

Guía del Maestro

Título: De lo tridimensional a lo plano

Nivel: 4-6

Autor: Prof. Wanda I. Rodríguez Torres

Concepto principal: Percepción espacial, transformaciones y simetría

Conocimiento previo: Figuras planas y del espacio (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo, cubo, pirámides y prisma rectangular), vértices, caras, lados

Objetivos específicos:

Durante la actividad, el estudiante, tendrá la oportunidad de pasar por las siguientes experiencias de aprendizaje:

- 1) Dibujar figuras tridimensionales en papel isométrico.
- 2) Construir figuras con cubos conectores y dibujarlas desde diferentes perspectivas en papel isométrico, papel cuadriculado o papel en blanco.
- 3) Distinguir una figura desde diferentes ángulos en un dibujo (desde un lado, desde arriba o de frente), dependiendo de la perspectiva.
- 4) Explorar con el manipulativo MIRA.
- 5) Determinar ejes de simetría en diferentes figuras usando la MIRA y sin ella.
- 6) Completar figuras usando la MIRA como medio para introducir lo que es una reflexión.
- 7) Efectuar reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras utilizando la MIRA.
- 8) Localizar puntos en el plano y trazar figuras usando éstos como sus vértices.
- 9) Efectuar transformaciones de figuras en el plano a partir de sus coordenadas originales y el tipo de transformación dada: reflexión, traslación o rotación.

Estándares y Expectativas del Grado

ESTÁNDAR DE CONTENIDO 3: GEOMETRÍA

El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.

CUARTO GRADO

7.0 Utiliza el plano cartesiano para representar e identificar puntos, líneas y figuras simples.

G.FG.4.7.1 Identifica y representa las coordenadas de pares ordenados en el primer cuadrante.

G.LR.4.7.2 Representa las figuras geométricas en un plano cartesiano (primer cuadrante) de acuerdo con sus propiedades.

8.0 Identifica, compara y analiza atributos de las figuras bidimensionales y tridimensionales y describe las mismas en forma oral y escrita.

G.TS.4.8.5 Identifica figuras simétricas y traza sus ejes de simetría.

G.TS.4.8.6 Identifica la imagen resultante de una transformación como traslación, rotación y reflexión.

QUINTO GRADO

8.0 Identifica, compara y analiza atributos de las figuras bidimensionales y tridimensionales y describe las mismas en forma oral y escrita.

G.TS.5.8.2 Identifica ejes de simetría de figuras planas, transformaciones (rotación, traslación, reflexión) utilizando modelos concretos y en plano cartesiano (primer cuadrante).

SEXTO GRADO

8.0 Representa las figuras geométricas a partir de sus expresiones verbales, sus medidas y sus propiedades (por medio de dibujos, figuras en cuadrículas o modelos).

G.LR.6.8.4 Dibuja cuadriláteros y triángulos en el plano cartesiano a partir de información provista e identifica los vértices con sus pares ordenados.

- Dibuja figuras bidimensionales a partir de información provista en una hoja de dibujo o en papel cuadriculado.

11.0 Identifica y describe simetría rotacional en diseños y formas bidimensionales y tridimensionales.

G.TS.6.11.1 Identifica y describe el eje o los ejes de simetría.

12.0 Construye transformaciones con figuras geométricas.

G.LR.6.12.1 Representa e identifica coordenadas de puntos en el plano cartesiano (en los cuatro cuadrantes) cuyas coordenadas sean números enteros.

G.TS.6.12.2 Identifica y construye transformaciones con figuras planas: rotación, traslación, reflexión.

Materiales:

Figuras tridimensionales
Papel de maquina
Papel isométrico
Papel cuadriculado
Reglas (12 plgs.)
Lápices de colores
Cubos conectores
Miras

Trasfondo:

La enseñanza de matemáticas incluye destrezas de percepción espacial y geometría, en adición a los procesos aritméticos con los que usualmente distinguen a esta materia. Tradicionalmente los conceptos geométricos que se desarrollan en la sala de clases se limitan a la identificación de figuras planas y sus partes, quedándose cortos en cuanto a la visualización de las figuras en el mundo que nos rodea. El primer contacto que el niño tiene con las figuras es en su ambiente que es tridimensional y es a partir de éstas que se deben desarrollar los conceptos geométricos hasta llegar a lo plano. Este proceso permite el desarrollo de destrezas de percepción espacial, que traen consigo un sinnúmero de otras destrezas importantes para el desarrollo motor, cognoscitivo y psicológico del niño.

La mayor dificultad en las personas es poder visualizar y dibujar una figura tridimensional en papel. Sin embargo el desarrollo de esta capacidad es fundamental para que el individuo adquiera percepción espacial y perspectiva.

Cuando se estudia sobre el aprendizaje del niño hay que considerar la importancia del cerebro en dicho aprendizaje. El cerebro es un órgano que controla las emociones, el pensamiento, la percepción, los estados de ánimo y la conducta los seres humanos. Como sabemos el cerebro consiste de dos hemisferios: izquierdo y derecho, y cada uno está asociado con diferentes destrezas que los individuos poseen. El hemisferio izquierdo está asociado a la lógica, el análisis, conocimiento de lo abstracto, de lo cuantitativo, entre otras. Estas son destrezas asociadas al razonamiento matemático en los individuos. En las personas con habilidades matemáticas, el hemisferio izquierdo es el predominante. Sin embargo es en el hemisferio derecho que se encuentran las destrezas de visualización espacial y perspectiva. Como educadores tenemos la responsabilidad de activar en los estudiantes ambos hemisferios para que puedan desarrollar con éxito las diferentes destrezas necesarias para la vida. Como matemáticos, estamos obligados a que los estudiantes desarrollen también sus habilidades espaciales.

INICIO

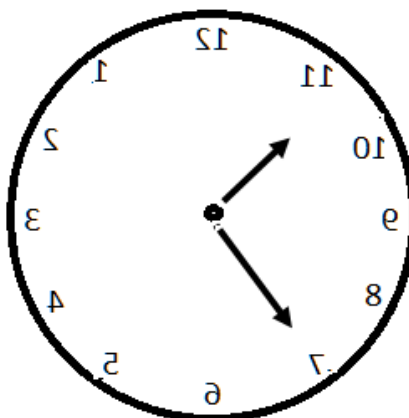
A. Administrar pre- prueba.

B. Actividad de inicio: ***Gimnasia para el cerebro***

- 1) Solicitar que dos niños vayan a la pizarra para hacer un juego de competencia. Entréguele a cada uno dos tizas o marcadores.
- 2) Solicite que tomen las tizas o marcadores con ambas manos y que escriban los números del 1 al 10 en forma de columna con las dos manos a la vez, tan pronto usted les indique.
- 3) Una vez usted de la instrucción de comenzar, pídale al resto del grupo que observe. Cuando uno de ellos haya terminado, el juego termina.
- 4) Pídale ahora que hagan los números del 1 al 10 pero solo con la mano con la cual ellos NO ESCRIBEN.
- 5) Proceda a discutir y analizar lo que sucedió con todo el grupo. Para guiar la discusión haga preguntas a los niños participantes acerca de:
 - a. ¿Cómo se sintieron?
 - b. ¿Qué fue lo que más trabajo que les dio?
 - c. ¿Qué fue lo más fácil?
 - d. ¿Qué fue más fácil, hacer los números con ambas manos o con una sola aunque fuera la que ellos no usan normalmente?
- 6) Luego discuta con ellos cómo el mundo en el que vivimos está hecho a lo derecho y las dificultades que deben superar los izquierdos para adaptarse. Si es necesario haga otra actividad con otros dos niños pero en esta ocasión solicite que hagan un dibujo de una flor o de cualquier otra figura con ambas manos.

