

GUIA DEL ESTUDIANTE

Título: Familia de triángulos

Nivel: 7- 9

Objetivo: Al finalizar la actividad el estudiante podrá clasificar los triángulos e identificar las características correspondientes de cada uno.

Objetivos Específicos:

Durante la actividad, el estudiante:

1. Construirá los diferentes tipos de triángulos e identificará sus características.
2. Demostrará el teorema de la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo.
3. Construirá la altura, mediana, mediatriz y bisectriz de cualquier triángulo utilizando compas y regla.
4. Identificará el ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro de un triángulo.
5. Identificará las características de los puntos y segmentos notables de todo triángulo.
6. Aplicará las características y propiedades de los puntos y segmentos notables del triángulo para resolver problemas de aplicación.

Materiales:

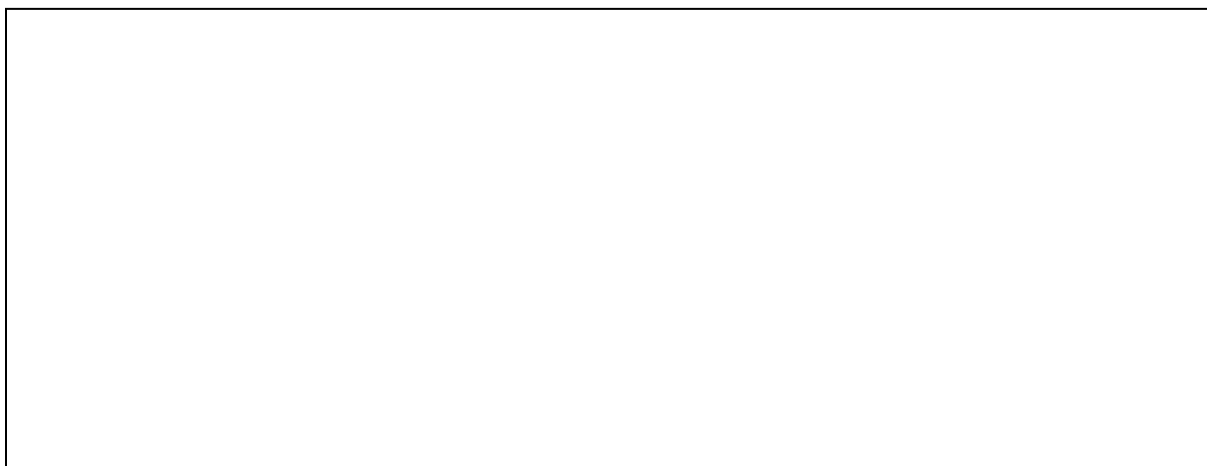
- | | | |
|-----------------|--------------|--------------|
| ✓ Transportador | ✓ Tijeras | ✓ Lápices de |
| ✓ Compás | ✓ Papel | colores |
| ✓ Regla | cuadriculado | |
| ✓ Papel de | ✓ Cartón | |
| construcción | ✓ Pega | |

Parte A: Exploración

1. El maestro(a) te solicitará que construyas solo con papel de construcción y tijeras (sin regla) dos triángulos según te hayan tocado en el sorteo.
2. Contesta las siguientes preguntas.
 - a. ¿Cómo construiste los triángulos?
 - b. ¿Cómo se llaman los triángulos que construiste?
 - c. ¿Qué otras características conoces de ellos?
 - d. Alguno de tus triángulos no se puede construir, ¿Por qué?

Parte B: Desarrollo

1. Utiliza papel de construcción, regla y tijeras para construir un triángulo cualquiera.
2. Enumera los ángulos del triángulo.
3. Recorta los ángulos (no tiene que ser con tijeras)
4. Intenta colocar los ángulos uno al lado del otro. Pégalos en el recuadro que se provee a continuación y contesta las preguntas.



5. Contesta las siguientes preguntas.

- a. ¿Qué dificultad tuviste para colocarlos?
- b. ¿Qué tipo de ángulo forman los tres ángulos al alinearlos?
- c. ¿Cuánto mide cada ángulo del triángulo que recortaste?
- d. ¿Cuánto mide la suma de los tres ángulos?
- e. ¿Qué relación existe entre la suma de los ángulos y el tipo de ángulo que se forma al alinearlos?
- f. ¿Crees que esto ocurre para cualquier triángulo que recortes? Explica.

