

## GUÍA DEL MAESTRO

<b>Título</b>	:	<b>LOS NÚMEROS REALES</b>
<b>Autor</b>	:	Dr. Edwin Morera González
<b>Materia</b>	:	Matemáticas
<b>Nivel</b>	:	Esta actividad está desarrollada para el nivel 7-9.
<b>Concepto Principal</b>	:	Números Reales
<b>Conceptos Secundarios</b>	:	Números racionales e irracionales

**Conocimiento previo:** Conocer los conjuntos de números racionales e irracionales. Suma, resta, multiplicación y división de números racionales e irracionales. Estar familiarizado con las leyes de los exponentes y la notación científica.

**Objetivos específicos:** Al finalizar la actividad los participantes:

1. Definirán los siguientes conjuntos numéricos:
  - a. Números racionales
  - b. Números irracionales
2. Distinguirán entre número racional e irracional.
3. Reconocerán que todo número racional se puede representar como un decimal finito o periódico.
4. Reconocerán que todo número irracional se puede representar como un decimal infinito no periódico.
5. Simplificarán fracciones utilizando la calculadora gráfica.
6. Utilizarán la calculadora gráfica para efectuar operaciones con números racionales.
7. Utilizarán las leyes de los exponentes para simplificar expresiones que involucran potencias.
8. Utilizarán la calculadora gráfica para escribir un número en notación científica.
9. Utilizarán la calculadora gráfica para efectuar operaciones con números escritos en notación científica.
10. Simplificarán raíces cuadradas.
11. Efectuarán operaciones con raíces cuadradas.
12. Racionalizarán el denominador que tiene una raíz cuadrada.
13. Identificarán una o más razones que representen una comparación dada.
14. Expresarán razones usando la notación apropiada ( $\frac{a}{b}$ ,  $a:b$ ,  $a \underline{a} b$ ).
15. Describirán una proporción como dos razones equivalentes.

### Estándares, Expectativas e Indicadores por Grado:

#### ESTÁNDAR DE CONTENIDO 1: NUMERACIÓN Y OPERACIÓN

El estudiante es capaz de entender los procesos y conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos.

#### Séptimo

#### 1.0 Comprende el significado de los números racionales, sus operaciones y los expresa en múltiples formas

**N.SN.7.1.1** Reconoce que todo número racional es un decimal periódico infinito y convierte decimales finitos a fracciones.





N.SN.7.1.2 Interpreta potencias positivas enteras como multiplicación repetida y potencias enteras negativas como división repetida o multiplicación como inverso multiplicativo.

N.SN.7.1.3 Expresa exponentes enteros negativos como fracción.

N.SN.7.1.4 Determina (sin calculadora) entre qué dos enteros se encuentra la raíz de un entero que no es un cuadrado perfecto y explica por qué.

N.SN.7.1.5 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas.

N.SN.7.1.6 Lee, escribe y compara números racionales en notación científica utilizando potencias de 10 con exponentes enteros (positivos y negativos) e interpreta las aplicaciones de la notación científica en contextos variados incluyendo formatos en instrumentos tecnológicos.

## 2.0 Modela las operaciones, realiza cálculos con fluidez y resuelve problemas con números enteros

N.SO.7.2.1 Modela la suma, resta, multiplicación y división con números enteros, describe las relaciones entre estas operaciones y aplica el orden de operaciones.

N.OE.7.2.2 Realiza cálculos con fluidez con los números enteros, incluyendo las raíces de cuadrados perfectos y cubos perfectos.

N.OE.7.2.3 Representa y soluciona problemas matemáticos y de la vida real que involucre los números enteros.

N.OE.7.2.4 Estima y juzga la razonabilidad de los resultados que involucran las operaciones con enteros.

## 3.0 Realiza cálculos con fluidez con números racionales expresados en forma decimal y fraccionaria y resuelve problemas

N.OE.7.3.1 Realiza cálculos con fluidez con los números racionales (enteros, fracciones y decimales positivos y negativos) y aplica el orden de operaciones.  
o Descubre y aplica las relaciones caracterizadas por:  $a - b = a + (-b)$ ;  $a \div b = a \times \frac{1}{b}$

N.OE.7.3.2 Representa y soluciona problemas matemáticos y de la vida real que involucre los números racionales.