(NOTA: Es más fácil escribir para los derechos porque empujan el lápiz para hacer las letras, números u otros símbolos. Mientras que el zurdo tiene que arrastrar el lápiz con la mano izquierda en contra del movimiento natural del brazo. Pídales a los estudiantes que traten de escribir hacia la izquierda en lugar de a la derecha. Si hay estudiantes zurdos en el salón permita que éstos hagan lo mismo y compartan su experiencia.)

- 7) Como última actividad, dibuje este reloj en la pizarra o muestre una copia del mismo y solicite que algún estudiante lea la hora:




8) Discuta con ellos las dificultades que enfrentaron para poder leer la hora.

Puede aprovechar para discutir brevemente lo importante que es la orientación que asumen figuras, letras, números, etc., en el espacio.

NOTA: Para la capacitación de maestros

Puede ser importante discutir un poco sobre los modos de pensamiento del ser humano y las habilidades asociadas a éstos como consecuencia del hemisferio predominante del cerebro que uno posea. También sería bueno compartir con los maestros sobre el conocimiento geométrico y el desarrollo de ejes de referencia en los niños. (Ver lecturas al final de la actividad).

C) Antes de proseguir con la siguiente actividad haga estos ejercicios sencillos desarrollados por los esposos Paul y Gail Dennison (Brain Gym, **Aprendizaje para todo el cerebro**), con los estudiantes para estimular ambos hemisferios del cerebro.

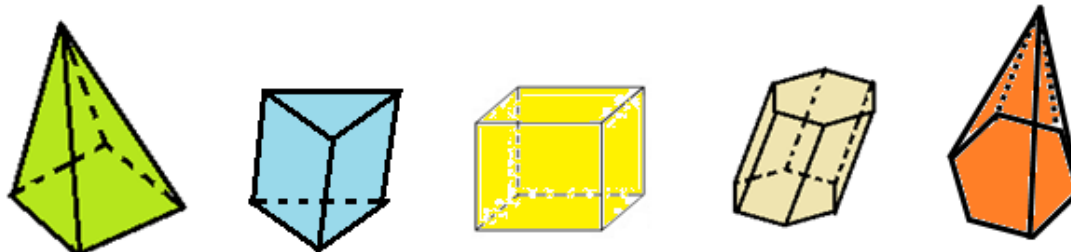
- 1) Ponerse de pie, subir la rodilla derecha y tocarla con la mano izquierda. Luego hacer lo mismo con la rodilla izquierda y tocarla con la mano derecha. Repetir el proceso por varias ocasiones.
- 2) De pie, hacer círculos con el pie derecho en el sentido de las manecillas del reloj, mientras que con la mano izquierda se dibuja el número 6 en el aire.
- 3) Mostrar sucesivamente el meñique derecho y pulgar izquierdo. Inmediatamente mostrar el meñique izquierdo seguido del pulgar derecho y así sucesivamente por varias ocasiones.
- 4) Dibujar el 8 vago (acostado), con una y otra mano. Esto es el número 8 de lado como se muestra: . Mientras más grande los dibuje mejor. Si es posible hágalo en la pizarra.

DESARROLLO:

Comencemos nuestra capacitación con la siguiente actividad.

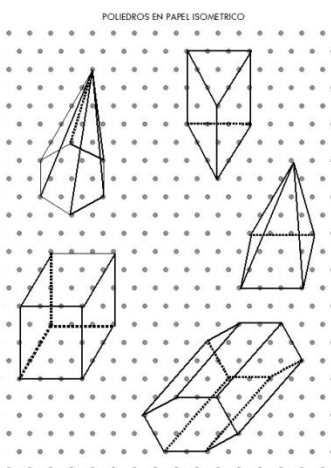
Actividad #1: Dibujando figuras tridimensionales en papel

- 1) Divida a los estudiantes en grupos y acomode los grupos en mesas, o arreglando los pupitres en grupos de 4 ó 5 estudiantes.
- 2) Reparta a cada grupo uno de las siguientes figuras y varias hojas de papel en blanco, papel isométrico y papel cuadrículado.



- 3) Solicite a los estudiantes que dibujen la figura que les tocó en cualquiera de los papeles que se les dio. Permita un periodo de 5 minutos para ello. (**Hoja de trabajo #1**)
- 4) Solicite voluntarios para mostrar su dibujo y explicar cómo lo hizo.
Nota: **Es importante** discutir la dificultad de dibujar figuras tridimensionales en papel, ya que éste representa un plano de solo dos dimensiones.
- 5) Discuta con ellos la ventaja del papel isométrico (puntos a igual distancia pero en forma diagonal), para hacer estos dibujos. Muestre los poliedros dibujados en este tipo de papel y solicite que dibujen uno de ellos. (Ver definición de papel isométrico).
- 6) Dibuje con ellos una de las figuras en papel isométrico para que vean cómo se utiliza.
- 7) Reparta los dibujos de las figuras dadas en papel isométrico para ver si ellos pueden distinguir cual dibujo corresponde a cada figura usada.

NOTA: Ver hoja con los poliedros dibujados en papel isométrico.



Pasemos ahora a la actividad #2 en donde los estudiantes tendrán la oportunidad de construir figuras con cubos conectores y luego las dibujaran en papel isométrico.

Actividad #2: Construyendo y dibujando

Construye con cubos conectores las siguientes figuras, luego dibújalas en el papel de puntos (Hoja de trabajo #2) a continuación:

SOLUCION DE LA TAREA

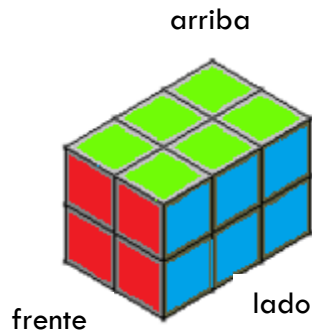


Figura (a)

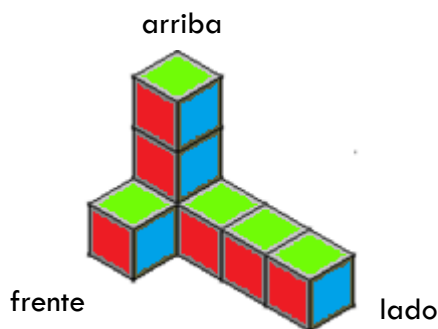
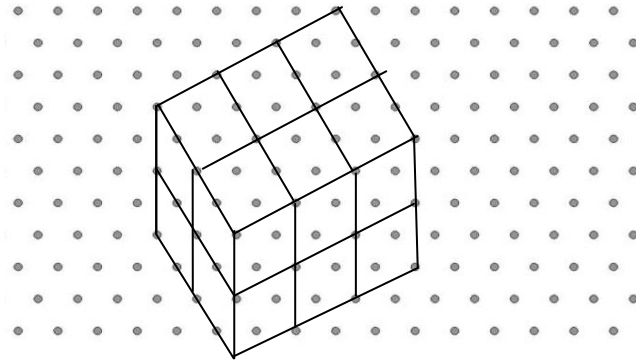


Figura (b)

