

GUIA DEL MAESTRO

Título: Comunidad de factores rectangulares

Autor: Prof. Ermer Díaz

Nivel: 7- 9

Conceptos principales:

Operaciones con enteros, inverso aditivo y multiplicativo, factor, perímetro, área, expresiones y ecuaciones.

Objetivo: Al finalizar la actividad el estudiante podrá representar de forma concreta las operaciones de enteros, resolución de ecuaciones y factorización de expresiones hasta de grado dos.

Objetivos Específicos:

Durante la actividad, el estudiante:

1. Representara las operaciones de enteros de manera concreta utilizando losas algebraicas.
2. Resolverá ecuaciones de grado uno utilizando losas algebraicas.
3. Utilizara losas algebraicas para representar la multiplicación de expresiones algebraicas.
4. Utilizara losas algebraicas para la factorización de expresiones algebraicas hasta grado dos.

Estándares:

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 2: ALGEBRA

El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, empleando números, letras (variables) y signos.

5.0 Utiliza símbolos, operaciones, tablas y gráficas para representar e interpretar situaciones matemáticas y del mundo real.

A.RE.7.5.1 Identifica y utiliza correctamente la terminología algebraica (variable, ecuación, inecuación, **término**, **coeficiente**, **constante**).

A.RE.7.5.2 Traduce frases lingüísticas a frases algebraicas para resolver problemas.

A.RE.7.5.3 Aplica correctamente el orden de las operaciones para evaluar expresiones algebraicas.

A.RE.7.5.4 Simplifica, interpreta y evalúa expresiones algebraicas que incluyen exponentes.

7.0 Resuelve ecuaciones lineales (de uno y dos pasos) usando tablas, gráficas y manipulaciones simbólicas.

A.MO.7.7.1 Representar situaciones matemáticas y del mundo real que utilice ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$, donde a , b , c son expresadas como fracciones, decimales o enteros.

A.RE.7.7.2 Resuelve ecuaciones lineales con coeficientes numéricos racionales utilizando métodos gráficos simbólicos con y sin tecnología.

A.PR.7.7.3 Establece conexiones entre las representaciones gráficas, tablas y símbolos a la solución única de una ecuación lineal dada.

4.0 Distingue entre los diferentes usos de las variables, los parámetros, las constantes y las ecuaciones.

A.RE.8.4.1 Describe y distingue entre los diferentes usos de las variables: como símbolos para cantidades que varían (como $7x$); como símbolos para un valor fijo y posiblemente desconocido en una ecuación (como $2x + 7 = 4$); como símbolos para todos los números en propiedades ($x + x = 2x$); como símbolos en

fórmulas (como $A = bh$) y como símbolos para parámetros (como m es la pendiente en $y = mx + b$).

A.RE.8.4.2 Identifica los términos variables y constante en una expresión lineal, en ecuaciones e inecuaciones y en sistemas de ecuaciones e inecuaciones.

A.RE.8.4.3 Identifica y distingue entre parámetros en la variable dependiente e independiente en una relación lineal (para $y = mx + b$, x y y son variables respectivamente, m , b son los parámetros).

A.RE.8.4.4 Describe y distingue entre los tipos de ecuaciones que pueden construirse al igualarse expresiones lineales, incluyendo identidades ($x + x = 2x$), ecuaciones sin soluciones ($x + 1 = x + 2$) fórmulas ($c = \pi d$) ecuaciones con solución única ($2x + 3 = 5$) y ecuaciones que relacionan dos variables ($y = 3x + 7$).

5.0 Construye, resuelve e interpreta las soluciones de ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos matemáticos y del mundo real.

A.MO.8.5.1 Construye una ecuación o inecuación lineal para modelar una situación del mundo real, usando una variedad de métodos y representaciones.

A.RE.8.5.2 Analiza y explica el razonamiento utilizando para resolver ecuaciones e inecuaciones lineales.

A.RE.8.5.3 Resuelve ecuaciones e inecuaciones lineales usando símbolos, gráficas, tablas y tecnología.

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 4: MEDICIÓN

El estudiante es capaz de utilizar sistemas, herramientas y técnicas de medición para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

15.0 Aplica los conceptos de perímetro, área de superficie y volumen para medir figuras.

M.TM.7.15.1 Investiga, establece conjeturas y aplica las fórmulas para determinar perímetro, área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides, triángulos) y el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros). Investiga y describe la relación entre las medidas de las figuras tridimensionales y las medidas de las figuras bidimensionales relacionadas.