6. Los triángulos tienen otras características adicionales a la medida de sus ángulos y sus lados. Existen los segmentos y puntos notables del triángulo. A continuación tendrás la oportunidad de construir las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices de cualquier triángulo. Esta sección estará dividida en cuatro partes. Es importante que tomes el tiempo necesario para entender cada construcción.

Alturas: *La altura de un triángulo es el segmento trazado perpendicularmente desde cada vértice hasta el lado opuesto o su prolongación.*

- a. Dibuja un triángulo cualquiera en un papel en blanco.
- b. Construye las alturas del triángulo.
- c. Contestaste las siguientes preguntas.
 - i. ¿Qué sucedió al trazar las tres alturas?
 - ii. ¿Sabes cómo se llama el punto de intersección de las tres alturas?
 - iii. Si construyes un triángulo rectángulo y trazas las tres alturas, ¿Dónde se encontrarán? ¿Por qué cree que sucede esto?
 - iv. Si tienen un triángulo obtusángulo, ¿En dónde crees se encontrarán las alturas?
 - v. Resume tus hallazgos con relación a las alturas de un triángulo.

Mediana: La mediana de un triángulo es el segmento trazado desde el vértice a l punto medio del lado opuesto.

- Construye un triángulo ABC en un papel en blanco.
- Identifica las medianas como los segmentos AM, BN y CP.
- Contesta las siguientes preguntas.
 - ¿Qué sucedió al trazar las tres medianas?
 - ¿Sabes cómo se llama el punto de intersección de las tres medianas?
 - Si construyes un triángulo rectángulo y trazas las tres medianas, ¿Dónde se encuentra el punto de intersección de las medianas? ¿y en un triángulo obtusángulo?
 - Identifica el punto de intersección de las medianas con la letra O. Mide los siguientes segmentos y completa la tabla a continuación. Halla la razón de los segmentos como un decimal.

Mediana AM	Segmento AO	Segmento OM	Razón $\frac{AO}{AM}$	Razón $\frac{OM}{AM}$

Mediana BN	Segmento BO	Segmento ON	Razón $\frac{BO}{BN}$	Razón $\frac{NM}{BN}$

Mediana CP	Segmento CO	Segmento OP	Razón $\frac{CO}{CP}$	Razón $\frac{OP}{CP}$

- v. ¿Qué relación existe entre la distancia del baricentro al vértice y la mediana correspondiente?
- vi. ¿Qué relación existe entre la distancia del baricentro al punto medio y la mediana correspondiente?
- vii. ¿Estas relaciones aplicarán a todos los triángulos? Explica.

Mediatriz: *La mediatriz es el segmento o recta perpendicular por el punto medio de un segmento. Este segmento también se conoce como la bisectriz perpendicular de un segmento.*

- a. Construye un triángulo ABC en un papel en blanco.
- b. Explique la construcción de una mediatriz.
- c. Identifica las mediatrices como las rectas ***l, m, n.***
- d. Contesta las siguientes preguntas.
 - i. ¿Qué sucedió al trazar las tres mediatrices?
 - ii. ¿Sabes cómo se llama el punto de intersección de las tres mediatrices?
 - iii. Si construyes un triángulo obtusángulo y trazas las tres mediatrices, ¿Dónde se encuentra el punto de intersección de las mediatrices? ¿y en un triángulo rectángulo?
 - iv. Identifica el punto de intersección de las mediatrices con la letra O.
Mide los siguientes segmento y completa la tabla a continuación:

Segmento AO	Segmento BO	Segmento CO

- v. ¿Qué relación existe entre la distancia del circuncentro y los vértices?

- vi. ¿Esta relación aplicará a todos los triángulos? Explica.

- vii. ¿Podrás trazar una circunferencia que pase por los tres vértices?
Explica.