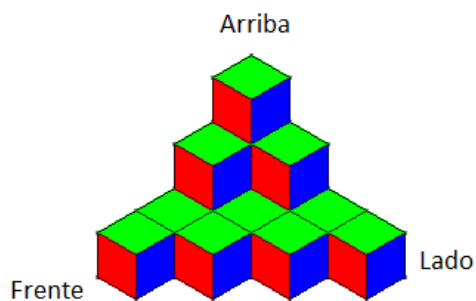
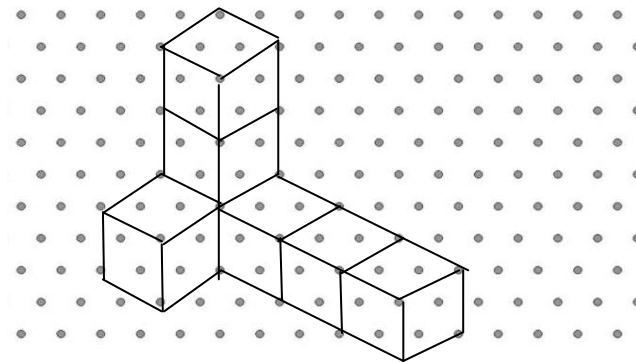
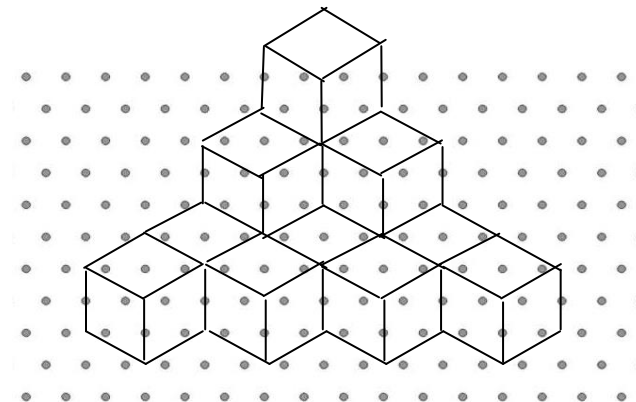


Figura (c)



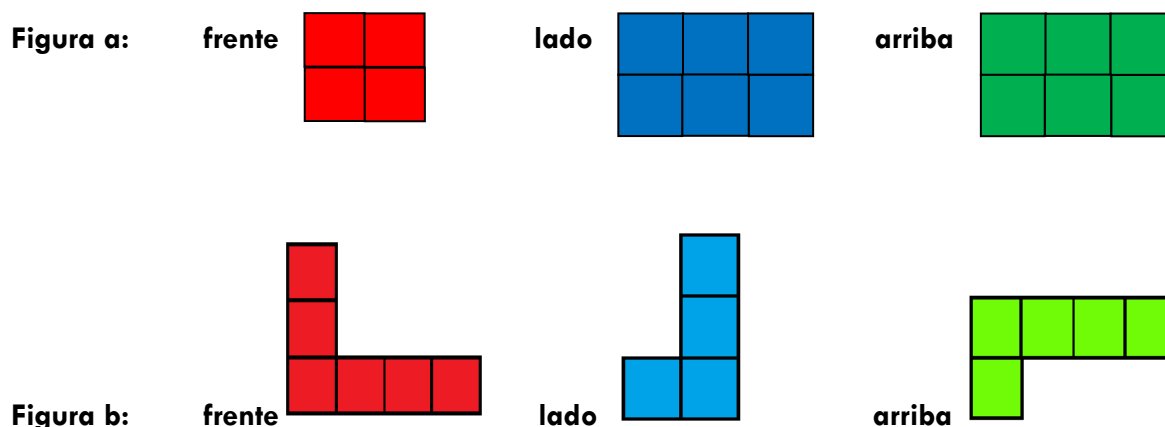
Los estudiantes pueden realizar sus propias contracciones y luego tratar de dibujarlas. El papel isométrico se aprende a usarlo con la práctica. Una vez se domina su uso, la persona puede prescindir de él y dibujar en papel en blanco pero considerando la perspectiva y dándole al dibujo los efectos de tridimensionalidad.

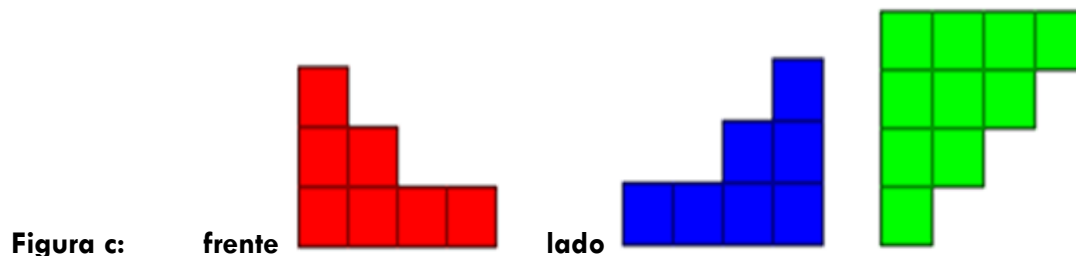
Pasemos ahora a dibujar la figura de forma plana como si la estuviésemos viendo desde alguna de sus caras. Para ello realizaremos la actividad #3: *Dibujando las caras de la figura*.

Actividad #3: Dibujando las caras de la figura

- 1) Reparta a los estudiantes la hoja de trabajo #3 y explique que ahora vamos a dibujar las figuras de forma plana. Indique a los estudiantes que ahora vamos a dibujar la figura, pero como si la estuviesen viendo de frente, de un lado o desde arriba.
- 2) Para dibujar las figuras como si las estuviesen viendo de frente y de lado, deben colocar las figuras en la mesa (o pupitre) y colocar sus ojos y la mirada a la altura del tope de la mesa (o pupitre). En ambos casos deben enfocar en el centro de cada figura y dibujar. Mientras más lejos miren la figura, mejor.
- 3) Para dibujarla como si la estuviesen viendo desde arriba sería bueno que colocasen cada figura en el piso y la miren desde arriba, ubicando sus ojos en el centro de la figura. Nuevamente, mirar la figura de lejos es mejor.
- 4) Provea un periodo de 10 minutos para que dibujen las tres figuras desde diferentes ángulos y luego, discuta con ellos los dibujos de las figuras que ellos hicieron según las ven de frente, de un lado o desde arriba.
- 5) Aprovechamos entonces para aclarar que las figuras planas, cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos, etc., son el resultado de dibujar una figura tridimensional viéndola desde alguno de sus ángulos o lados.
- 6) Discuta con los estudiantes los hallazgos y cómo hicieron sus dibujos. Presente luego la solución a esta tarea y permita la aclaración de dudas entre los estudiantes.

SOLUCION: Figuras vistas desde sus diferentes perspectivas.

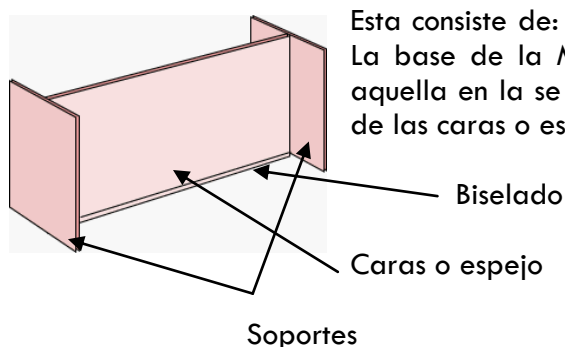




Luego de los estudiantes haber pasado por la experiencia de dibujar figuras tridimensionales de forma plana pero con perspectiva y de haber dibujado solo las caras de figuras tridimensionales de forma plana, pasaremos a experimentar las transformaciones que sufren las figuras en un plano: reflexión, traslación y rotación. Además discutiremos lo que son ejes de simetrías de figuras planas, así como el eje de reflexión que se convierte en un eje de simetría entre la figura y su imagen. Estos conceptos contribuyen también al desarrollo de la percepción espacial y la perspectiva en los individuos.

Actividad #4: Explorando con la MIRA

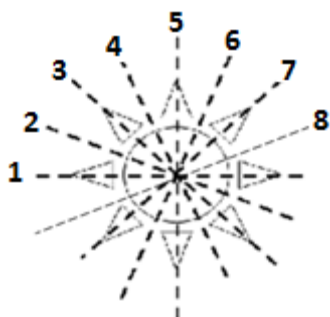
- 1) Reparta una MIRA a cada pareja de estudiantes y la **hoja de trabajo #4a** para que exploren con ella. Permita que los estudiantes observen el manipulativo y lo coloquen como ellos crean. Refiéralos a la página #2 de esta actividad para su exploración.
- 2) Pregunte cuántos conocen el manipulativo y su uso. Si ninguno sabe, pregunte qué ellos piensan que es y cuál será su uso.
- 3) Proceda a explicar entonces que este manipulativo se conoce como MIRA y la forma correcta de colocarlo.



