

Título: ESTIRANDO LOS CHAVITOS Y ALGO MÁS. (GUÍA DEL MAESTRO)

Autor: Prof. Ermer Díaz

Nivel: 7- 9

Conceptos principales:

Relaciones. Variable independiente y dependiente, función, dominio, campo de valores, gráfica, modelos matemáticos.

Objetivo: Al finalizar la actividad el estudiante podrá explorar e investigar diferentes modelos matemáticos que describen eventos reales.

Objetivos Específicos:

Durante la actividad, el estudiante:

1. Identificar la variable independiente y dependiente de una relación.
2. Determinar si una relación es función.
3. Identificar el dominio y campo de valores de una función.
4. Trazar la gráfica de un modelo matemático de un evento real.
5. Utilizar modelos matemáticos para hacer predicciones.

Estándares:

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 2: ALGEBRA

El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.

6.0 Interpreta la razón de cambio en situaciones matemáticas y del mundo real y reconoce la razón de cambio constante asociada a relaciones lineales. A.CA.7.6.1 Demuestra que la razón de cambio en casos lineales es constante y describe gráficamente la relación proporcional implícita en esta razón de cambios y representada en la inclinación de la línea.

A.CA.7.6.2 Interpreta, describe y utiliza la razón de cambio para modelar situaciones matemáticas y del mundo real.

Interpreta el significado de la razón de cambio asociada con incrementos y decrecimientos en contextos variados y del mundo real que involucran tasas, razones y porcentajes.

A.PR.7.6.3 Construye gráficas de relaciones lineales observando que el cambio vertical por unidad dividido por el cambio horizontal por unidad es igual a la pendiente de la gráfica.

A.PR.7.6.4 Establece conexiones y traduce entre representaciones equivalentes de relaciones lineales, incluyendo gráficas, tablas, ecuaciones y expresiones verbales para resolver problemas.

2.0 Identifica funciones basándose en el comportamiento de su gráfica y su razón de cambio, y describe funciones usando la notación y terminología apropiada.

A.PR.8.2.1 Determina si una relación es una función a partir de su gráfica y su descripción verbal.

A.PR.8.2.2 Determina si una relación es lineal o no lineal basándose en si tiene o no razón de cambio constante, su descripción verbal, su tabla de valores, su representación gráfica o su forma simbólica.

A.RE.8.2.3 Describe las características de funciones lineales por pedazos, incluyendo valor absoluto y situaciones donde surjan.

A.RE.8.2.4 Aplica la terminología y los símbolos asociados con expresiones, funciones y ecuaciones lineales, incluyendo notación de funciones, entradas, salidas, dominio, alcance, pendiente, interceptos, variable dependiente e independiente.

6.0 Identifica ciertas relaciones no lineales y las clasifica en relaciones exponenciales o relaciones cuadráticas, incluyendo relaciones de la forma $xky=$ basándose en la razón de cambio en tablas, formas simbólicas o representaciones gráficas.

A.RE.8.6.1 Identifica relaciones no lineales (exponencial, cuadráticas, y de la forma $xky=$ en representaciones gráficas o tablas a través del examen de las diferencias sucesivas, las razones, las formas simbólicas o las propiedades de la gráfica.

8.0 Utiliza la función lineal para interpretar, modelar y resolver situaciones que exhiben razón de cambio constante.

A.CA.8.8.1 Generaliza patrones lineales o sucesiones aritméticas utilizando reglas verbales y expresiones simbólicas tales como ak y $ax + b$

A.CA.8.8.2 Analiza situaciones matemáticas y del mundo real, determina si puede describirse por un modelo lineal, y determina la razón de cambio constante y desarrolla e interpreta la función lineal que modela la situación.

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

15.0 Aplica los conceptos de perímetro, área de superficie y volumen para medir figuras.

M.TM.7.15.1 Investiga, establece conjeturas y aplica las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros).

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 5: ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD

El estudiante es capaz de utilizar diferentes métodos de recopilar, organizar, interpretar y presentar datos para hacer inferencias y conclusiones.

9.0 Determina el espacio muestral de un experimento, y emplea la regla de conteo de multiplicación. (Propiedad Fundamental de Conteo).

E.PR.9.9.1 Utiliza listas, tablas y diagramas de árbol para representar los resultados posibles en un espacio muestral para un experimento.

