

Guía del Maestro

Título: ALTURA INALCANZABLE
Por: Prof. Ermer O. Díaz Vélez

Nivel: Matemática 7-9

Tiempo Sugerido: Tres periodos de clases.

Objetivo: Determinar la distancia o altura de un punto inalcanzable.

Objetivos Específicos:

Durante la actividad el estudiante:

1. Construirá un astrolabio aplicando sus conocimientos de geometría.
2. Hallará ángulos de elevación para varios puntos identificados.
3. Medirá distancias horizontales y cambiara unidades del sistema ingles al métrico.
4. Calculará medidas de tendencia central como la media aritmética (promedio) y la desviación de la muestra de los datos recolectado en la experimentación.
5. Determinará la altura estimada de objetos inalcanzables usando razones trigonométricas.

Estándares y Expectativas

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 1: NUMERACIÓN Y OPERACIÓN

El estudiante es capaz de entender los procesos y conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.

4.0 Resuelve problemas relacionados con razones, proporciones y porcentajes.

N.SN.7.4.1 Identifica una o más razones que representen una comparación dada y expresa las razones usando distintas notaciones (ba ; $a \underline{a} b$; $a \underline{a} b$).

N.SN.7.4.2 Interpreta y utiliza razones en diferentes contextos para mostrar las relaciones de dos cantidades usando la notación apropiada (a/b , $a:b$).

N.SN.8.1.5 Distingue entre números racionales e irracionales.

N.SN.8.1.6 Utiliza las leyes de exponentes para simplificar expresiones.

N.SN.8.1.7 Utiliza técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.

6.0 Interpreta la razón de cambio en situaciones matemáticas y del mundo real y reconoce la razón de cambio constante asociada a relaciones lineales.

A.CA.7.6.1 Demuestra que la razón de cambio en casos lineales es constante y describe gráficamente la relación proporcional implícita en esta razón de cambios y representada en la inclinación de la línea.

A.CA.7.6.2 Interpreta, describe y utiliza la razón de cambio para modelar situaciones matemáticas y del mundo real.

Interpreta el significado de la razón de cambio asociada con incrementos y decrecimientos en contextos variados y del mundo real que involucran tasas, razones y porcentajes.

A.PR.7.6.3 Construye gráficas de relaciones lineales observando que el cambio vertical por unidad dividido por el cambio horizontal por unidad es igual a la pendiente de la gráfica.

A.PR.7.6.4 Establece conexiones y traduce entre representaciones equivalentes de relaciones lineales, incluyendo gráficas, tablas, ecuaciones y expresiones verbales para resolver problemas.

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 3: GEOMETRÍA

El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.

11.0 Explora y aplica el Teorema de Pitágoras para resolver problemas de medición.

G.FG.7.11.1 Explora el Teorema de Pitágoras al investigar los triángulos rectángulos, sus medidas y sus áreas.

G.FG.7.11.2 Aplica el Teorema de Pitágoras para resolver problemas.

12.0 Identifica, describe y aplica las relaciones de semejanza para hallar las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y aplica medidas a escala en dibujos y mapas.

G.FG.7.12.1 Define e identifica semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.

G.TS.7.12.2 Determina la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.

G.TS.7.12.3 Resuelve problemas de medidas indirectas y problemas de escalas que involucran contextos del mundo real usando figuras semejantes.

G.TS.7.12.4 Interpreta y resuelve situaciones usando escalas, incluyendo aquellas basadas en rectas numéricas, dibujos, modelos, mapas y gráficas.

7.0 Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las

dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida real que involucren semejanza en varios contextos.

G.FG.9.7.1 Identifica las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos, las aplica y observa que la congruencia es un caso especial de semejanza.

G.FG.9.7.2 Utiliza la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes, y aplica la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas.

G.MG.9.7.3 Construye una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.

G.FG.9.7.4 Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.

G.TS.9.7.5 Utiliza dilataciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

12.0 Selecciona y aplica técnicas e instrumentos para determinar medidas con un grado apropiado de precisión.

M.UM.8.12.1 Selecciona y aplica técnicas e instrumentos para determinar medidas con un grado apropiado de precisión

M.UM.8.12.2 Determina cómo las medidas son afectadas por cambios en la escala y sus dimensiones.