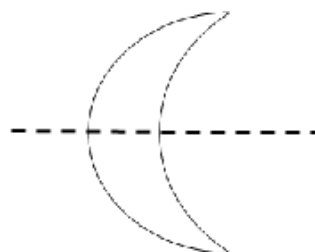
Esta consiste de: las caras o espejos y los soportes laterales. La base de la MIRA, sobre la cual se coloca la misma, es aquella en la se encuentra un franja con un biselado en una de las caras o espejos de la MIRA.

- 4) Solicite que coloquen la MIRA de la forma correcta (según se indica en el dibujo anterior), sobre el papel con dibujos que se le entregó. La mejor manera de ver reflejado el objeto es colocando el biselado de la base del espejo o cara, hacia el lado en el que se reflejará la imagen del objeto. Pídales que miren los dibujos a través de la MIRA y que la acerquen y la alejen de los dibujos. Pregunte qué ocurre. La MIRA es como un espejo, pero en el cual se puede ver a través de él.

- 5) Solicite a los estudiantes que en la pagina #1 de esta actividad tracen un segmento en el papel. Luego que determinen el punto medio del segmento usando la MIRA. Déjelos trabajar para ver si alguno descubre que debe ir colocando la MIRA sobre el segmento y ver a través de ella. Permita un tiempo para ver si alguno descubre cómo encontrar el punto medio del segmento.
- 6) Luego de un rato explique que para encontrar el punto medio se coloca la MIRA sobre el segmento más o menos a la mitad de éste, pero haciendo que el reflejo a través de la MIRA quede sobre el segmento dibujado que se encuentra en ese mismo lado. Entonces se lleva a que el segmento reflejado coincida completamente con el dibujo en ese lado de la MIRA, en ese punto se encuentra el punto medio del segmento.
- 7) Pídales que midan con la regla el segmento dibujado y que determinen su punto medio dividiendo esta medida a la mitad. Luego que midan con la regla la mitad del segmento y verifiquen si coincide con la medida determinada anteriormente. Si hubo diferencias pregunte a que ellos creen que se debe esa diferencia. Explique que probablemente se debe a que la MIRA (espejo o cara) tiene un espesor o grosor que hace que el punto medio real queda ubicado dentro de ella y nosotros marcamos a fuera del espejo o cara de la MIRA.
- 8) Pasemos ahora a la segunda parte de esta actividad. Pídale a los estudiantes que pasemos a la página 2 de la actividad nuevamente pero ahora para trabajar ejes de simetría. Solicite que coloquen la MIRA sobre el primer dibujo en una posición que divida la figura en dos partes iguales, de forma que la figura coincida exactamente con la parte que se refleja. Podemos decir entonces que la MIRA quedó colocada encima de un eje de simetría de la figura.
- 9) Pregunte a los estudiantes, ¿Qué es un eje de simetría? Entonces defina lo que significa eje de simetría (Ver vocabulario).
- 10) Solicite a los estudiantes que encuentren los ejes de simetría de los dos dibujos entregados. Ver si en alguno de ellos hay más de un eje de simetría.
- 11) Discuta con ellos los ejes de simetría de ambas figuras.



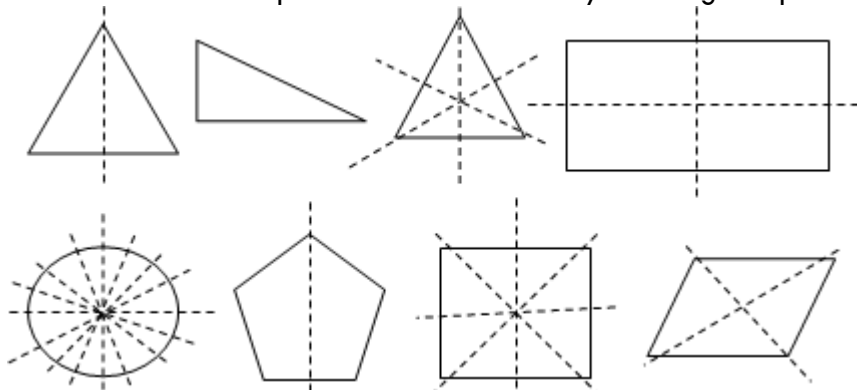
8 ejes de simetría



1 solo eje de simetría

- 12) Reparta a los estudiantes la hoja de trabajo #4b y solicite que le encuentren sus ejes de simetría. Luego discuta con ellos los ejes de simetría que tiene cada figura.
- 13) Trabaje ahora los ejes de simetría de las figura planas: Hoja de trabajo #4c.

14) Discuta con ellos los ejes de simetría de estas y otras figuras planas.



El triángulo isósceles tiene solo 1 eje de simetría (Figura #3). El triángulo escaleno no tiene ejes de simetría (Figura #6). El triángulo equilátero tiene 3 ejes de simetría, uno por cada vértice (Figura #7). El Rectángulo tiene 2 ejes de simetría (Figura #4). En el rectángulo, las diagonales que se trazan desde sus vértices no son ejes de simetría porque los ángulos son iguales y forma pero la posición de los triángulos que se forman es opuesta. Si se dobla el rectángulo por las diagonales, los triángulos resultantes no coinciden uno con el otro. El círculo tiene infinitos ejes de simetría que pasan por su centro. Debido a que por un punto pasan infinitas rectas, por el punto central del círculo, también pasan infinitos ejes de simetría (Figura 2). Un pentágono regular (todos sus lados y ángulos de igual medida) tiene 5 ejes de simetría, desde cada uno de sus vértices (Figura #8). El cuadrado tiene 4 ejes de simetría (Figura 1). El rombo tiene 2 ejes de simetría (Figura #5)..

Hasta el momento hemos usado la MIRA para encontrar ejes de simetría. Hemos visto cómo una figura tiene eje de simetría si al colocar la MIRA en esa línea imaginaria (Eje de simetría), la parte derecha de la figura coincide exactamente con su parte izquierda al mirar a través de ésta. Indirectamente hemos estado trabajando con la reflexión, pero de la mitad de la figura.

Trabajemos ahora con las transformaciones geométricas que sufren las figuras como lo son: la reflexión, la traslación y la rotación. Para ello comenzaremos realizando las actividades: *Completa mi figura y Reflejos y mas reflejos. (Actividad #5 a y b).*

Aproveche para explicar que lo que acaban de hacer en ambas actividades se conoce como reflexión. Esta es una de las transformaciones que sufren las figuras en la cual la parte que se refleja de la figura es una imagen de ésta. En una reflexión lo que se encontraba a la derecha en la figura original, ahora se encuentra a la izquierda en su imagen.

En la actividad 5a, al completar la figura lo que hicieron fue reproducir la otra parte a base de un reflejo o imagen de la parte original, siendo la MIRA un eje de simetría de la figura completa resultante. En la actividad 5b, al hacer el dibujo completo, lo que hicieron fue dibujar la imagen de la figura original a una misma distancia de la MIRA que el dibujo real, de manera que la MIRA es un eje de simetría entre ambos dibujos.

Pregunte a los estudiantes si el tamaño de la figura cambió o su forma. Podrán darse cuenta que en una reflexión solo cambia la orientación, no el tamaño ni la forma. Solicite que ellos definan lo que entienden por reflexión, antes de pasar a la siguiente transformación.