Propósito:

Durante esta actividad el estudiante podrá analizar la relación entre la cantidad de monedas y la longitud del resorte al soportar el peso. Utilizar el método gráfico para realizar una aproximación lineal de los datos. Hallar el modelo matemático para representar un evento real. Utilizará la regresión lineal para hallar el modelo matemático que mejor aproxima los datos. Mediante esta actividad el estudiante aplicará los estándares de contenido de álgebra.

Materiales:

Materiales:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ✓ Resortes (Spring) | ✓ Lápices de colores |
| ✓ Soportes | ✓ Marcadores |
| ✓ Metro | ✓ Calculadora TI 83-84 plus |
| ✓ Monedas (Chavitos) | |
| ✓ Dados (6 caras y 8 caras) | |
| ✓ Periódico | |
| ✓ Liguillas | |
| ✓ Bolsitas plásticas | |
| ✓ Presillas | |
| ✓ Cinta métrica – metro | |
| ✓ Bolas de tenis | |
| ✓ Plastilina | |
| ✓ Palillos de Madera | |
| ✓ Papel blanco | |
| ✓ Tijeras | |
| ✓ Regla (mm) | |
| ✓ Papel cuadriculado | |

Tiempo sugerido: Dos periodos (50 minutos c.u.)

Introducción :

La Ley de Hooke establece que la fuerza aplicada a un resorte es directamente proporcional a la distancia que se estira el resorte, $F \propto x$. A mayor peso, mayor estiramiento del resorte.

En esta actividad se investigará como se estira un resorte cuando se varía el peso aplicado mediante el uso monedas. Se establecerá la relación directa que existe entre la longitud del resorte y el número de monedas (chavitos) que se desea pesar.

Assessment :

El assessment se llevará a cabo durante toda la actividad. El maestro observará y evaluará a los estudiantes en su ejecución y motivará a éstos ofreciéndole ayuda de manera efectiva y diligente.

Durante la actividad el estudiante tendrá la oportunidad de discutir con su grupo sus resultados y podrán presentar los resultados finales en forma oral y escrita a todo el salón. El estudiante construirá un organizador gráfico CDA (KWL) en el cual expresará lo que conocía del tema, lo que aprendió y de lo que desea aprender más (Anejo C). El maestro utilizará una rúbrica diseñada para que el estudiante se auto evalúe (Anejo D).

Procedimiento:

Primera parte – Exploración

El maestro presentara la situación “Juan el ciclista”.

1. Utilizará el diagrama que aparece en el **Anejo #1** para explicarle la relación entre dos variable.
 - a. R-distancia recorrida por Juan en la bicicleta alrededor de la plaza.
 - b. S- distancia de Juan a un punto fijo.
2. El maestro solicitará que recolecten los datos del evento hipotético y que tracen la gráfica de cada tabla de la **Hoja de Trabajo #1**.
3. Discuta con los estudiantes las preguntas que aparecen en la guía del estudiante. Enfátice en la definición de las variables.

PREGUNTAS:

- ✗ ¿Cuál es la variable independiente?
 - ✗ ¿Cuál es la dependiente?
 - ✗ ¿Uniste los puntos de la gráfica? ¿Por qué?
 - ✗ ¿A qué distancia se encontrará Juan del punto D después de recorrer 350 m?
 - ✗ ¿A qué distancia se encontrará Juan del Punto E después de recorrer 210 m?
 - ✗ ¿A qué distancia se encontrará Juan del Punto E después de recorrer 160 m?
 - ✗ ¿Juan siempre se encuentra a la misma distancia del punto E? Justifica tu respuesta?
 - ✗ ¿Cómo hallaste la distancia al punto F?
4. Discuta si el evento es continuo o discreto. Analice y aclare todas las dudas referentes al trazado de gráficas.

Segunda parte - Desarrollo

1. El maestro(a) previo a la actividad solicitará a cada estudiante que traiga 25 centavos (chavitos) para realizar el ejercicio.
2. El maestro(a) dividirá el grupo en parejas o tríos, de acuerdo a la cantidad de resortes disponibles.
3. Cada grupo verificará que cuenta con el equipo necesario para llevar a cabo la actividad.
4. El maestro(a) dará las instrucciones y verificará que se utilicen los chavitos de acuerdo a la fecha de estos. Como requisito se necesita un mínimo de 50 centavos con fechas antes de 1982 o después de 1983. Como dato curioso el maestro explicará cual es la diferencia entre estos “chavitos”.
5. El maestro procederá a dar una demostración de cómo deben medir el resorte para poder obtener los datos que le ayudaran a realizar la actividad.