Materiales:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1. Cinta métrica | 7. Cinta adhesiva |
| 2. Transportador de ángulos | 8. Tachuela (clavo pequeño) |
| 3. Sorbeto | 9. Calculadora |
| 4. Hilo | 10. Regla |
| 5. Cartón (<i>Foam board</i>) | 11. Hojas de trabajo |
| 6. Pesa (liviana) | |

Procedimiento

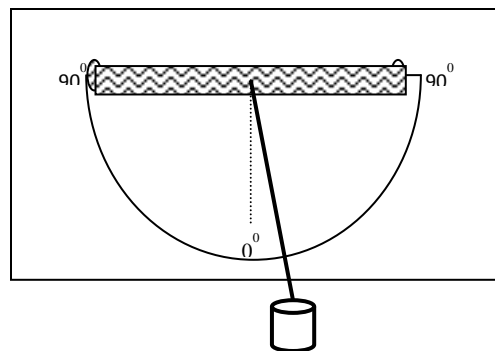
1. Dividir el grupo en equipos de tres estudiantes. (Observador, anotador y ayudante)
2. El estudiante construirá el astrolabio utilizando los materiales ya descritos.

Para construir el astrolabio debe seguir las siguientes instrucciones:

- a. Recorte un pedazo de cartón del tamaño de una libreta común.

Puede forrarla con papel para que facilite la escritura en el cartón.

- b. Trace una línea horizontal.
- c. Marque un punto en la línea horizontal y pegue el transportador alineando el vértice y las unidades de 0° y 180° .



- d. Pegue el sorbeto sobre el transportador alineado con la línea horizontal del transportador.
- e. Inserte la tachuela traspasando el sorbeto en el punto de origen del transportador.
- f. Amarre el hilo con la pesa a la tachuela de manera que forme un péndulo.
- g. El largo del hilo debe sobrepasar el cartón.
- h. Cambie la escala del transportador de manera que 90° sea 0° y la medida de 180° y 0° sea 90° .

ALTURA INALCANZABLE

Introducción:

La trigonometría, ciencia que estudia las relaciones métricas entre las medidas de los ángulos y los lados de un triángulo, le ha servido al hombre como instrumento para resolver problema de la vida diaria. Entre estos se encuentra el hallar distancias inalcanzables. Este laboratorio te ayudará a descubrir una estrategia para determinar alturas en las que no podemos tener acceso las cuales no se pueden medir con exactitud. En el laboratorio construirás y usarás un astrolabio. El astrolabio es un instrumento que permite medir ángulos de elevación y depresión. Este instrumento fue utilizado por los astrólogos para hallar el ángulo de elevación de los astros y estrellas con respecto al horizonte.

Parte A: Exploración

Maestro(a): Las próximas dos actividades sirven de exploración para identificar y verificar si los estudiantes conocen las unidades de medidas, instrumentos de medidas y la estimación de distancias. A continuación las preguntas de exploración.

Actividad 1

A. Observa el segmento de recta que se presenta a continuación.



Contesta:

1. ¿Cómo puedes medir la longitud del segmento AB?

R: con una regla, cinta métrica...

2. ¿Qué unidad crees sea la más apropiada para medir la longitud del segmento AB? Explique.

R: Centímetros o pulgadas

3. Estima las dimensiones del salón.

R: 30 pies – 25 pies

4. ¿Qué instrumentos puedes usar para medir las dimensiones del salón?

R: Metro, cinta métrica, yarda...

5. ¿Cuál es el edificio más alto que tú conoces? ¿Cuál la altura estimada?