N.OE.7.3.3 Estima y juzga la razonabilidad de los resultados que involucran las operaciones con números racionales.

N.OE.7.3.4 Simplifica potencias con bases racionales y exponentes enteros.

N.OE.7.3.5 Relaciona una potencia y la extracción de la raíz de un cuadrado perfecto. Identifica, calcula y utiliza la raíz de cuadrados perfectos, cubos perfectos.

## 4.0 Resuelve problemas relacionados con razones, proporciones y porcentajes.

N.SN.7.4.1 Identifica una o más razones que representen una comparación dada y expresa las razones usando distintas notaciones ( $ba$ ;  $a \underline{a} b$ ;  $a \underline{a} b$ ).

N.SN.7.4.2 Interpreta y utiliza razones en diferentes contextos para mostrar las relaciones de dos cantidades usando la notación apropiada ( $a/b$ ,  $a:b$ ).

N.SN.7.4.3 Describe una proporción como dos razones equivalentes, escribe y resuelve una proporción al solucionar problemas que se relacionen con factores de conversión de escalas y medidas, por cientos y probabilidades.

N.OE.7.4.4 Representa, estima y resuelve problemas que involucran razones, proporciones o porcentajes (incluyendo porcentajes menores que 1 y mayores que 100).

### Octavo

## 1.0 Describe los números reales como el conjunto de todos los números decimales y utiliza la notación científica, la estimación y las propiedades de las operaciones para representar y resolver problemas que involucren números reales.





- N.SN.8.1.1 Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales.
- N.SN.8.1.2 Reconoce que representaciones como  $\pi$ , 2 y otros números irracionales son decimales infinitos, no-periódicos.
- N.SN.8.1.4 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números reales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas.
- N.SN.8.1.5 Distingue entre números racionales e irracionales.
- N.SN.8.1.6 Utiliza las leyes de exponentes para simplificar expresiones.
- N.SN.8.1.7 Utiliza técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.

### Trasfondo:

*“El concepto número es la distinción evidente entre la bestia y el hombre. Gracias a un número, el grito se transforma en canto, el ruido adquiere ritmo, la primavera se transforma en un baile, la fuerza se convierte en dinámica, y se delinean las figuras”, Joseph de Maistre, filósofo francés del siglo XIX.*

Los números naturales y los cardinales no son suficientes para las necesidades de la vida diaria. Necesitamos medir temperaturas bajo cero, pérdida de yardas en juegos de fútbol, pérdidas financieras en el mercado de valores. ¡Necesitamos **Números negativos**! ¿Quién y cuándo los inventó y los usó? He aquí una respuesta parcial.

- **China:** Los números negativos se usaron desde el siglo I. En sus tablas de cálculo, las barras negras representaban los números negativos y las rojas los positivos.
- **India:** Los matemáticos indios de los siglos VI y VII usaban los números negativos. Por ejemplo, Bramagupta (siglo VII) enseñaba la forma de realizar sumas y restas de bienes, deudas e inexistencias, *“una deuda rebajada de la nada se convierte en un bien; un bien rebajado de la nada se transforma en una deuda”*.
- **Italia:** Los números negativos se usaron a finales del siglo XV como soluciones para las ecuaciones. Por ejemplo, los escritos del matemático italiano Girolamo Cardano (1501 – 1576) incluían números negativos.
- **Francia:** A diferencia de Cardano, el matemático francés François Viète (1540 – 1603) sólo dio las soluciones positivas como solución a las ecuaciones.

Pero la historia no termina allí. Dividir un entero por otro, distinto a cero, da lugar a un nuevo número, un número **racional**. Estos números (a los que también llamamos fracciones) pueden también escribirse como decimales. Podríamos imaginar que el viaje numérico termina en los números racionales. Sin embargo, los Pitagóricos, una sociedad secreta de estudiosos de la antigua Grecia (aproximadamente 540 – 500 a.C.) realizaron un descubrimiento sorprendente: los números irracionales ( $\sqrt{2}$  y  $\pi$  son irracionales). Estos números desafiaron sus conocimientos acerca de las propiedades de los números, porque no pueden escribirse como la razón de números naturales. Nosotros usamos los racionales y los irracionales en un conjunto nuevo de números, llamados números **reales**.