6. Se le suministrará a cada estudiante la guía del estudiante. En esta se le pide al estudiante que recolecte una serie de datos utilizando la siguiente tabla:

Tabla A

Número de chavitos	Longitud del resorte (cm)
5	
10	
15	
20	
25	
35	
40	

7. Cada grupo analizará los datos y trazará una gráfica de punto que represente la información obtenida. Es importante que el maestro de énfasis a la nomenclatura de los eje.
8. El maestro supervisará que los datos fueron recolectados y tabulados correctamente y solicitará a los estudiantes que contesten y analicen las preguntas a continuación:
- ¿Qué se puede notar sobre el estiramiento del resorte a medida que se aumenta el número de centavos?
 - ¿Cuánto será la longitud del resorte si colocamos 12, 18 y 37 centavos?
¿Qué estrategia utilizarse para hallar estas longitudes?
 - ¿Cuántos centavos se necesitan para duplicar la longitud original del resorte?
 - Traza la gráfica utilizando los datos de la Tabla A. (Nota: los datos de la tabla son discretos)

- e. Traza la mejor grafica que aproxime los datos.
 - f. Halla la pendiente de esta recta. Explique el significado de esta.
 - g. Halla el modelo matemático que representa el evento que relaciona el número de centavos y la longitud del resorte.
 - h. Utilizando este modelo determina la longitud del resorte si colocamos 100 centavos. ¿Será real este evento? Explique.
 - i. Si s representa la longitud del resorte estirado y p el número de centavos, establezca la función $s(p)=$ _____ de manera que relacione el evento de sus datos.
9. El maestro pide a los diferentes grupos que expliquen oralmente los criterio o estrategias que utilizaron para trazar la línea recta. Debe motivar a la discusión y participación de la mayoría de los estudiantes.
10. Es importante que algunas preguntas sean discutidas con detalle para poder aclarar conceptos. Cada grupo puede tener resultados diferentes por lo que será interesante hallar y discutir estas diferencias.

Como extensión de la actividad se podrá utilizar la calculadora gráfica para comparar los modelos matemáticos hallados por los estudiantes versus los calculados tecnológicamente.

- 1. Usa la calculadora gráfica para hallar la regresión lineal.
- 2. ¿Cuál es el modelo matemático que obtienes utilizando la calculadora?
- 3. ¿Cómo compara con el modelo matemático que estimaste? Explica.
- 4. Si existe diferencia, justifica esta discrepancia.