M.TM.7.15.2 Estima y determina área de figuras irregulares planas; y el área de superficie de figuras tridimensionales descomponiendo estas figuras en figuras más sencillas.

Materiales:

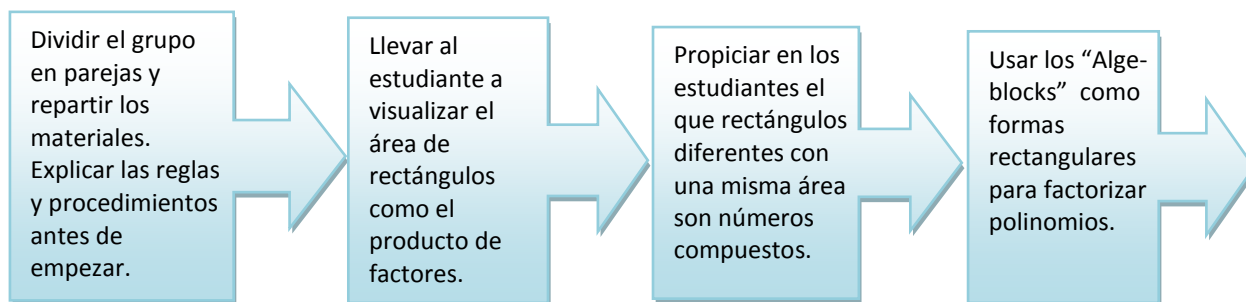
- ✓ Losas algebraicas
- ✓ Regla
- ✓ Papel cuadriculado
- ✓ Lápices de colores

Introducción:

Los “Alge-blocks” son un conjunto de fichas plásticas diseñados para que el estudiante desarrolle conceptos matemáticos, realice procedimientos y solucione problemas. Los estudiantes pueden explorar y conceptualizar varias nociones básicas de pre- álgebra y álgebra. Ellos construyen su conocimiento de lo concreto hacia lo abstracto. Con el uso del manipulativo “Losas algebraicas”, se puede conceptualizar conceptos y procesos como operaciones con números enteros, solución de ecuaciones e inecuaciones lineales, factorización y equivalencia de ecuaciones.

Los “Alge-blocks” son fichas de diferentes tamaños. Por un lado, la superficie es de color azul claro y lisa y por el otro es de color azul oscuro con líneas tangibles o ásperas al tacto. Por lo general el lado liso se identifica con el signo positivo y el otro lado con el signo negativo. Es importante enfatizar en el uso del manipulativo, las diferentes maneras de formar un cero. Un cero se construye cuando tenemos las mismas unidades positivas y negativas, mejor conocidos como los inversos aditivos.

Secuencia:



Procedimiento:

- El maestro dividirá el grupo en parejas.
- Proveer a **cada pareja** papel cuadriculado, lápices de colores, losas algebraicas (“Alge-blocks”).

Parte A: Exploración

1. El maestro pedirá a cada estudiante que dibuje en el papel cuadriculado todos los rectángulos que sean posibles con las siguientes áreas:

8 cuadrados.	21 cuadrados.
17 cuadrados.	29 cuadrados.
24 cuadrados.	

Se espera que cada estudiante pueda dibujar todas las combinaciones posibles. Esta parte de la actividad servirá de exploración para determinar los diferentes factores enteros positivos de un número.

2. Solicitar al estudiante que escriba las dimensiones de sus rectángulos (largo y ancho de cada dibujo).

Lleve a cabo una corta discusión a través de la siguientes preguntas:

- a. ¿Cuántos rectángulos pudiste dibujar de cada uno de los números dados?
- b. ¿Para qué números pudiste dibujar un sólo rectángulo?
- c. ¿Sabes cómo se llaman estos números?
- d. ¿Qué relación tienen las dimensiones de los lados de cada rectángulo con el número dado?
- e. ¿Cómo se llaman los números que forman las dimensiones de los rectángulos con respecto al número dado?

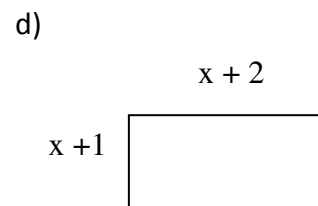
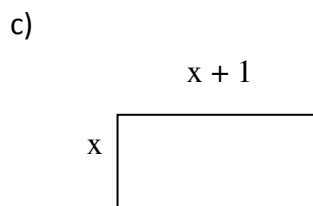
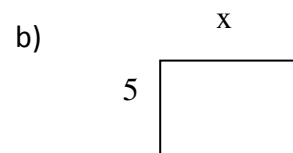
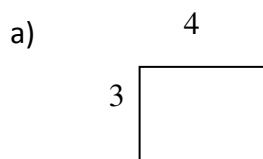
Seleccionar a varias parejas para que presenten los resultados de sus dibujos. Es importante que el estudiante pueda apreciar que las dimensiones de cada rectángulo son los factores del número representado por medio de un rectángulo.