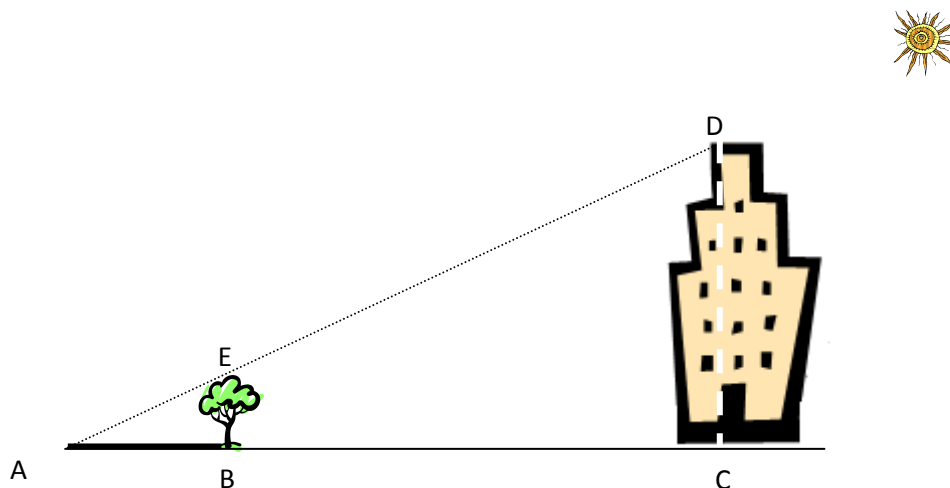
R: Varias contestaciones

6. ¿Cómo podrías hallar la altura del edificio?

R: Varias contestaciones

Actividad 2

La sombra del edificio y del árbol que se presenta en la siguiente ilustración coincide en el punto A. La distancia (AB) de la base del árbol al punto A es de 5 metros y de la base del árbol al del edificio (BC) es de 20 metros. La altura del árbol (BE) es de 4 metros.



1. ¿Qué figuras geométricas se pueden formar en la ilustración?

Maestro(a): Se espera que el estudiante conteste que existen dos triángulos.

2. ¿Existe alguna relación entre ellas?

Maestro(a): Ambos triángulos son semejante por que los ángulos correspondientes son congruentes y por esa razón los triángulos son semejantes y los lo tanto los lados correspondientes proporcionales. Los triángulos semejantes tienen sus ángulos congruentes y sus lados proporcionales.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{DC} = \frac{AE}{AD}$$

3. ¿Cómo puedes determinar la altura del edificio?

Maestro(a): Se espera que el estudiante establezca una proporción equivalente a la siguiente y resuelva para el segmento DC.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{DC}$$

$$\frac{5 \text{ metros}}{25 \text{ metros}} = \frac{4 \text{ metros}}{DC}$$

$$DC = 20 \text{ metros}$$

Parte 2: Desarrollo

Maestro(a): Es requisito para esta actividad que el estudiante conozca las funciones trigonométricas del Seno, Coseno y Tangente de un ángulo. Después de discutir en la sala de clases la razón trigonométrica de la tangente de un ángulo y la resolución de triángulos rectángulos será adecuado llevar a cabo esta actividad.



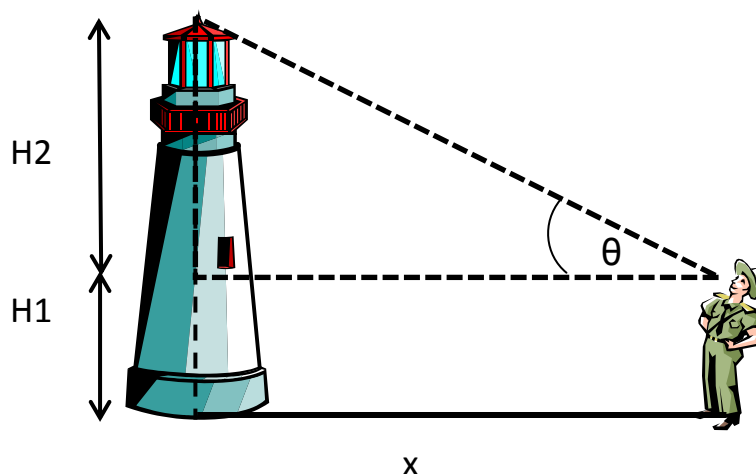
ACTIVIDAD 3

En la siguiente actividad usarás el astrolabio que construiste el día anterior. Contesta las siguientes preguntas antes de continuar...