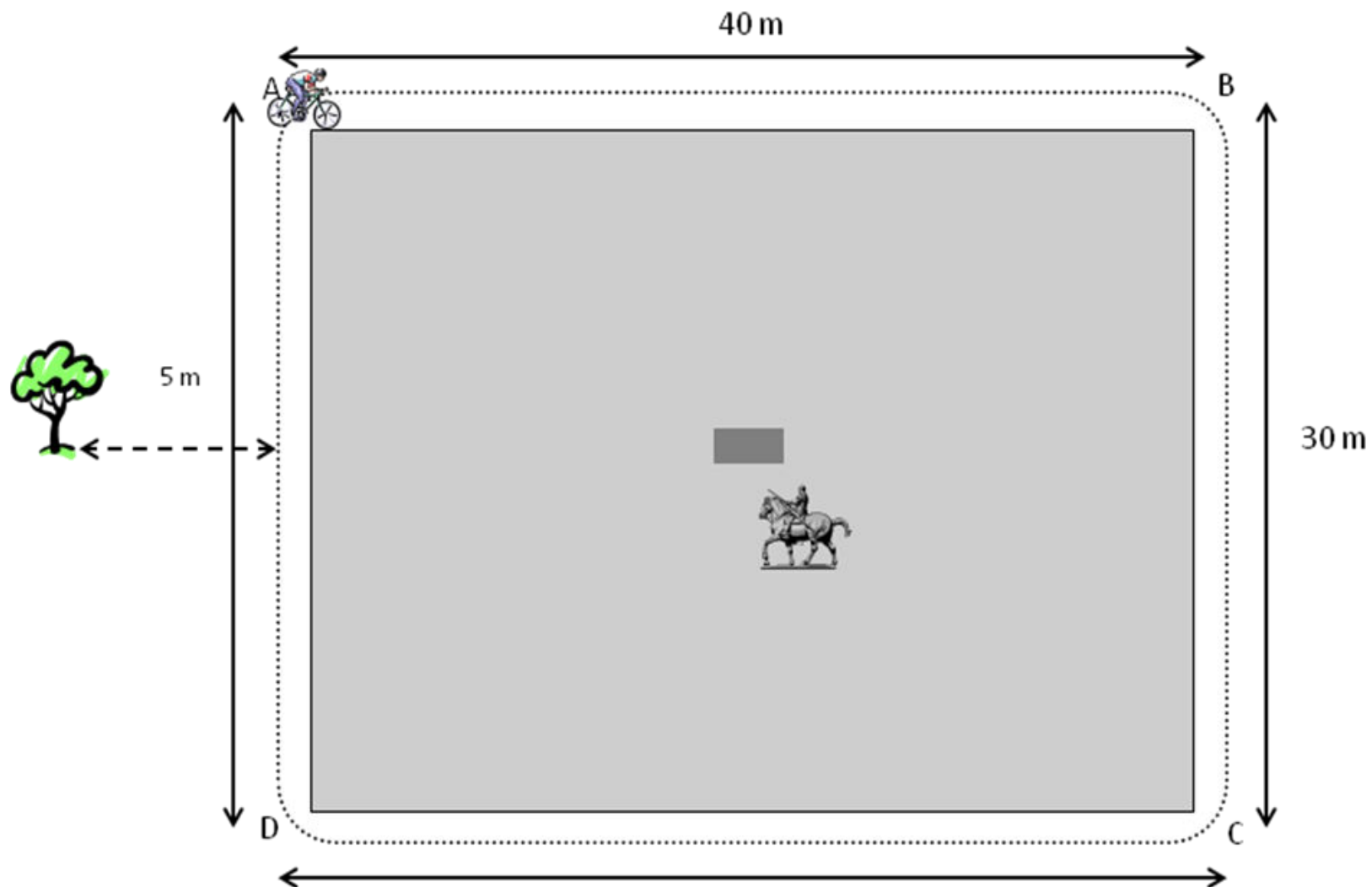
Tercera parte – Cierre

1. Solicite a los estudiantes que recolecten los datos de los siguientes eventos y tracen la gráfica de los datos obtenidos.
 - a. Ultimate Bounge
 - b. Rebote, rebote
 - c. Esferas plásticas
 - d. Papeles y papelillos
2. Cada grupo hallará el modelo matemático de los eventos y hará una predicción de cada una de ellas. Ver Anejo #2

Assessment

El maestro(a) proveerá copia de la rúbrica para la auto evaluación y la hoja d de evaluación del aprendizaje CDA.