### Glosario:

- **Números racionales:**  $\{ \frac{a}{b} | a, b \text{ son números enteros con } b \neq 0 \}$
- **Números irracionales:** el conjunto de todos los números de la recta numérica que NO son racionales.
- **Números reales:** es la unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales.





- **Subconjunto propio:**  $B \subset A$  si y sólo si  $\forall b \in B \Rightarrow b \in A$  y  $\exists a \in A$  tal que  $a \notin B$ . Esto es,  $B$  es subconjunto propio de  $A$  si y sólo si todo elemento de  $B$  es elemento de  $A$  y existe por lo menos un elemento de  $A$  que no pertenece a  $B$ .
- **Intersección de conjuntos:**  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ y } x \in B\}$
- **Unión de conjuntos:**  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ o } x \in B\}$
- **Fracción en su forma más simple:** Si  $a$  y  $b$  son enteros positivos, entonces  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{-a}{b}$  se dice que está en su **forma estándar**. Una fracción está en su **forma más simple** si esta en forma estándar y el máximo común divisor entre  $a$  y  $b$  es 1.
- **Raíz cuadrada principal:** sea  $a \geq 0$  la **raíz cuadrada principal** de  $a$ , denotada por  $\sqrt{a}$ , es un número real  $b \geq 0$  tal que  $\sqrt{a} = b$  si y solo si  $b^2 = a$ .
- **Raíz n-ésima:** Para un número natural  $n$ , y  $a$  y  $b$  números reales:  $a$  es una raíz  $n$ -ésima de  $b$  si,  $a^n = b$ . Por ejemplo, 3 y -3 son una raíz cuarta de 81, pues  $3^4 = 81$  y  $(-3)^4 = 81$ .
- **Teorema de Pitágoras:** un triángulo es rectángulo si y solo si la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

### Materiales y equipo:

1. papelotes
2. marcadores
3. cinta adhesiva
4. calculadoras gráficas TI-84 Plus
5. computadora
6. proyector digital (Infocus)

### Proceso Educativo:

#### I. Pre y Pos prueba

1. Se evaluará el conocimiento de los participantes antes de la capacitación con la Preprueba y el conocimiento después con la Posprueba (documentos adjuntos).

#### II. Assessment Continuo

1. Obviamente la preprueba y la posprueba son parte del assessment de la capacitación. Es la primera ayuda al capacitador para tomar decisiones acerca del conocimiento que tiene el participante del tema y de las próximas actividades que llevará a cabo. Mientras la posprueba ayuda al capacitador a tomar decisiones de la necesidad de re enseñanza en próximas capacitaciones.
2. Las hojas de trabajo, el capacitador las utilizará como assessment. Los participantes estarán cotejando su aprendizaje en la medida que se discutan las mismas en grupo grande. Además, el capacitador las corrige y las utilizarlas para tomar decisiones.





3. Durante todas las actividades el capacitador estará haciendo observaciones mientras se mueve entre las parejas, cuando los participantes discuten con su pareja y cuando presentan sus respuestas a las preguntas. Esto le permite hacer conclusiones del aprendizaje de éstos y los próximos pasos a seguir.

### III. Inicio: *Explorando las concepciones previas*

1. La actividad está diseñada para indagar el conocimiento que tienen los participantes acerca del conjunto de los números reales y sus subconjuntos, sus propiedades y las leyes de los exponentes.
  - i. Se dividen los maestros en cuatro grupos y se entrega la **Hoja de Trabajo 1** (HT1).
  - ii. Se le pide que contesten las preguntas de la HT1 individualmente. Luego discuten sus contestaciones con el grupo y llegan a consenso.
  - iii. Cada grupo presenta sus contestaciones en grupo grande. El capacitador y los participantes no pasarán juicio de las contestaciones. El capacitador estará observando las contestaciones e identificará concepciones erróneas, si las hay, para luego a través de la capacitación hacer énfasis en las mismas y corregirlas. En el cierre de la capacitación los participantes volverán a revisar la HT1 y harán los arreglos pertinentes. De esta forma tendrán la oportunidad de percatarse de los posibles errores y corregirlos, mientras el capacitador tendrá un assessment final.