Bisectriz: *La bisectriz de un ángulo es la semirecta que divide al ángulo en dos partes iguales.*

- a. Construye un triángulo ABC en un papel en blanco.
- b. Explique la construcción de una bisectriz.
- c. Identifica las bisectrices como ***p***, ***q***, ***r***.
- d. Contesta.
 - i. ¿Qué sucedió al trazar las tres bisectrices?

 - ii. ¿Sabes cómo se llama el punto de intersección de las tres bisectrices?

- iii. Mide la distancia del incentro a cada lado del triángulo. Recuerda que la distancia más corta entre un punto y un segmento es el segmento perpendicular que los une. Contesta: ¿Cómo comparan estas distancias?

- iv. Intenta dibujar una circunferencia inscrita.

Parte C: Aplicación

En esta sección tendrás la oportunidad de resolver algunos problemas aplicando lo aprendido sobre los puntos y segmentos notables de los triángulos.

- a. En este primer problema deberás hallar la longitud exacta (escala) de la altura de la torre de pisa en Italia. Aplica tus conocimientos para resolver el problema. Ejecuta tus destrezas en la **HOJA DE TRABAJO # 1**.

- b. El segundo trabajo te permitirá crear un móvil de triángulos. Construye tres triángulos y halla el baricentro de cada uno. Luego recorta y pega los triángulos en cartón. A la vez recorta el cartón con la silueta del triángulo pegado. Haz un pequeño orificio por el baricentro y construye un móvil con otro compañero. Puedes colorear y decorar los triángulos.

- c. En el tercer problema tú has sido seleccionado(a) para diseñar la canalización de un río. En la HOJA DE TRABAJO #2 tendrás la oportunidad de trabajar con el perfil de un río. Los ingenieros desean una estructura circular (arco) que afecte lo menos posible el contorno del río. Traza el arco que contenga los puntos A, B y C que aparecen en el dibujo. Colorea las áreas de corte y relleno.
- d. El cuarto problema trata sobre arquitectura. Muchos arquitectos crean figuras geométricas para hacer agradable a la vista muchas estructuras. En este caso tendrás que hallar las coordenadas de la circunferencia inscrita que aparece en la **HOJA DE TRABAJO #3**.

Cierre:

Trabaja la actividad titulada “EXPLORANDO EL TRIÁNGULO DE LA BERMUDAS”. Discute con tus compañeros los resultados.

FAMILIA DE TRIÁNGULO

Hoja de auto cotejo

Criterio	Si	No
1. Construye correctamente los triángulos de acuerdo sus características.		
2. Clasifica correctamente los triángulos de acuerdo a sus características.		
3. Identifica que triángulos no se pueden construir.		
4. Utiliza correctamente el compás y la regla para las construcciones.		
5. Demuestra el teorema de la suma de los ángulos interiores y lo aplica.		
6. Construye correctamente las alturas de un triángulo		
7. Identifica el ortocentro de un triángulo.		
8. Determina la localización del ortocentro de acuerdo al tipo de triángulo.		
9. Construye las medianas correctamente.		
10. Identifica el baricentro de cualquier triángulo		
11. Determina la relación entre las distancias del baricentro, el vértice y el punto medio del segmento.		

Criterio	Si	No
12. Construye correctamente las mediatrices.		
13. Identifica el circuncentro de cualquier triangulo		
14. Determina la localización del circuncentro de acuerdo al tipo de triángulo.		
15. Traza la circunferencia circunscrita del triángulo.		
16. Construye correctamente las bisectrices.		
17. Identifica el incentro de cualquier triangulo		
18. Traza la circunferencia inscrita del triángulo.		



Hoja reflexiva (KWL)