Podemos resumir que en una reflexión: se conserva: el tamaño de la figura (en polígonos esto implica que el perímetro sigue siendo el mismo) y la forma (la figura reflejada es una congruente a la original). Sin embargo cambia la orientación de la figura (un punto A que se encontraba a la derecha en la figura original, en su reflejo se encuentra a la izquierda). Si nombramos los puntos de la figura original en orden a favor de las manecillas del reloj, en el reflejo aparecen en orden en contra de las manecillas del reloj.

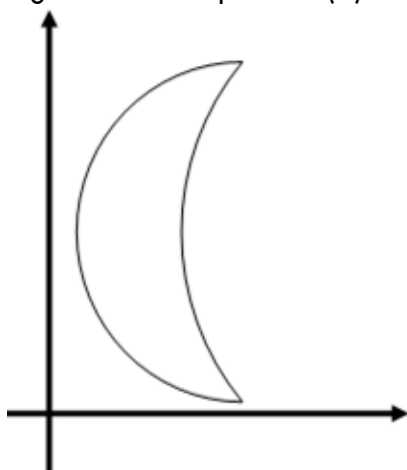
Actividad #6: Colócale el rostro y ¿Con cuál me veo mejor?

- 1) Entregue la actividad 6a y 6b para que los estudiantes la trabajen. Permita al menos un periodo de 10 minutos para ello.
- 2) Luego de finalizada la actividad por los estudiantes, proceda a discutir la misma.
- 3) Pregunte qué tipo de transformación ocurrió en cada una de ellas y cómo lo saben.
- 4) Aproveche para repasar con ellos que en esta actividad ocurren reflexiones, por lo tanto:
Se conservan:
 - 1- El tamaño
 - 2- La forma
 Cambia:
 - 1- La orientación

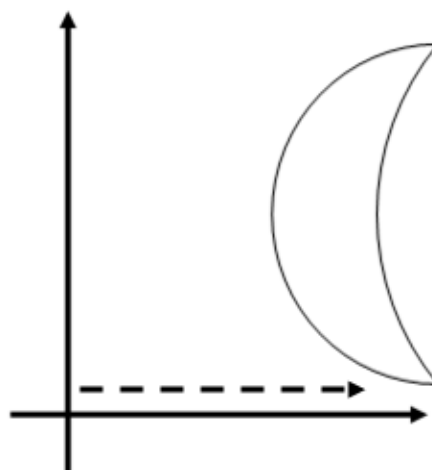
Pasemos ahora con la transformación conocida como traslación. Para ello utilice la siguiente actividad.

Actividad #6: Transformaciones geométricas: traslaciones y rotaciones

- 1) Presente la siguiente foto a los estudiantes y pregunte que ellos creen que le pasó a la figura desde la posición (a) a la posición (b).



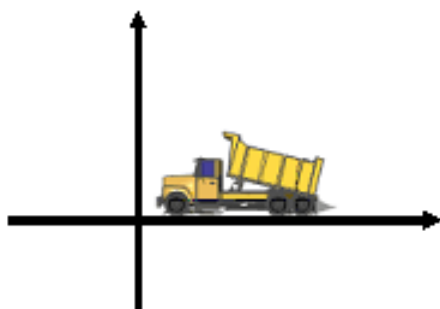
Posición (a)



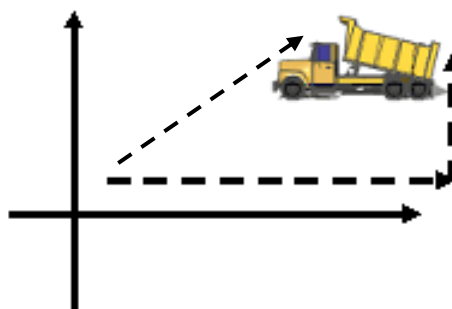
Posición (b)

- 2) Lleve a los estudiantes a percatarse que la figura se movió hacia la derecha. Para llevarlos a esa conclusión, guíe la discusión con las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cambió la figura de forma?
 - b. ¿Cambió la figura de tamaño?
 - c. ¿Cambió la figura de orientación?

- 3) Concluya con ellos que fue un movimiento de desplazamiento o deslizamiento hacia la derecha.
- 4) Presente ahora la siguiente figura:



Primera posición



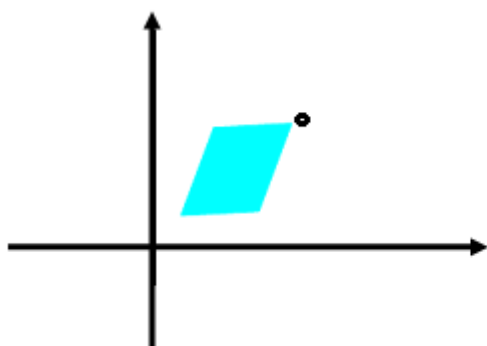
Segunda posición

Movimiento de traslación horizontal hacia la derecha y vertical hacia arriba. Una traslación horizontal y vertical a la vez produce una traslación diagonal o transversal.

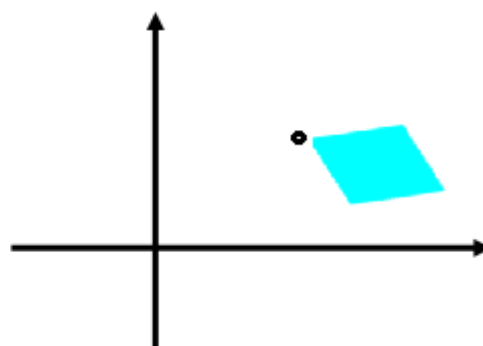
- 5) Con estos dos ejemplos explique lo que es una traslación. (Ver vocabulario).
- 6) Entregue la actividad 7a: **Traslaciones**, para que los estudiantes practiquen traslaciones.

Pasemos ahora a explicar lo que es el movimiento de **rotación**.

- 1) Introduzca ahora la rotación usando el siguiente ejemplo:

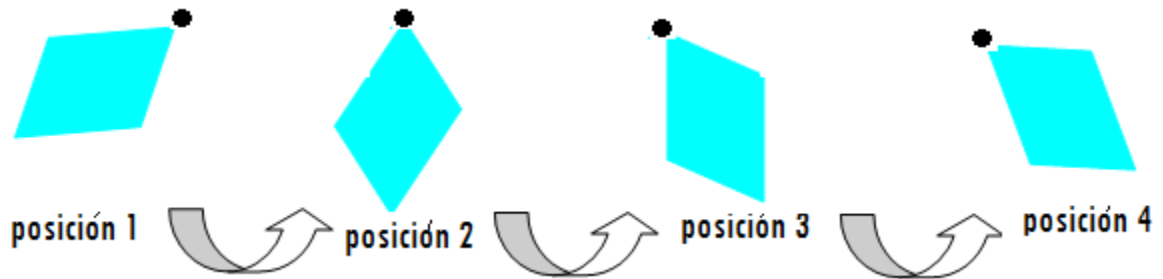


Primera posición

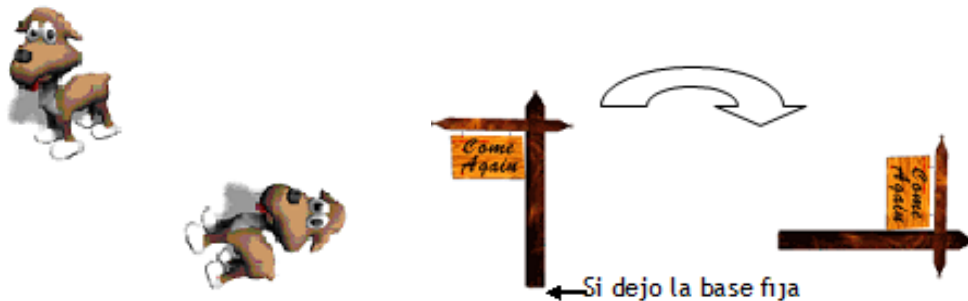


Segunda posición

- 2) Pregunte a los estudiantes qué ellos piensan que le ocurrió a la figura.
Este tipo de transformación es un tanto difícil de visualizar en este tipo de figura. Una manera de entender esta transformación es mostrar el cambio poco a poco.