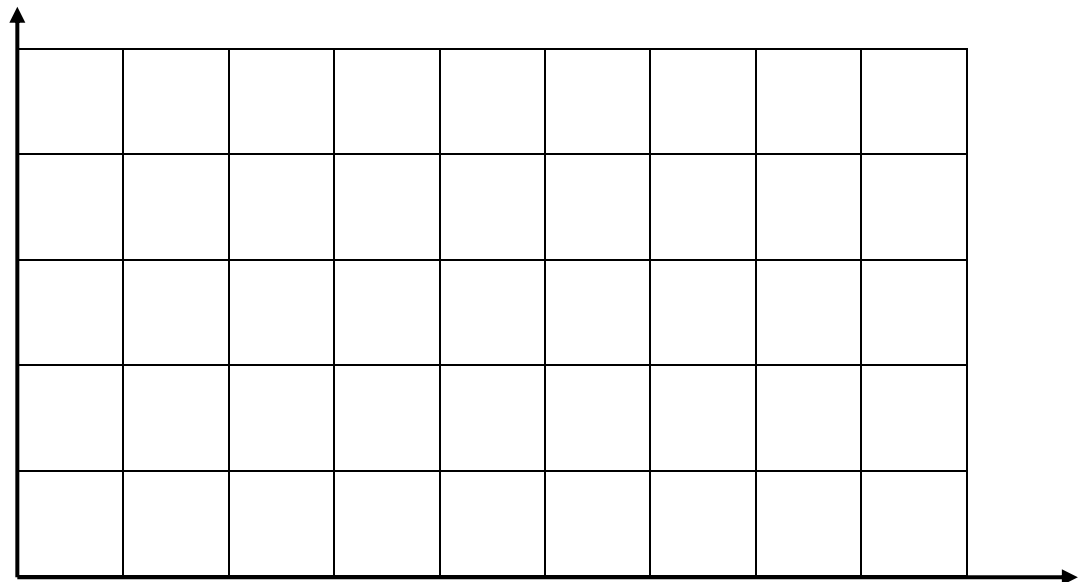
ANEJO #1 – JUAN EL CICLISTA



ANEJO #2

Estación #1: Ultimate Bungee

# Liguillas	D1	D2	D3	DISTANCIA PROMEDIO
3				
5				
7				
8				
9				
10				



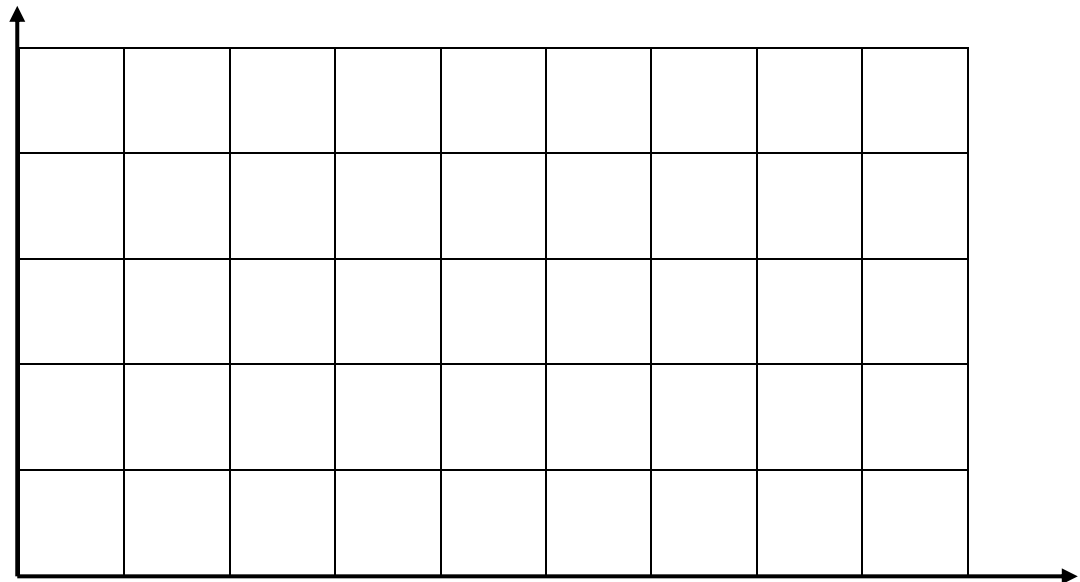
Modelo matemático: _____

Proyección: *Si utilizamos 50 liguillas la distancia recorrida será* _____

¿El resultado es adecuado? Explica.

Estación #2: Rebote - rebote

Altura inicial	Altura rebote #1	Altura rebote #2	Altura rebote #3	PROMEDIO Altura rebote