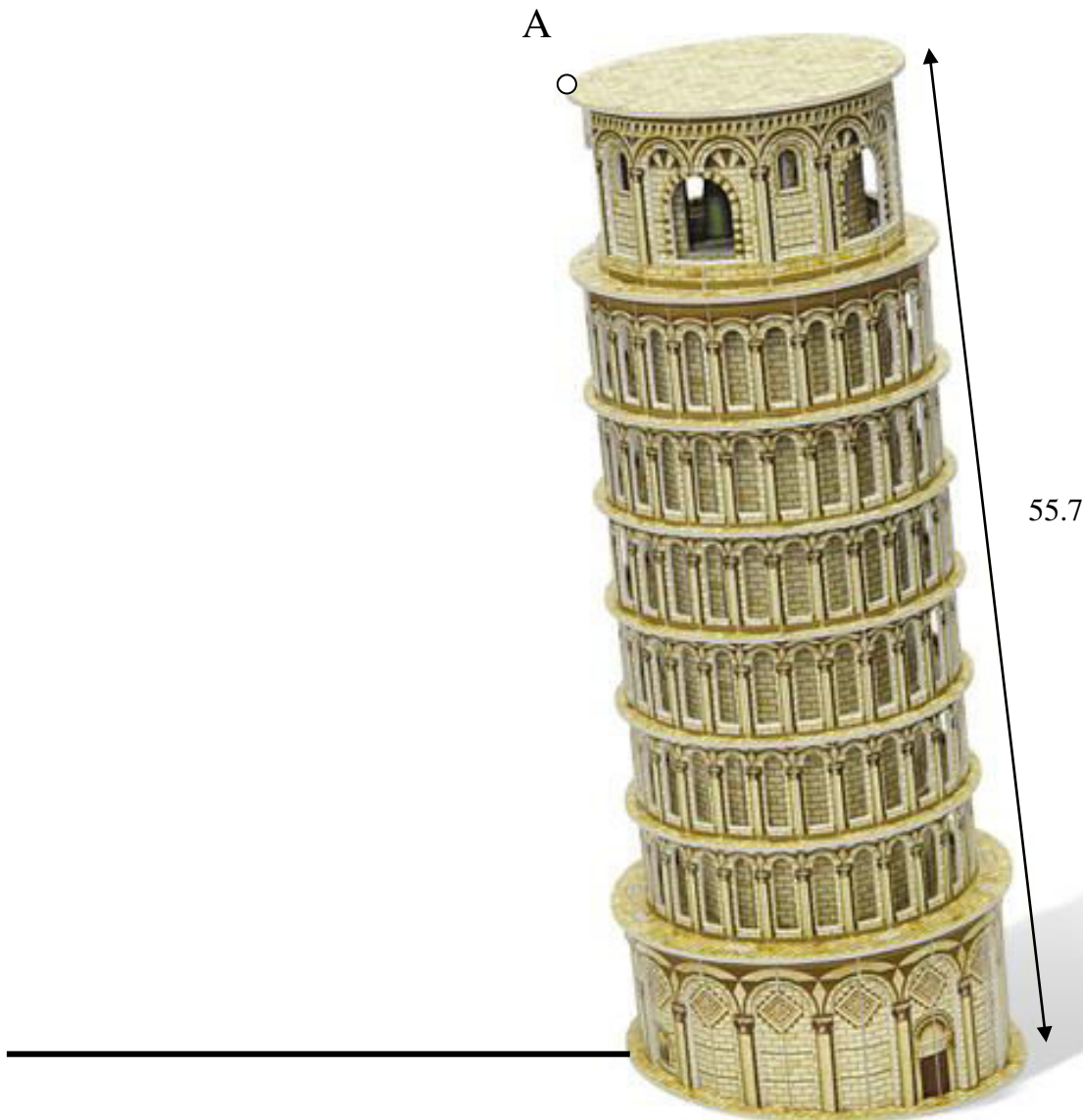
Conocía del tema...	Hoy aprendí...	Me gustaría aprender más sobre



HOJA DE TRABAJO #1

ALTURA DE LA TORRE DE PISA

La Torre de Pisa o Torre inclinada de Pisa es el campanario de la catedral de Pisa. Fue construida para que permaneciera en posición vertical pero comenzó a inclinarse tan pronto como se inició su construcción en agosto de 1173. La altura de la torre es de 55.7 metros desde la base, su peso se estima en 14.700 toneladas y la inclinación de unos 4° extendiéndose 3,9 m de la vertical. La torre tiene 8 niveles: una base de arcos ciegos con 15 columnas, 6 niveles con una columnata externa y remata en un campanario. La escalera interna en espiral tiene 294 escalones.