- 3) Podemos aclararle que en esta figura un vértice de la figura, representado por el punto negro, se dejó fijo, mientras que el resto de la figura se rotó.
- 4) Mostremos otras figuras que han sufrido rotación para llevar mejor al estudiante este tipo de transformación:



- 5) Para que tengamos una idea mas clara de una rotación, podemos visualizarla como el resultado de dos reflexiones corridas. Veamos.

Si tomamos la figura del perro:



Y lo reflejamos sobre un eje,



Y luego reflejamos el reflejo sobre otro eje,



Figura Resultante de dos reflexiones.

Obtenemos una rotación de la figura original. Dos reflexiones, producen una rotación.

Verificación de que hacer dos reflexiones a una misma figura producen una rotación de ésta.

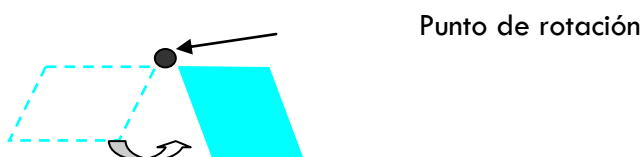
Esta actividad es para hacerla en conjunto con los estudiantes.

- 1) Reparta un papel de maquinilla a cada estudiante y solicite que lo doblen a la mitad y luego a la mitad nuevamente, formando cuatro cuadrantes iguales.
- 2) Pídales que lo desdoblen y marquen los cuatro pedazos con los números del 1-4 comenzando con el número 1 para el pedazo superior derecho, luego el 2 al pedazo superior izquierdo, le número 3 al pedazo inferior izquierdo y el 4 el pedazo inferior derecho. Esto según se nombran los cuadrantes en un plano cartesiano.
- 3) Solicite que dibujen el número 5 bastante grande en el cuadrante #2. Luego deben doblar el papel hacia atrás coincidiendo el cuadrante 2 con el 1 y calcar en el cuadrante #1 la figura del 5 que resulta.
- 4) Desdobla el papel y ahora dóblalo hacia atrás nuevamente, pero haciendo coincidir el cuadrante 1 con el #4.
- 5) Calque en el cuadrante #4 el dibujo del 5 que resultó del primer doblez y que aparece en el cuadrante #1.
- 6) Desdobla la hoja y compara el dibujo original en el cuadrante #2 con el dibujo calcado en el cuadrante #1. ¿Qué tipo de transformación ocurrió?
- 7) Compara el dibujo del cuadrante #4 con el del cuadrante #2. ¿Qué transformación crees que ocurrió del cuadrante 1 al 4?
- 8) Compara el dibujo original del cuadrante 2 con el del cuadrante #4. ¿Qué tipo de transformación ocurrió?

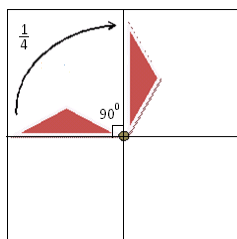
Podemos concluir que una rotación es el resultado de dos reflexiones seguidas de la figura original.

Las rotaciones pueden ocurrir en cierta dirección y a cierta cantidad de grados. Veamos.

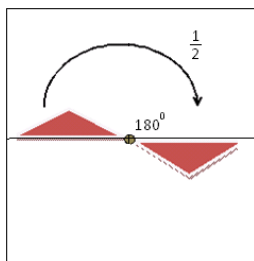
Explicación: Rotación sobre un punto (figura plana)



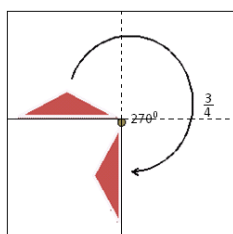
a) Un cuarto ($\frac{1}{4}$) de vuelta - rotación de 90°



b) Media vuelta- rotación de 180°



c) Tres cuartos ($\frac{3}{4}$) de vuelta- rotación de 270°



Pasemos ahora a efectuar rotaciones en la actividad 7b, **Rotaciones**.

Actividad 7: Rotaciones

Pasemos ahora a efectuar transformaciones geométricas en el plano. Para ello es importante repasar o introducir el *Plano Cartesiano* por lo cual llevaremos a cabo la siguiente actividad:

PARTE I: Explicación de Plano Cartesiano

Actividad #8: Puntos en el plano

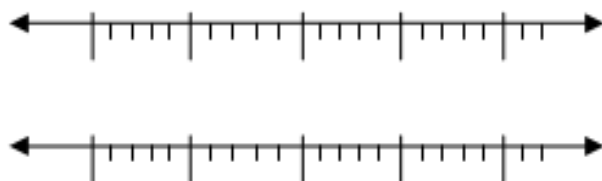
1) Introduzca el plano cartesiano de la siguiente manera:

¿Conoces la recta numérica?

La recta numérica se utiliza para localizar números en el orden correcto. La recta numérica ilustra donde viven los números, unos con respecto al otro. Si acomodamos 2 rectas numéricas perpendicularmente, podemos localizar objetos, como lo hizo René Descartes.

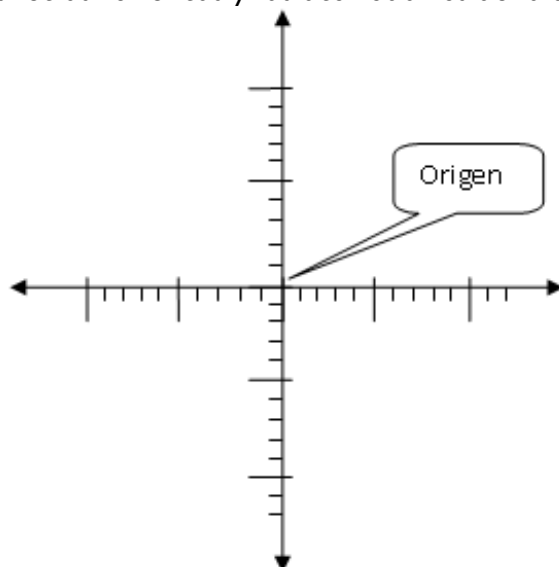
Plano Cartesiano

El plano cartesiano consiste en dos rectas numéricas que se intersecan perpendicularmente. Para construir un sistema de coordenadas cartesianas, dibujamos una recta numérica horizontal y otra recta numérica vertical que se intersequen en el número 0 de cada una de las rectas, formando un ángulo recto. El punto de intersección se llama **origen** y está designado por el (0,0).



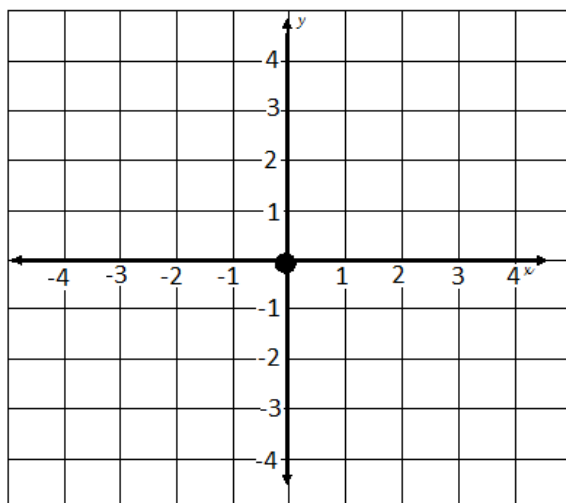
Sistema de coordenadas cartesianas

...si tomamos las rectas numéricas y las acomodamos de la siguiente forma:



Sabías que este plano está dividido en 4 partes o cuadrantes y fue una invención del matemático René Descartes, quien un día cuando éste se encontraba acostado en su cama se puso a observar un insecto que estaba moviéndose en el techo. Al tratar de localizar la posición del insecto en un momento dado se dio cuenta que necesitaba al menos dos ejes de referencia para indicar la posición exacta.