Llevar a los estudiantes a identificar como un número compuesto, aquel del cual puedo hacer más de un rectángulo diferente, siendo las dimensiones de cada rectángulo los factores del número. Por otro lado, el estudiante los debe relacionar con números primos, aquellos números de los cuales se pudo hacer un sólo rectángulo.

Antes de continuar con la actividad **el maestro debe asegurarse que el estudiante sabe hallar los factores enteros positivos de un número natural**. Esto es requisito para poder continuar con la actividad.

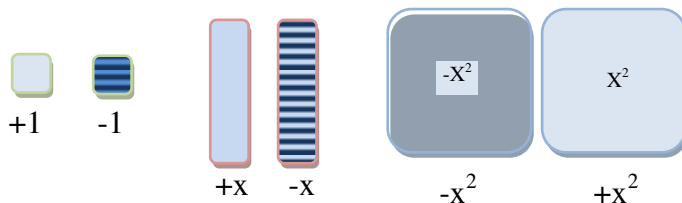
Durante esta fase el maestro observará a los estudiantes y los orientará en la solución de los problemas presentados.

Solicite a los estudiantes que halle el área de los siguientes rectángulos. Discuta con los estudiantes los resultados. Verifique y aclare cualquier duda que surja del ejercicio C y D.



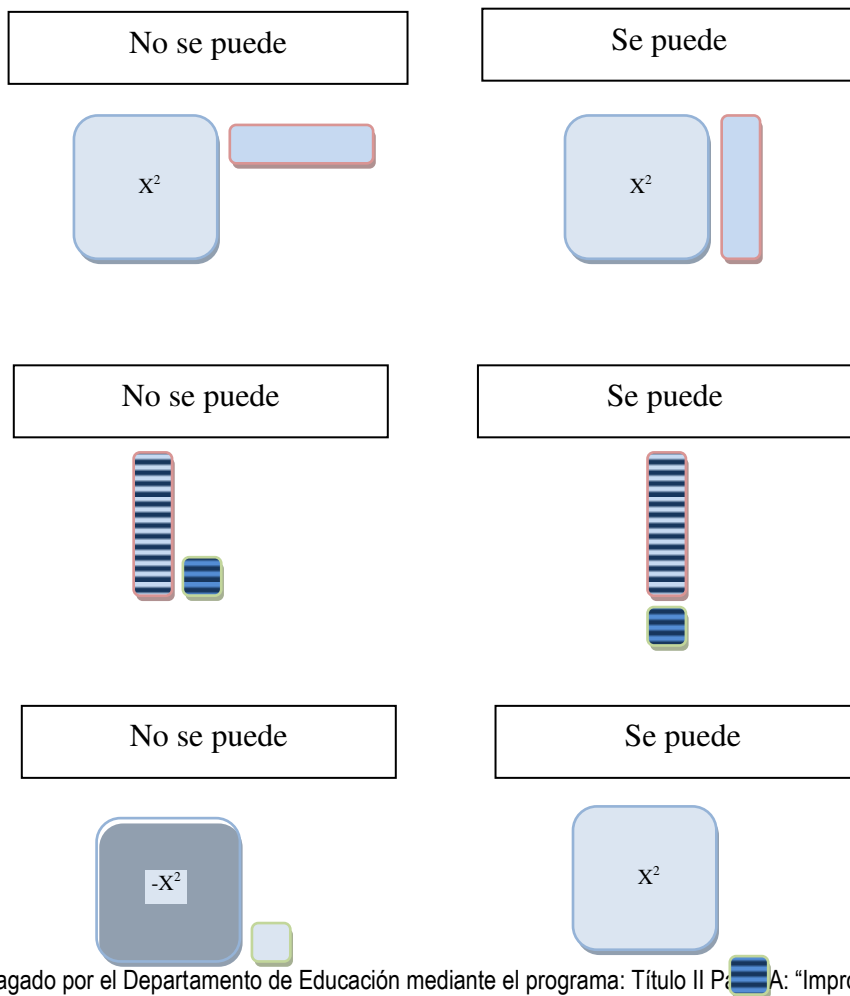
Parte B: Desarrollo

Para poder continuar la actividad es requisito introducir el uso de las losas algebraicas (“Alge-blocks”) para representar la multiplicación de polinomios hasta de grado dos. Se debe familiarizar a los estudiantes con los tipos de losas algebraicas y su definición:



A continuación se presentan algunas reglas que ayudarán en el uso de este manipulativo. Para poder colocar una losa al lado de otra debe tener la misma unidad (dimensión).