### IV. Desarrollo:

#### *Actividad 1*

1. El capacitador escribe en la pizarra los siguientes conjuntos de números: reales, enteros, racionales, cardinales e irracionales y le pide a los participantes que hagan un diagrama en donde describan la relación que entre ellos. El capacitador discute con los participantes las diferentes relaciones que hay entre los conjuntos numéricos ( $\text{Naturales} \subset \text{Cardinales} \subset \text{Enteros} \subset \text{Racionales} \subset \text{Reales}$ ;  $\text{Irracionales} \subset \text{Reales}$ ;  $\text{Racionales} \cup \text{Irracionales} = \text{Reales}$ ;  $\text{Racionales} \cap \text{Irracionales} = \emptyset$ ).
2. Luego de la discusión llegan a las siguientes definiciones:
  - Números racionales –  $\{ \frac{a}{b} | a, b \text{ son números enteros con } b \neq 0 \}$
  - Números irracionales – el conjunto de todos los números de la recta numérica que NO son racionales.
  - Números reales – es la unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales.
  - Subconjunto propio –  $B \subset A$  si y solo si  $b \in B \Rightarrow b \in A$  y  $\exists a \in A$  tal que  $a \notin B$ .
  - Intersección de conjuntos –  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ y } x \in B\}$
  - Unión de conjuntos –  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ o } x \in B\}$ .

**Actividad 2**

3. El capacitador discute con los participantes las cuatro operaciones básicas en los racionales utilizando la calculadora. Es importante que el capacitador explique las calculadoras TI tienen dos sistemas operativos y que en el más reciente se pueden escribir las fracciones de la forma común,  $\frac{2}{3}$ , pero si la calculadora tiene el sistema operativo anterior la tienen que escribir utilizando la operación división,  $2/3$ . El capacitador explica cómo simplificar, sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones con la calculadora utilizando los siguientes ejercicios:

i.  $\frac{40}{140}, \frac{195}{210}, \frac{374}{418}$ . El capacitador aprovecha la oportunidad para definir fracción en su forma más simple (la definición está en el glosario).

ii.  $\frac{12}{15} + \frac{7}{9} - \frac{18}{45} =$

iii.  $\left(\frac{50}{8} \div \frac{15}{16}\right) \cdot \frac{2}{5} =$

iv.  $\frac{\frac{2}{3} - 1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}} =$

**Actividad 3**

4. El capacitador entrega la **Hoja de Trabajo 2** (HT2) y discute las instrucciones con los participantes. Luego de 20 minutos se discuten las propiedades de los exponentes con los participantes y luego se discuten los ejercicios. El capacitador debe enfatizar en que  $0^0$  no está definido y que el  $-2^2 = -4$  y  $(-2)^2 = 4$  (En la capacitación anterior se había discutido, hay que retomarlo).

**Actividad 4****Nota**

El trabajo científico a menudo implica el uso de cantidades muy grandes o muy pequeñas. Por ejemplo, una célula promedio contiene alrededor de 200,000,000,000,000 moléculas, y el diámetro de un electrón es de alrededor de 0.000 000 000 000 4 centímetros. Esto por lo general causa problemas al escribir y trabajar con cantidades de este tipo en forma estándar.

5. El capacitador comienza estableciendo la necesidad de escribir los números muy grandes o muy pequeños de una forma alterna. El capacitador define que un número esté expresado en notación científica, **decimos que un número está en notación científica si está expresado como el producto de un número entre 1 y 10, inclusive el 1, con una potencia entera de 10, esto es,  $a \times 10^n$  donde  $1 \leq a < 10$  y  $n$  es un entero,  $a$  en forma decimal.**