... luego, si colocamos estas rectas en una cuadrícula, obtenemos lo siguiente:

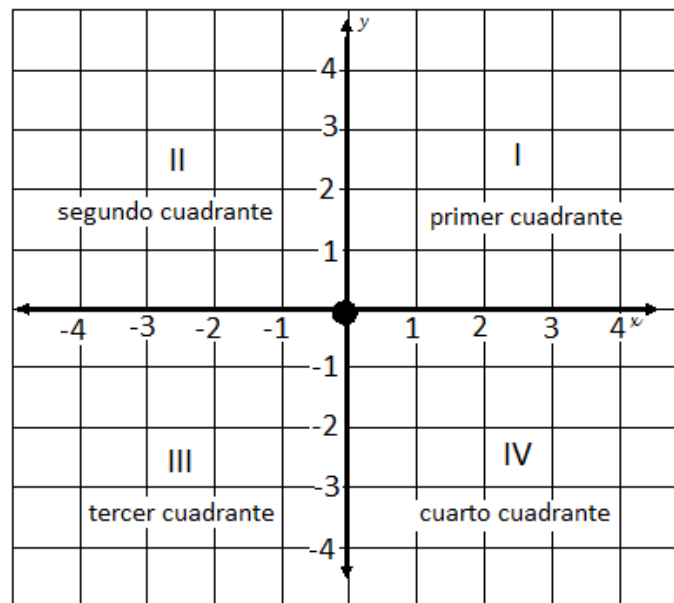


En este sistema a la recta horizontal le llamamos eje de “x”, y a la recta vertical, eje de “y”. Observa que ambas rectas se cruzan, dándonos la oportunidad de localizar puntos con relación a ellas. Si llamamos ese cruce el origen y coincidimos el mismo con el valor 0 para cada recta, entonces podemos movernos a la derecha y a la izquierda, hacia arriba y hacia abajo, donde cada movimiento representará distancia recorridas en ambas direcciones. Tales distancias estarán dadas por valores numéricos.

El plano cartesiano tiene una infinidad de puntos, conocidos como pares ordenados y se representa como (x, y) , el primer número del par ordenado representa el valor de la distancia que nos movemos en la recta horizontal, y el segundo número del par ordenado representa el valor de la distancia en la recta vertical. Los valores que asumen la coordenada x representan el movimiento horizontal (hacia la derecha o hacia a la izquierda); mientras que, la coordenada y representa el movimiento vertical (hacia arriba o hacia abajo).

Discuta con los estudiantes en la pizarra.

Si nos movemos a la derecha en el eje horizontal (x) a partir de 0, los números son positivos, pero si nos movemos hacia la izquierda a partir de 0, los números son negativos. El signo (-) indica que nos movimos a la izquierda de 0 y el numeral indica a cuántas unidades a la izquierda de 0. Si nos movemos en el eje vertical (y), hacia arriba a partir de 0, los números son positivos, pero si nos movemos hacia abajo a partir de 0, son negativos. El signo (-) indica que nos movimos hacia abajo con relación a 0 y el numeral indica cuántas unidades hacia debajo de 0 estamos.



Cuadrante	Signos
I	(positivo, positivo)
II	(negativo, positivo)
III	(negativo, negativo)
IV	(positivo, negativo)

PARTE II: Localización de puntos en el plano

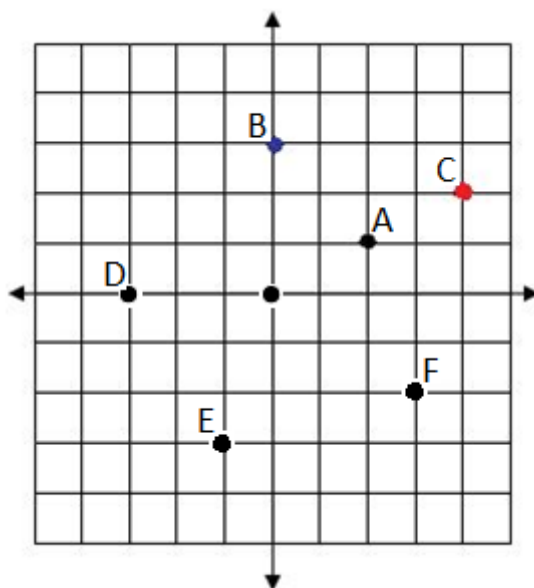
ACTIVIDAD #8: Localizando punto en el plano

- 1) Reparta un papel cuadriculado a cada estudiante y solicite que dibujen un sistema de coordenadas cartesianas como el anterior. Puede dibujar uno en la pizarra o repartirle un modelo a cada uno.
- 2) Aproveche para recalcar que no es lo mismo el punto (2,3) que el punto (3,2). Puede hacerlo en la pizarra para que ellos lo vean.
- 3) Comience con ellos a localizar los puntos a continuación. Ellos los van trazando en sus papeles y luego vienen a la pizarra a marcarlos y verificar.

Vamos a localizar los siguientes puntos utilizando el plano cartesiano conocido también como sistema de coordenadas cartesianas:

A (2,1); B(0 , 3) ; C(4, 2) y D(-3, 0), E(-1, -3) y F (3, -2)

Solución:



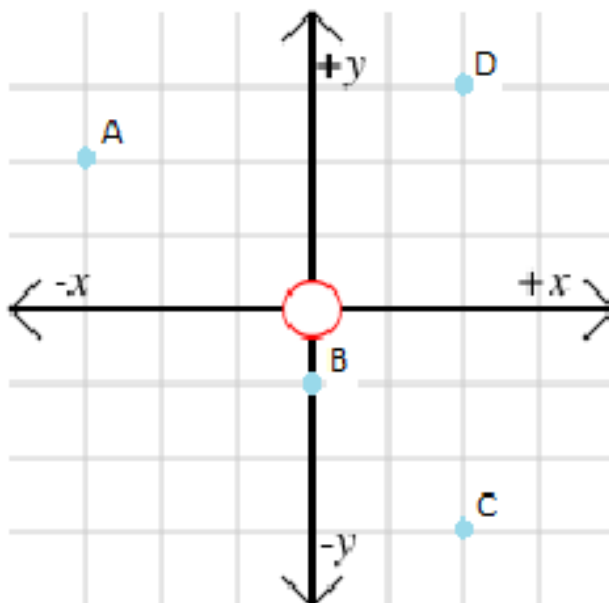
- 4) Explique:
 - El punto A (2, 1), está localizado a 2 unidades a la derecha del origen, y una unidad sobre el origen.
 - El punto B (0, 3), está localizado a 0 unidades a la derecha del origen, y 3 unidades sobre el origen.
 - El punto C (4, 2), está localizado a 4 unidades a la derecha del origen y 2 unidades sobre el origen.
 - El punto D (-3, 0), está localizado a 3 unidades a la izquierda del origen y a 0 unidades sobre o debajo del origen.
 - El punto E(-1, -3), está localizado a 1 unidad a la izquierda del origen y 3 unidades hacia debajo de éste.
 - El punto F(3, -2), está localizado a 3 unidades a la derecha del origen y 2 unidades hacia debajo de éste.

PARTE III: *Identificando coordenadas*

- 5) Ponga a los estudiantes a trabajar la actividad #8, parte b, en donde están los puntos trazados y ellos deben indicar sus coordenadas o par ordenado (x, y) .

Hoja de trabajo 8b:

- A) Identifica las coordenadas de A, B, C y D en el siguiente sistema de ejes cartesianos.