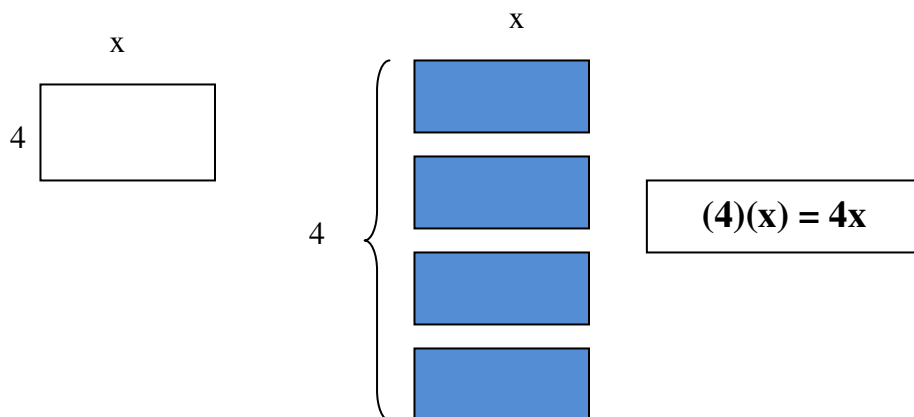
Ejemplos:



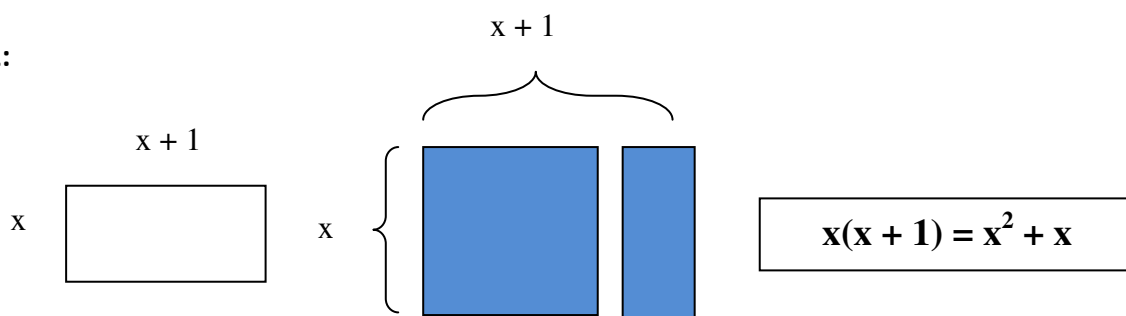
Ejemplos para hallar el producto de dos expresiones utilizando las losas algebraicas.

Representa el siguiente rectángulo con las losas algebraicas.

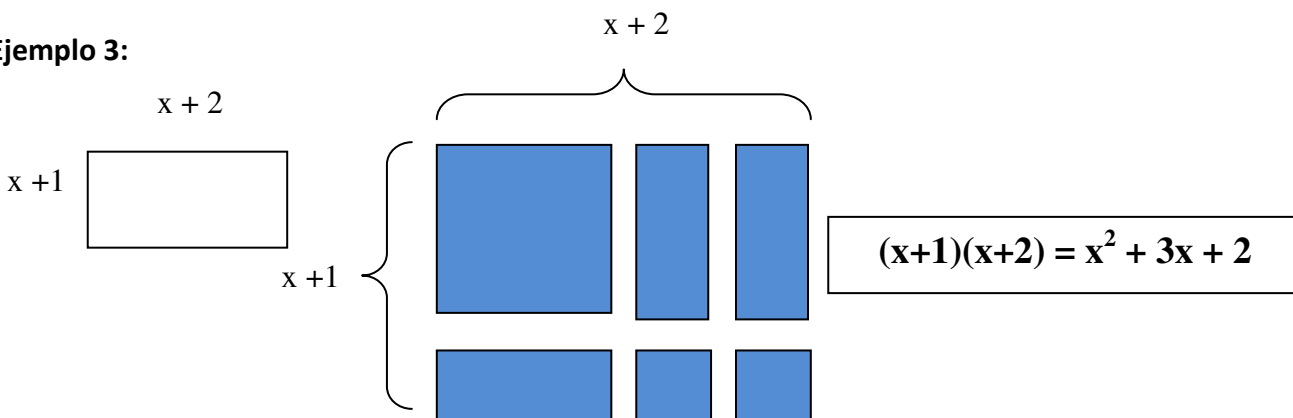
Ejemplo 1:



Ejemplo 2:



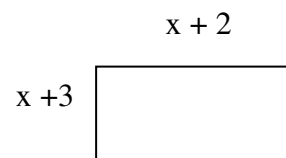
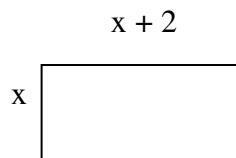
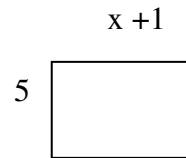
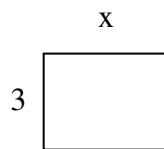
Ejemplo 3:



Es importante formar un rectángulo. Se permite añadir las losas necesarias para completar el rectángulo. Enfatice que los lados del rectángulo son los factores del polinomio equivalente al producto.

Solicite a los estudiantes que trabajen los siguientes productos.

Utiliza las losas algebraicas (“Alge-blocks”) para hallar el producto que representa el área de los siguientes rectángulos.



Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas piezas tuviste que utilizar para representar cada rectángulo?
- Escribe la expresión algebraica que representa el área de cada rectángulo.
- ¿Qué relación tienen las medidas de lados de cada rectángulo con la expresión que representa el área de cada uno de ellos?

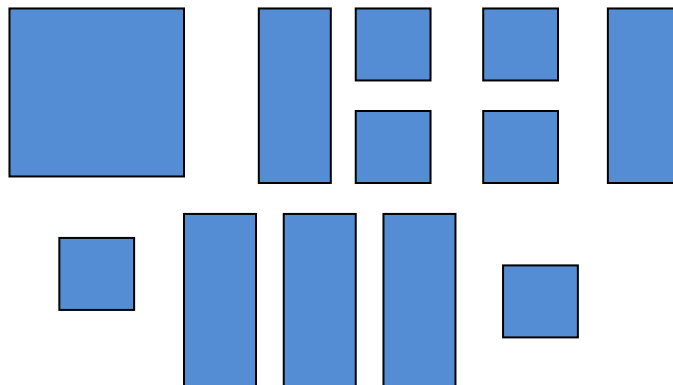
Factorización de polinomios

La Factorización es el proceso de hallar las expresiones que, al multiplicarse, su producto es la expresión dada.

Escribir el polinomio que sale de ciertas piezas del manipulativo dadas y formar rectángulos con ellas.

Solicitar al estudiante que forme un rectángulo con cierto número de piezas. El estudiante debe formar un rectángulo y debe identificar las dimensiones de los lados. Se debe concluir que las dimensiones de los lados son los factores de la expresión dada. A continuación un ejemplo.

¿Qué polinomio representan las siguientes losas algebraicas?



- ¿Puedes formar un rectángulo con estas figuras?
- ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- ¿Qué representan las dimensiones del rectángulo?

Parte C: Aplicación

Aplicar la factorización de polinomios aprendida con los “Alge-blocks”.

Solicitar a los estudiantes que utilizando las losas algebraicas (“Alge-blocks”) factoricen los siguientes polinomios:

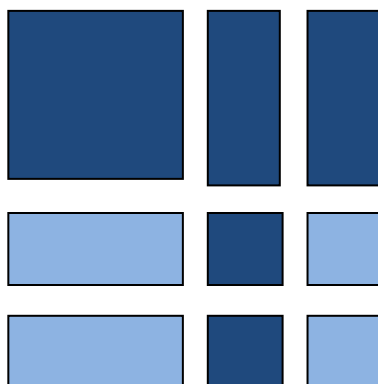
a. $x^2 + 4x + 3 =$

c. $2x^2 + 7x + 3 =$

b. $x^2 + 4x + 4 =$

d. $x^2 + 3x + 1 =$

Analizar el siguiente arreglo de losas algebraicas y contesta las siguientes preguntas.



- a) ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo formado?
- b) ¿Cuál es el producto de estas dimensiones?
- c) ¿Coincide el producto con el número y tipo de losas que forman el rectángulo? Explique.
- d) ¿Es necesario arreglar (añadir, quitar o cambiar) las losas para obtener el producto esperado? Explique.