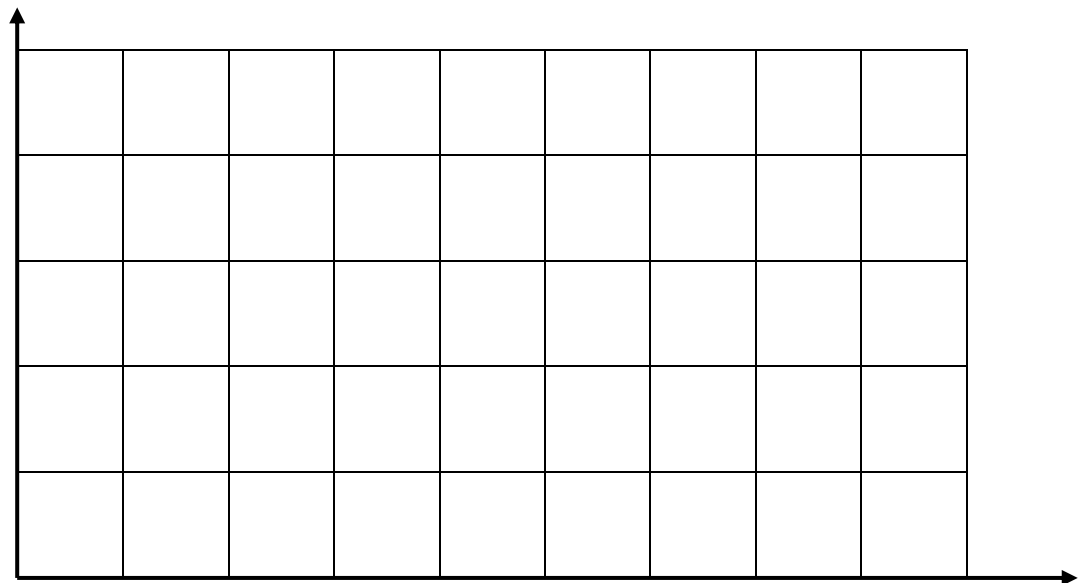
Modelo matemático: _____

Proyección: *Si lanzamos la pelota de una altura de 500 pulgadas entonces el rebote tendrá una altura de* _____

¿El resultado es adecuado? Explica.

Estación #3: Esferas plásticas

	Diámetro 1	Diámetro 2	Diámetro 3	PROMEDIO Diámetro	Masa
Esfera 1					
Esfera 2					
Esfera 3					
Esfera 4					
Esfera 5					
Esfera 6					
Esfera 7					



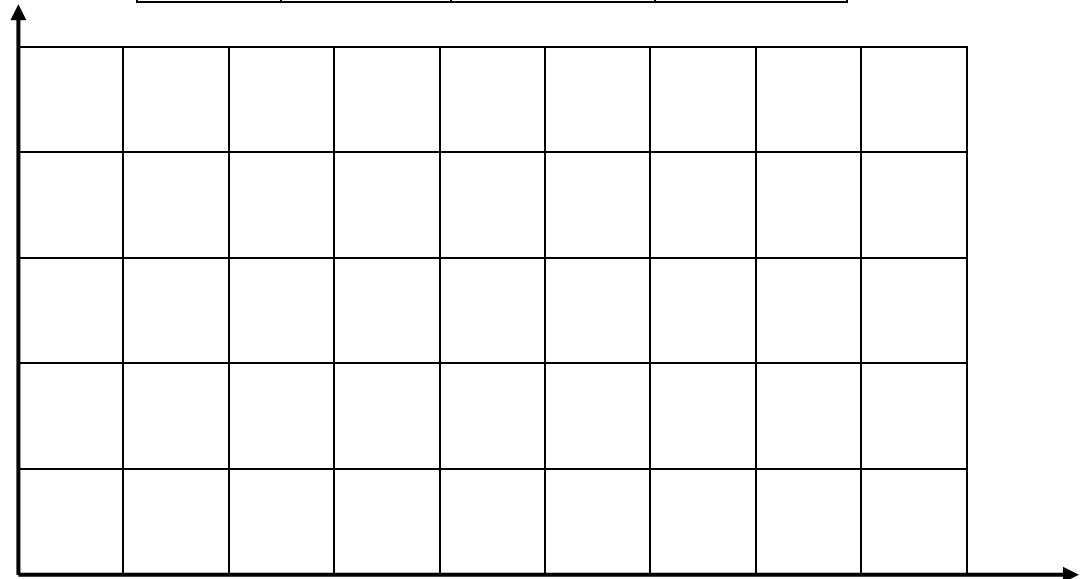
Modelo matemático: _____

Proyección: *Si tenemos una esfera de plastilina de _____ entonces la masa será _____.*

¿El resultado es adecuado? Explica.

Estación #4: Papeles y papelillos

# Corte	# papeles	Perímetro de cada papelillo	Área de cada papelillo
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			



Modelo matemático: _____

Proyección: *Si tenemos una esfera de plastilina de _____ entonces la masa será _____*

¿El resultado es adecuado? Explica.

ANEJO C

HOJA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE

Yo conozco del tema....	Algo nuevo que aprendí es....	Me gustaría aprender más sobre.....