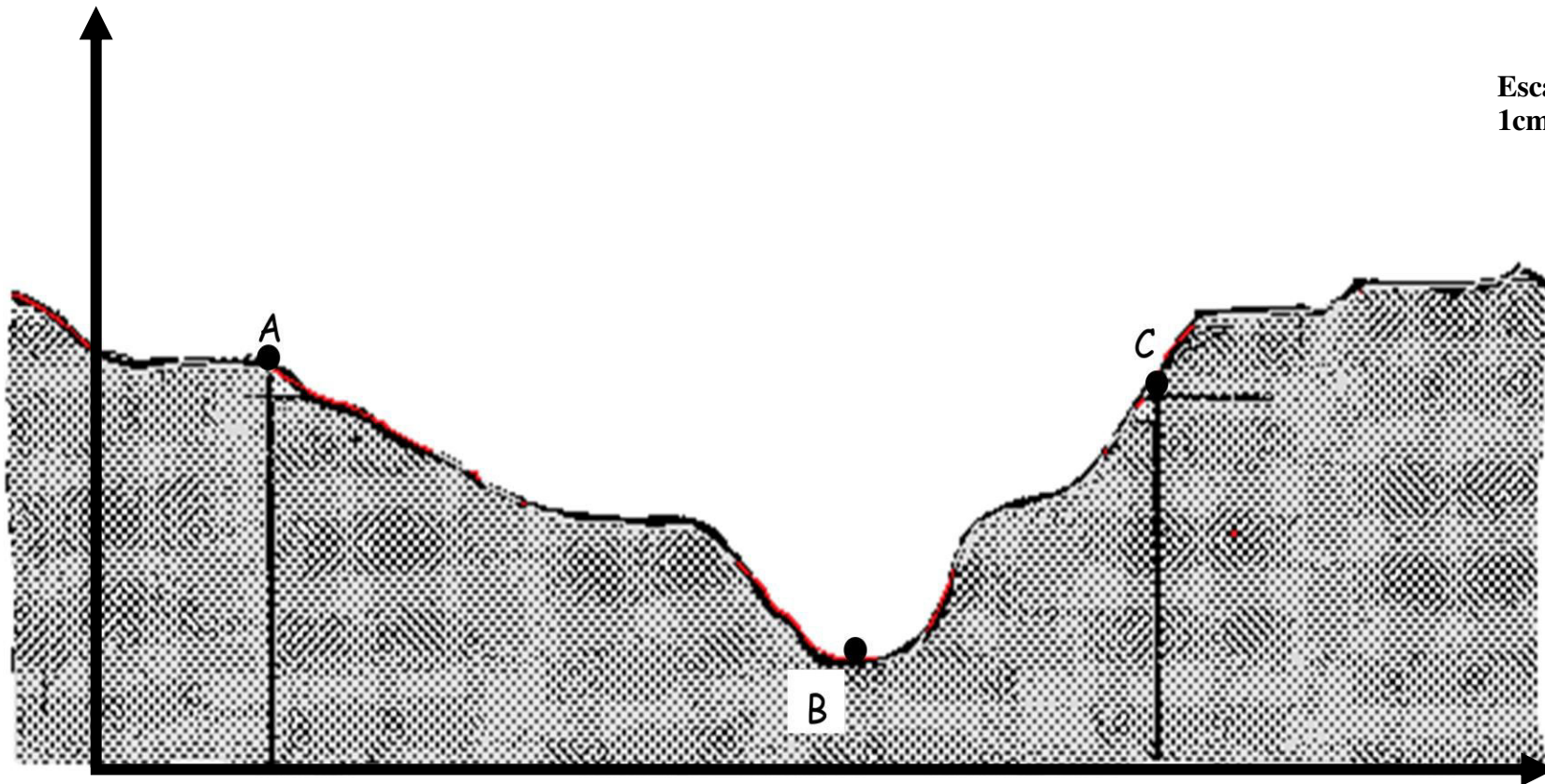


Reto: Construye la altura real del punto A de la torre inclinada de Pisa. Determina a qué distancia se encuentra la base de la torre de la base de la altura del punto A.