Extensión:

- 1. Utiliza una representación gráfica para hallar el producto de $(a + b + c)(a + b + c)$.
- 2. Únete a otro compañero(a). Crea tres problemas en los cuales tu compañero(a) pueda utilizar las losas algebraicas para factorizar.

COMUNIDADA DE FACTORES RECTANGULARES

Hoja de auto cotejo

Criterio	Si	No
1. Construye diferentes polígonos con la misma área		
2. Identifica los números compuestos y primos		
3. Halla el área de diferentes rectángulos.		
4. Identifica las losas algebraicas que representan un polinomio.		
5. Construye un rectángulo con losas algebraicas.		
6. Identifica las dimensiones de un rectángulo representado con losas algebraicas.		
7. Interpreta la relación entre las dimensiones de un rectángulo y su área.		
8. Dado un polinomio en forma de losas algebraica realiza la factorización si es posible.		
9. Verifica la factorización aplicando la multiplicación de factores.		
10. Aplica el uso de losas algebraicas a situaciones más complejas.		



Hoja reflexiva (KWL)

Conocía del tema...	Hoy aprendí...	Me gustaría aprender más sobre



RECTÁNGULOS LARGOS Y ALTOS

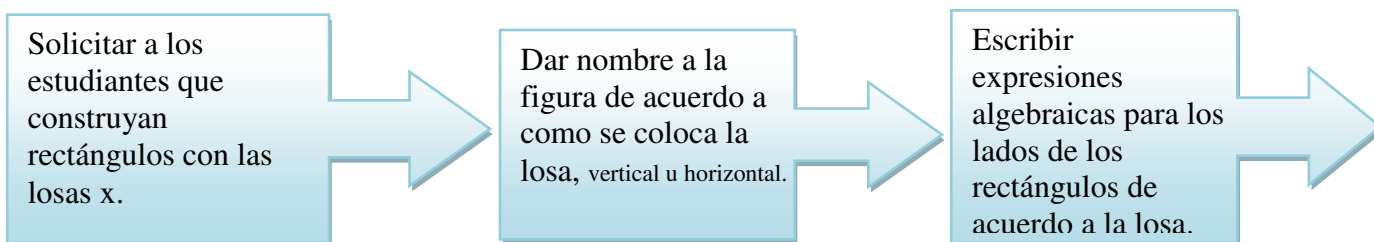
Objetivos:

- Determinar el modelo matemático que represente el perímetro de rectángulos.
- Simplificar la suma y resta de expresiones algebraicas.

Material:

- Losas Algebraicas tipo X

Secuencia:



Descripción:

Las losas algebraicas pueden utilizarse para resolver problemas de perímetro. A continuación construirás rectángulos con losas algebraicas que representan X. Cada losa algebraica tiene dimensiones de una (1) unidad por un lado y el otro una cantidad desconocida (X). En esta actividad hallarás modelos matemáticos que representen el perímetro de los rectángulos que estarás construyendo. El perímetro es la suma de las longitudes de los lados de un polígono.

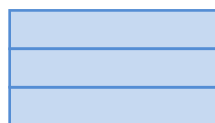
Procedimiento:

1. Construye rectángulos colocando losas algebraicas (X) hacia el lado. Este rectángulo se llamará “Rectángulo Largo”.



RECTÁNGULO LARGO

2. Construye rectángulos colocando losas algebraicas (X) hacia arriba. Este rectángulo se llamará “Rectángulo Alto”.



RECTÁNGULO ALTO

3. Cada vez que coloques una losa para formar un rectángulo “Largo” o “Alto” escribe una expresión que represente el perímetro del nuevo rectángulo largo y alto que se forma. Completa la tabla a continuación:

# Losas	Perímetro del rectángulo largo	Perímetro del rectángulo alto
1	$2x + 2$	$2x + 2$
2		
3		
4		
5		
6		

4. Conteste las siguientes preguntas.
- ¿Qué tipo de rectángulos crees que tiene mayor perímetro, el largo o el alto?
¿Por qué?
 - Si $x = 3\text{cm}$, ¿cuál es el perímetro del rectángulo largo y alto cuando tienen 10 losas cada uno?
 - ¿Existe algún caso que ambos tengan el mismo perímetro? Explica.
 - ¿Cuáles son las ventajas de utilizar una expresión algebraica en vez de utilizar una tabla para mostrar cómo cambia el perímetro a medida que aumentas el número de losas?