1. Si observas un punto que se encuentra en el horizonte, ¿Qué medida de ángulo marcará el astrolabio?
R: 0 grados
2. Si observas un punto directamente hacia el cielo (zenit), ¿Qué ángulo marcará el astrolabio?
R: 90 grados
3. Si seleccionas un punto fijo, como la punta del asta de una bandera, ¿Qué sucederá con la medida del ángulo de elevación cuando miras por el astrolabio a medida que te alejas?, y ¿si te acercas?
R: Disminuye; Aumenta

ACTIVIDAD 4

A continuación determinarás una altura estimada de un punto inalcanzable. Observa el siguiente diagrama con detenimiento para que puedas realizar la actividad.



1. La figura se muestra un modelo que usarás para hallar la altura estimada de un objeto con una altura inalcanzable.
 - a. El maestro indicará que altura inalcanzable será estimada.
 - b. Todos los equipos medirán el mismo objeto. Al finalizar la actividad compartirán los resultados.
 - c. Escogerás diez distancias horizontales de forma arbitraria. En cada punto medirás la distancia horizontal (X) desde tus pies hasta la base de la altura del objeto seleccionado.
 - d. Medirás el ángulo de elevación (θ) desde cada punto seleccionado.
 - e. Medirás la altura de los ojos al piso (H1) del observador en cada punto.
 - f. Completa la **Hoja de Trabajo 1**.

- g. Cada grupo informará sus resultados para completar la **Hoja de Trabajo 2**.
- h. Cada grupo contestará las preguntas de la **Hoja de Trabajo 3** y presentará un informe grupal que incluirá:
 - i. Hoja de presentación:
 - 1. Título
 - 2. Nombres de participantes
 - ii. Objetivo de la actividad
 - iii. Materiales
 - iv. Procedimiento
 - v. Datos
 - 1. Hojas de Trabajo
 - vi. Conclusiones
 - vii. Hojas reflexiva (1 por estudiante)

Maestro(a): Se recomienda que cada equipo este compuesto por dos o tres estudiantes. Recuerde establecer que la unidad de medida será el metro. Si los estudiantes miden en pies y pulgadas deben hacer la conversión. Puede repasar con los estudiantes el cálculo de la media aritmética (promedio). En caso de un grupo avanzada pueden calcular la desviación estándar.

Parte C: Cierre

Maestro(a): Discuta estas preguntas. Identifique las estrategias que los estudiantes puedan presentar. Motive a los estudiantes que realicen esta experimentación con otros objetos.

- 1. ¿Cómo podrías hallar la altura de una montaña?
- 2. ¿Puedes usar el astrolabio para hallar el ancho de un río? Explica
- 3. ¿Cómo podrías hallar el ancho de un río?

ALTURA INALCANZABLE HOJA DE TRABAJO 1

OBJETO: _____

	ÁNGULO DE ELEVACION θ (grados)	DISTANCIA HORIZONTAL X	ALTURA A LOS OJOS DEL OBSERVADOR H1	ALTURA CALCULADA $H2 = (X)(\tan \theta)$	ALTURA TOTAL HT
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
Promedio:					

Observaciones:

ALTURA INALCANZABLE
HOJA DE TRABAJO 2

RESULTADOS PARCIALES GRUPALES

GRUPO	OBJETO 1	GRUPO	OBJETO 1
1		7	
2		8	
3		9	
4		10	
5		11	
6		12	

PROMEDIO : _____

Contesta:

1. ¿Cómo compara la altura que estimo tu grupo con el resto de la clase?

Explica.

2. ¿Cuál crees que es la altura estimada del objeto observado?

ALTURA INALCANZABLE HOJA DE TRABAJO 3

Contesta las siguientes preguntas.

1. ¿Qué sucede con el ángulo de elevación a medida que te alejas de la base de la altura del punto inalcanzable? y ¿cuándo te acercas? Justifica tu contestación.
2. ¿Qué sucede con la altura del punto inalcanzable a medida que te alejas? Explica.
3. La altura del observador afecta los resultados? Explica.
4. ¿Qué elementos pueden afectar las medidas o resultados obtenidos?
5. ¿Cómo puedes determinar la altura de un punto inalcanzable?
6. ¿Puedes usar otra razón trigonométrica para hallar la altura de un punto inalcanzable? Explique.



ALTURAS INALCANZABLES
HOJA REFLEXIVA

Nombre : _____

Fecha: _____

Yo conocía del tema....	Hoy aprendí....	Me gustaría aprender más sobre.....