6. El capacitador presenta los siguientes ejemplos y muestra cómo se llevan a cabo en la calculadora gráfica:

i.  $7 = 7 \times 10^0$

ii.  $720 = 7.2 \times 10^2$

iii.  $6,430 = 6.43 \times 10^3$

iv.  $20,000,000,000 = 2 \times 10^{10}$

v.  $0.7 = 7 \times 10^{-1}$

vi.  $0.0072 = 7.2 \times 10^{-3}$

vii.  $0.000\ 000\ 000\ 4 = 4 \times 10^{-10}$

viii. 
$$\frac{8,162,100,000,000}{0.000\ 000\ 000\ 000\ 0371} = \frac{8.162 \times 10^{12}}{3.71 \times 10^{-16}} = 2.2 \times 10^{28}$$

ix. 
$$\frac{0.000\ 000\ 000\ 321138}{62,600,000,000} = \frac{3.21138 \times 10^{-10}}{6.26 \times 10^{10}} = 5.23 \times 10^{-20}$$

7. El capacitador reparte la **Hoja de Trabajo 3** (HT3), explica las instrucciones. Luego de 20 minutos se discuten los ejercicios.

### Actividad 5

#### **Perspectiva Histórica**

Es poco lo que se conoce de Pitágoras, excepto que fue el líder de una sociedad secreta o escuela fundada en el siglo 6 antes de cristo. Este grupo, conocido como los Pitagóricos, consideraba una falta de alguno de sus miembros si reclamaba cualquier descubrimiento para él. Por tal razón, cada nueva idea fue atribuida a su fundador, Pitágoras. Esto fue más que una escuela; fue filosofía, una religión y en cierto sentido una forma de vida. Este grupo investigó sobre música, astronomía, geometría y las propiedades de los números. Debido a su estricta secretividad, mucho de lo que conocemos sobre ellos es legenda, y es difícil decir que trabajo se atribuye al grupo o a su líder, Pitágoras. Cada mañana, cada miembro de los Pitagóricos tenía que reflexionar sobre tres preguntas:

1. ¿Qué cosas buenas he hecho?
2. ¿En qué he fallado?
3. ¿Qué no he hecho que debería haber hecho?

**Sacado de K. J. Smith, *MATHEMATICS ITS POWER AND UTILITY*, p.103.**





8. El capacitador comienza discutiendo el Teorema de Pitágoras y lo utiliza para mostrar la existencia de  $\sqrt{2}$  en la recta numérica. Luego demuestra que  $\sqrt{2}$  no es un número racional y define el conjunto de los números irracionales (ver Glosario).

Suponer que  $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ , donde el  $\text{MCD}(a,b)=1$ ; por lo tanto

$$2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow 2b^2 = a^2 \Rightarrow a \text{ es divisible entre } 2 \Rightarrow \text{existe } k \text{ entero tal que } a = 2k \Rightarrow b^2 = 2k^2$$

$\Rightarrow b$  es divisible entre 2.

Lo cual contradice que el  $\text{MCD}(a,b)=1$  por tal razón  $\sqrt{2}$  no es un número racional.

9. El capacitador comienza preguntando ¿-2 es una raíz cuadrada de 4?, ¿por qué? Luego define la *raíz cuadrada principal* de un número real (ver glosario), es importante enfatizar que todo número real positivo tiene una raíz cuadrada positiva y otra negativa, por ejemplo 4 tiene dos raíces cuadradas, 2 y -2, pero cuando se usa el símbolo  $\sqrt{\phantom{x}}$  se refiere a la raíz cuadrada principal. En ocasiones se indica que  $\sqrt{4} = -2$  pues  $(-2)^2 = 4$ , es cierto que  $(-2)^2 = 4$  pero por **definición** la  $\sqrt{4} = 2$ , la *raíz principal*.

#### Recuerde

Número de raíces reales n-ésimas de un número real b

	<i>n par</i>	<i>n impar</i>
<i>b</i> positivo	Dos raíces reales n-ésimas  -3 y 3 son raíces cuartas de 81	Una raíz real n-ésima  2 es la única raíz cúbica de 8
<i>b</i> negativo	Raíces n-ésimas <b>no reales</b>  -9 <b>no</b> tiene raíces cuadradas reales	Una raíz real n-ésima  -2 es la única raíz cúbica de -8

10. En este momento el capacitador debe enfatizar lo importante que son las definiciones en el estudio de las matemáticas. Luego muestra cómo simplificar, sumar, restar, multiplicar, dividir y racionalizar el denominador de números racionales a través de los siguientes ejercicios:

**Nota:** El capacitador aprovecha la oportunidad para discutir las siguientes propiedades:

i.  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ , *a y b números reales con  $a \geq 0$  y  $b \geq 0$ .*

ii.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ , *números reales con  $a \geq 0$  y  $b > 0$ .*



- i.  $\sqrt{8}; \sqrt{50}; \sqrt{48}; 5\sqrt{12}$
- ii.  $3\sqrt{8} + \sqrt{50} - \sqrt{32}; \sqrt{48} + 5\sqrt{12}$
- iii.  $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{8}} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} =$ ,
- iv. Racionalizar el denominador de los siguientes:  $\frac{2}{\sqrt{7}}; \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}; \frac{-3}{2+\sqrt{5}}; \frac{5+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

11. Se reparte la **Hoja de Trabajo 4** (HT4) y se discuten las instrucciones. En esta actividad los participantes resolverán ejercicios que involucran operaciones con números racionales e irracionales. Luego de 15 minutos se discuten en grupo grande. El capacitador discutirá cada ejercicio con los participantes, enfatizando la parte III, y aclarará las dudas que surjan. Es importante que se enfatice **la relación entre los números racionales e irracionales y los decimales**.

12.

**Perspectiva Histórica**

El primer estudio de las razones y proporciones data de los Pitagóricos. Al principio, las proporciones estaban conceptualizadas como magnitudes geométricas. Una razón no es nada más que una fracción, por tal razón actualmente las escribimos como  $a/b$  o  $\frac{a}{b}$ , históricamente fue escrito como  $a:b$ . Los Griegos usaron la idea que cuatro cantidades son una proporción,  $a:b = c:d$ , si las dos razones  $a:b$  y  $c:d$  son iguales. Una de las más importantes fuentes de este periodo es los 13 volúmenes de la obra maestra del pensamiento matemático atribuida a Euclides, un profesor matemática del Museum de Alexandria. En el Libro V de su trabajo *Los Elementos*, Euclides establece la propiedad de las proporciones.

Sacado de K. J. Smith, *MATHEMATICS ITS POWER AND UTILITY*, p.103.

**Actividad 6**

13. El capacitador presenta los conceptos *Razón y Proporción* y le pide los participantes que los discutan en parejas. Luego de 10 minutos se discute los conceptos y se llega a definiciones equivalentes a las siguientes:

- i. Una *razón* expresa el tamaño de la relación entre dos conjuntos y se define como el cociente entre dos números. El capacitador debe enfatizar la idea que la razón puede ser escrita como una fracción (o como el cociente de dos números), como las fracciones se pueden simplificar, las razones también.
- ii. Una *proporción* es una ecuación que afirma que dos razones son iguales,  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ .

14. Se reparte la **Hoja de Trabajo 5** (HT5) y se discuten las instrucciones. En esta actividad los participantes individualmente resolverán ejercicios relacionados con las razones y las proporciones.



ALACiMa²

Luego de 20 minutos, el capacitador discutirá cada ejercicio con los participantes y aclarará las dudas que surjan.

## **V. CIERRE**

1. Retomar los papelotes utilizados en el inicio para reflexionar acerca de los aprendizajes en la capacitación (*assessment* final). Se le permite a los participantes que vuelvan a la HT1 y hagan los cambios que sean pertinentes. Se discute con los participantes los cambios propuestos y la razón por qué los hicieron.
2. Administrar la posprueba para luego discutirla con los maestros participantes.

## **Bibliografía:**

Bello, Ignacio (2009). *Matemáticas Básicas Universitarias*. McGraw-Hill, México.

Bennett, Jeffrey y Briggs, William (2011). *Using & Understanding Mathematics: A Quantitative Reasoning Approach 5<sup>th</sup> edition*. Addison-Wesley, Boston.

Departamento de Educación (2003). *Currículo del Programa de Matemática*.

Departamento de Educación (2011). *Estándares de Contenido y Expectativas de Grado: Programa de Matemáticas*.

Miller, Charles D., Heeren, Vern E. y Hornsby, John (2001). *Mathematical Ideas*. Addison Wesley, USA.

Smith, Karl J. (2000). *Mathematics Its Power and Utility, sixth edition*. Brooks/Cole, USA.