HOJA DE TRABAJO #2

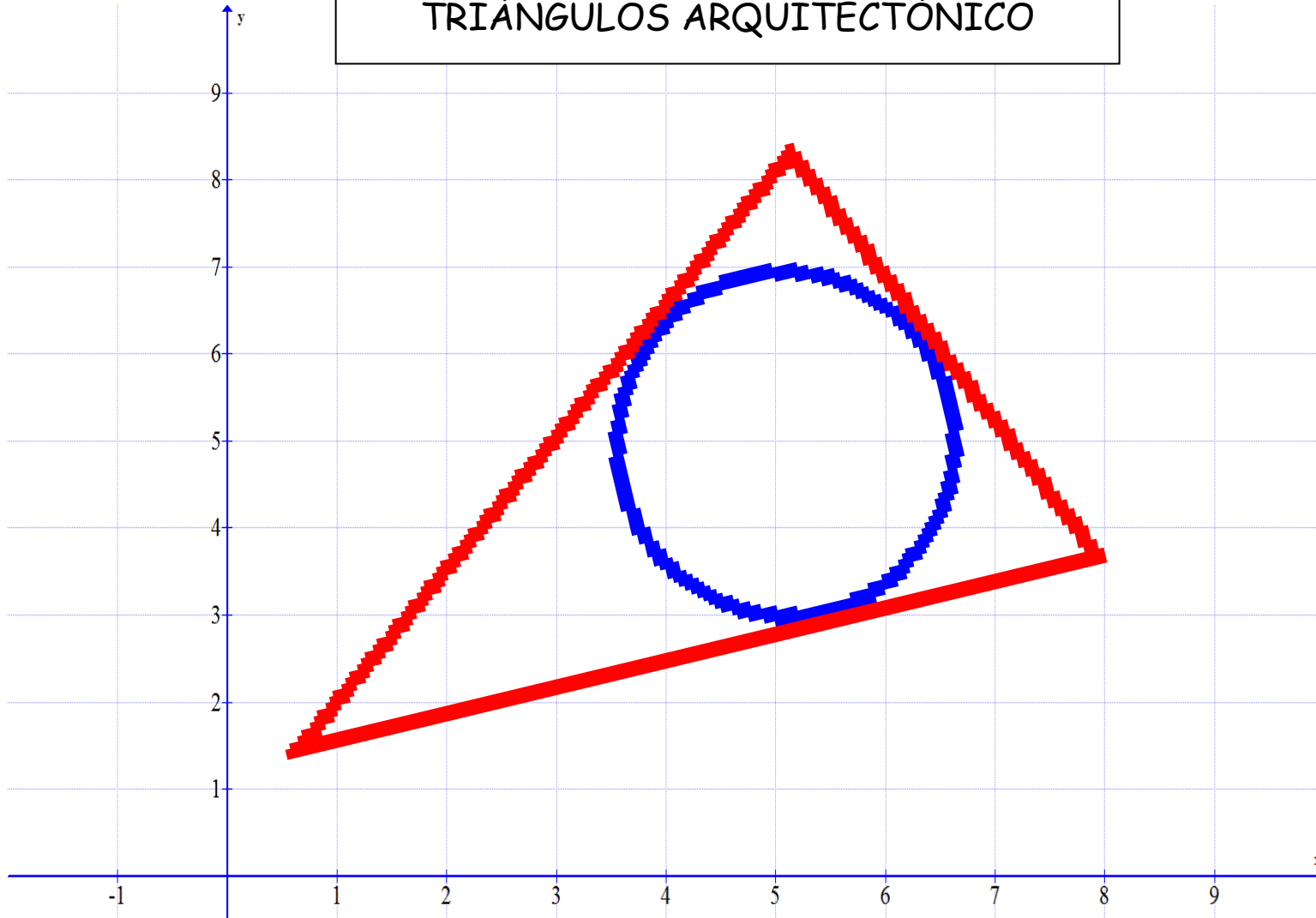
Canalizando el río

Escala
1cm=12 pies



La compañía de ingeniería ALACMA CONSTRUCTION tiene planificado canalizar el río. A continuación se presenta el perfil de una de las secciones del río. Tu labor será construir el arco que una los puntos A, B y C de manera que la canalización afecte lo menos posible el estado natural del río. Estima el área de tierra que debe removerse y determina el centro de la circunferencia.