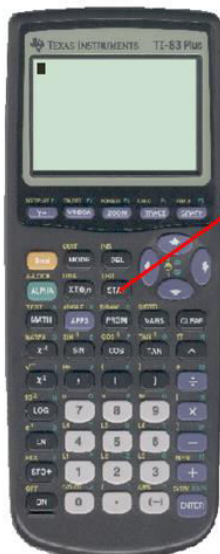
ANEJO D
RUBRICA PARA LA AUTOEVALUACION

CRITERIO	SI	NO	OBSERVACIONES
1. Trazado de gráfica			
➤ Mide la longitud del resorte correctamente			
➤ Identifica los ejes del plano cartesiano			
➤ Identifica los puntos en el plano cartesiano			
➤ Traza la línea que mejor aproxima los datos			
2. Halla el modelo matemático			
➤ Halla la pendiente de la recta que aproxima los datos			
➤ Halla la ecuación de la recta en la forma $y = mx + b$			
➤ Interpreta la pendiente de cada intervalo			
➤ Hace aproximaciones utilizando la gráfica			
3. Análisis			
➤ Identifica las limitaciones del evento			
➤ Hace proyecciones utilizando el modelo matemático			
➤ Establece relación entre pendiente y constante de proporcionalidad			

1. Aplicación			
➤ Traza la gráfica de los datos recolectados de las experimentaciones.			
➤ Halla el modelo matemático del evento con la calculadora grafica.			
➤ Hace proyecciones utilizando el modelo matemático			

Regresión lineal TI-83/84 Plus

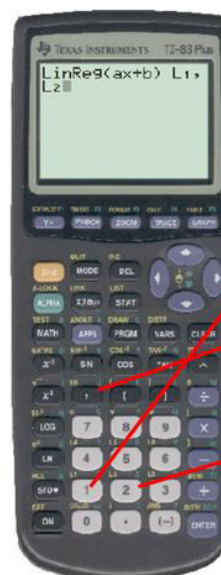
1



**Oprima
STAT**

Esto permite
entrar en el
comando de
análisis
estadísticos para
crear listas y
calcular

3



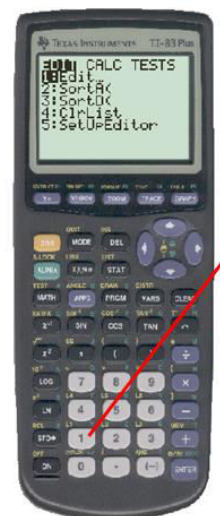
Escriba L1
(oprima 2nd y 1)

Oprima

Escriba L2
(oprima 2nd y 2)

Oprima ENTER

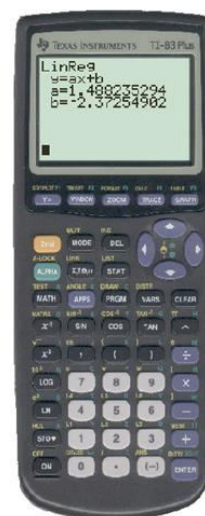
2



**Seleccione
opción 1**

El comando EDIT
permite entrar en
las listas para
crearlas o
editarlas

4



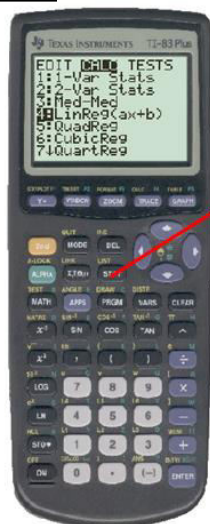
Se ha realizado una regresión
lineal de los datos en las listas
L1 y L2.

Se aprecia en la pantalla el valor
de **a** equivalente a la razón de
cambio o pendiente.

Se observa en la pantalla el
valor de **b** equivalente al
intercepto en el eje vertical.

Se ha obtenido un modelo lineal
que mejor aproxima los datos.

5



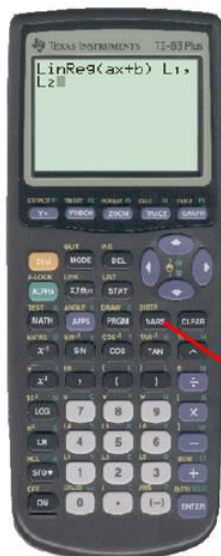
Seleccione
STAT

Seleccione
CALC

Seleccione 4

Este comando permite realizar
una **regresión lineal**
(modelo lineal que mejor
aproxima los datos)

6



Escriba L1
(oprime 2nd y 1)

Oprima ,

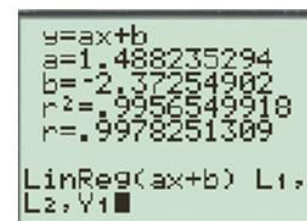
Escriba L2
(oprime 2nd y 2)

Oprima ,

Oprima VARS

7

Siga los siguientes pasos...



8

Regresión lineal...

