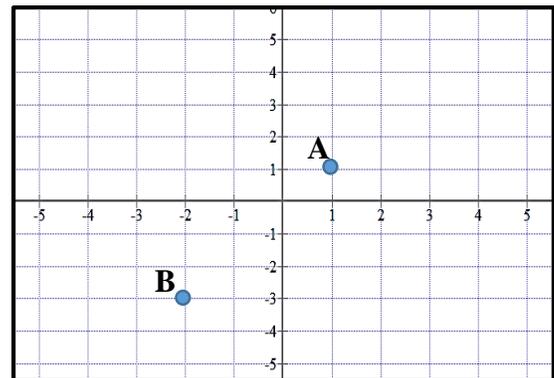
Pos-prueba ____

Fecha _____

Instrucciones: Resuelve cada uno de los ejercicios a continuación. Realiza los procesos en el espacio provisto.

1) Escoge la alternativa que representa la distancia entre los puntos A y B?

- a) 6u
- b) 7u
- c) 5u
- d) 4u



2) Encuentra la distancia que separa los puntos con coordenadas $(-3,5)$ y $(4,-2)$.



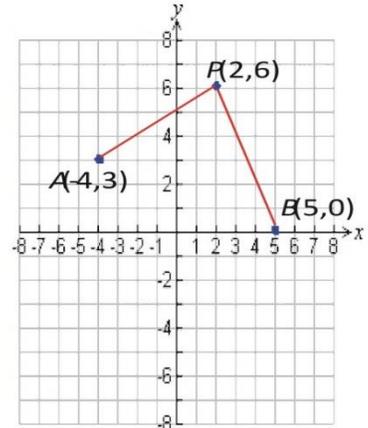


- 3) Demuestra que el punto $P(2,6)$ es equidistante al punto $A(-4,3)$ y al punto $B(5,0)$.

$$PA = 6.71$$

$$PB = 6.71$$

P es equidistante a los puntos A y B .

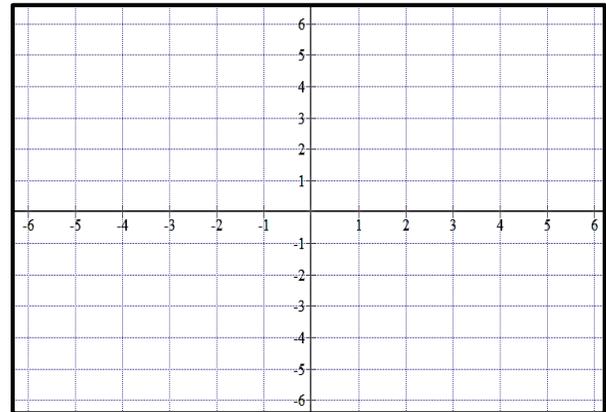


- 4) Grafica los puntos $A(4,-2)$, $B(5,5)$ y $C(-1,3)$. Luego conéctalos para formar un triángulo. Demostrar que el ΔABC es isósceles.

$$AB = 5\sqrt{2}$$

$$BC = 2\sqrt{10}$$

$$AC = 5\sqrt{2}$$



$AB=AC$, por lo tanto el ΔABC es isósceles.

- 5) Michelle decide un día montar su bicicleta. Primero, ella conduce su bicicleta hacia el sur y recorre 12 millas en dicha dirección. Luego, el sendero de ciclistas, por donde ella avanza, cambia de dirección. Ella conduce su bicicleta en la nueva dirección un tiempo adicional. Cuando finalmente se detiene, Michelle está 2 millas al sur y 10 millas al oeste de su punto de partida. Encuentre la distancia total que Michelle recorrió desde su punto de partida.





26.14 millas

Referencias:

CK-12

<http://www.ck12.org/book/CK-12-Algebra-I-Edicin-Espaola/section/11.5/>

Escuela de Vuelo y ATC

<http://www.airhispania.com/modind01.php?tCod=20110222141621>

Mapa Escala de Puerto Rico 2004

http://www.zonu.com/puerto_rico_mapas/Mapa_Pequena_Escala_Puerto_Rico.htm