HOJA DE TRABAJO #3 TRIÁNGULOS ARQUITECTÓNICO



¿Cuál es la coordenada del centro de la circunferencia inscrita?

EXPLORANDO EL TRIÁNGULO DE LAS BERMUDAS



En el triángulo del mapa, dibuja los segmentos RN, PM y QT.

Si los puntos M, N y T bisecan los segmentos que los contiene, ¿Cómo se conocen los segmentos PM, RN y QT? _____

¿Cómo se llama el punto donde se intersecan estos segmentos?

¿Cómo se llama el punto que equidista de los vértices del triángulo?

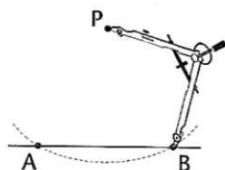
Utiliza el compás y la regla para hallar el punto que equidista de los vértices del TRIÁNGULO DE LAS BERMUDAS.

ANEJOS DE CONSTRUCCIONES

Construcción para la altura de un punto

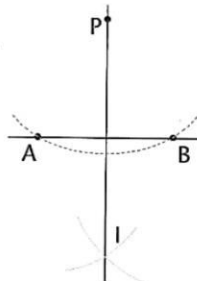
PASO 1

Comienza con una línea y un punto. Identifica ese punto como P y coloca en él la punta del compás. Abre el compás de modo que puedas dibujar un arco que interseque la línea dada en dos puntos. Llama a esos puntos A y B.



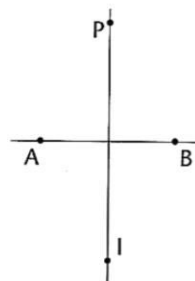
PASO 2

Coloca la punta del compás en el punto A y dibuja un arco en el lado opuesto de la línea donde se encuentra el punto P. Haz lo mismo para el punto B. Los dos arcos deben intersectarse. Llama a esa intersección punto I.



PASO 3

La línea PI es la perpendicular a la línea AB, que pasa por el punto P.



Construcción para el punto medio o mediatriz de un segmento

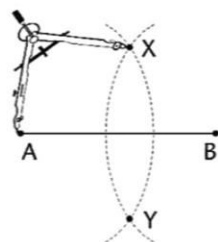
PASO 1

Comienza con un segmento dado e identifica sus puntos extremos como A y B. Coloca el compás con una abertura mayor que la mitad de AB.



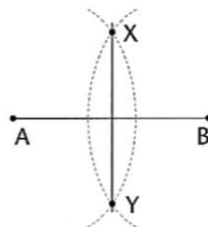
PASO 2

Coloca la punta del compás en el punto A y dibuja un arco que interseque AB. Haz lo mismo en el punto B, sin cambiar la abertura del compás. Llama a esos puntos de intersección X y Y.



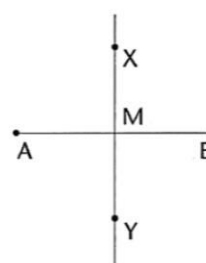
PASO 3

Dibuja un segmento de línea de X a Y.



PASO 4

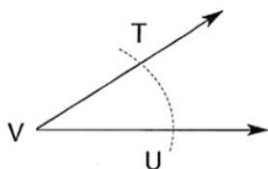
Identifica como M el punto donde el nuevo segmento interseca a AB. M es el punto medio del segmento AB. Además, el segmento XY es perpendicular al segmento AB.



Construcción para la bisectriz de un ángulo

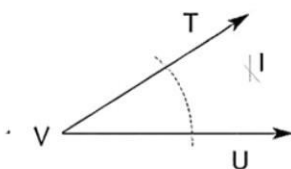
PASO 1

Coloca la punta del compás en el vértice del ángulo dado y dibuja un arco que interseque ambos lados. Identifica el vértice como V y los dos puntos de intersección, T y U.



PASO 2

Coloca la punta del compás en el punto T y dibuja un arco en el interior de $\angle TVU$. Luego, repite el proceso con U. Asegúrate de que los dos arcos se intersequen. Identifica esa intersección como punto I.



PASO 3

Dibuja un rayo desde V hasta I. El rayo VI biseca $\angle TVU$.