Solución: A(-3,2); B(0,-1); C(2,-3); D(2,3)

- B) Señala a qué cuadrante pertenece cada uno de los siguientes puntos:

1. $(-2, 4)$ **Respuesta: Cuadrante 2**
2. $(6, 0)$ **Respuesta: Cuadrante 1**
3. $(5, -2)$ **Respuesta: Cuadrante 4**

Luego que los estudiantes saben localizar puntos en el plano, procederemos ahora a dibujar polígonos en el plano, cuyos vértices corresponderán a puntos en el plano. Luego de realizar dichos dibujos de acuerdo a las coordenadas dadas, procederemos a efectuar transformaciones de estos polígonos en el plano, en las cuales las coordenadas cambian de acuerdo con la transformación realizada.

Ahora procederemos a trazar figuras en el plano utilizando sus vértices como puntos en el plano y le efectuaremos a dichas figuras las diferentes transformaciones estudiadas.

Actividad #9: Transformando figuras en el plano

- A) Construye un plano cartesiano en papel cuadriculado que vaya en el eje horizontal desde -10 (a la izquierda de x) hasta 10 (a la derecha en x) y que vaya en el eje vertical desde -10 (hacia abajo en y , hasta 10 (hacia arriba en y). **Hoja de trabajo #9a**
- 1) Dibuja un rectángulo con vértices en las coordenadas: (3,2), (3,8), (8,2) y (8,8). Pídeles que lo coloreen de azul claro.
 - 2) Luego trasládalo 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba. Coloréalo de rosado. ¿Qué coordenadas tiene ahora los vértices del cuadrado.
 - 3) ¿Qué tipo de transformación sufrió la figura?
- B) Construye otro sistema de coordenadas similar al anterior. **Hoja de trabajo #9b**
- 1) Dibuja un triángulo con vértices en las coordenadas: (7, 7), (4, 1) y (3,2) y coloréalo de verde.
 - 2) Dibuja su reflejo al otro lado del eje de y . Recuerda que el triángulo reflejado es como si se volteara su imagen y se va a encontrar a la misma distancia del eje vertical que la distancia a la que se encuentra la figura original, pero al otro lado. Puedes usar la MIRA para dibujarlo. Coloréalo de amarillo. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del nuevo triángulo?
- C) Construye otro sistema cartesiano similar a los anteriores. **Hoja de trabajo #9c**
- 1) Dibuja un cuadrado con vértice en las coordenadas: (3, 4), (3, 8), (7, 4) y (7,8). Coloréalo de rojo.
 - 2) Dejando el vértice (3,4) fijo, rótaló hacia abajo media vuelta (180°).
 - 3) Pinta este nuevo rectángulo de azul. ¿Qué coordenadas tienen los vértices de este nuevo rectángulo?

ACTIVIDAD #10: Letras en el plano

Esto es un juego de competencias entre pareja de estudiantes. Reparta la actividad #10 que contiene las instrucciones y 4 papeles cuadriculados a cada estudiante.

1. Divida a los estudiantes en pareja y pida que cada uno construya un plano cartesiano en cada papel cuadriculado dado.
2. Luego pídales que en cada papel cuadriculado con el plano dibujado, dibujen una de las 4 letras que sigue la actividad. Pueden trazarla del tamaño que quieran y en la posición que deseen.
3. Después que en cada papel haya una letra dibujada, escribe en la parte de abajo del papel una de las transformaciones geométricas estudiadas: reflexión, traslación o rotación.
4. Luego intercambiarán el papel cuadriculado con las letras dibujadas y el tipo de transformación que sufrirá, con su compañero para que éste haga la transformación solicitada y encuentre las nuevas coordenadas de los vértices de la letra transformada.
5. Discutirán la actividad entre sí y con el grupo.

LETRA	COORDENADAS DE LOS VÉRTICES ORIGINALES	NUEVAS COORDENADAS DE LOS VERTICES
A		
K		
V		
X		

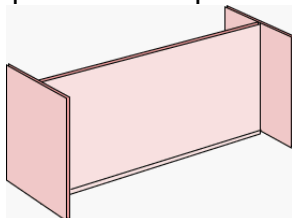
Vocabulario

Congruencia- dos figuras son congruentes si tiene igual forma y tamaño. La palabra congruencia significa: “igual medida”, por tanto si dos figuras tiene igual medida en todas sus partes correspondientes, se dice que son congruentes.

Eje de simetría- línea imaginaria que pasa sobre un objeto o figura y divide a éste en dos partes congruentes o iguales, de forma tal que una parte es la imagen de espejo de la otra parte. Dicho de otra forma, si doblamos la figura por esa línea, las dos partes coinciden completamente una sobre la otra.

Imagen- es una representación que manifiesta la apariencia de un objeto real. Es el reflejo de un objeto o figura sobre un espejo. Proyección de los puntos de la superficie visible de un objeto sobre un plano.

Miras- es un manipulativo en forma rectangular de plástico semitransparente, que actúa como un espejo pero al mismo tiempo permite ver a través de él. Tiene dos soportes perpendiculares al plano de la mira que permiten colocar la mira de forma perpendicular al plano con el que se interesa trabajar. Por medio de este manipulativo se pueden encontrar simetrías en figuras, efectuar reflexiones, traslaciones y rotaciones de éstas. Se puede visualizar concretamente lo que es la reflexión porque es como si permitiera ver a través de un espejo.



Perpendicular- rectas o planos que se intersecan formando ángulos de 90° .

Perspectiva- La **perspectiva** es el arte de dibujar para recrear la profundidad y la posición relativa de los objetos. En un dibujo, la perspectiva simula la profundidad y los efectos de reducción. Es también la ilusión visual que, percibida por el observador, ayuda a determinar la profundidad y situación de objetos a distintas distancias.

Reflexión- es como ver la imagen en un espejo o el reflejo de la figura. Se produce cuando la figura se voltea usando una línea imaginaria como referencia. En una reflexión la imagen queda a la misma distancia del eje de referencia que queda la figura original. La imagen reflejada es igual en forma y tamaño pero su orientación es contraria u opuesta a la de la figura original.

Rotación- movimiento que sufre una figura cuando se rota o se gira por uno de sus puntos, si la figura es plana, o por uno de sus planos, si la figura es tridimensional. Efectuar dos reflexiones seguidas a una misma figura produce una rotación de ésta. En la rotación se conserva la forma y el tamaño, no así la orientación.

Transformaciones geométricas- movimientos que sufren las figuras u objetos en el espacio o en un plano. Usando una posición como referencia, una figura puede sufrir una de las siguientes transformaciones: traslación, reflexión o rotación. Las mismas pueden

distinguirse dependiendo de la posición y orientación que asume la figura en el plano, luego de la transformación.

Traslación (deslizamiento)- un objeto o figura sufre un movimiento de traslación cuando se mueve de forma horizontal, vertical o con ambas direcciones, manteniendo su forma, tamaño y orientación. Cuando la figura sufre movimientos horizontal y vertical a la vez, se dice que su traslación fue diagonal.

Papel isométrico- La palabra isométrico significa "de igual medida" y proviene del prefijo "isos" que significa igual y de la palabra métrico que expresa o significa "medida". Por ende, un papel isométrico se refiere a aquel papel cuyos puntos han realizado con los ejes inclinados formando un ángulo de 30° con la horizontal y permite hacer dibujos tridimensionales. Una de las grandes ventajas de este papel isométrico es que se puede realizar el dibujo de cualquier modelo sin utilizar ninguna escala especial, ya que las líneas paralelas a los ejes se toman en su verdadera magnitud. Así por ejemplo, el cubo cuando lo dibujamos en forma isométrica queda con todas sus aristas de igual medida.

ANEJO

LECTURAS ADICIONALES

- MODOS DE PENSAMIENTO DE LOS HEMISFERIOS CEREBRALES
- EL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO
- ESTÁNDARES DE GEOMETRÍA DE GRADOS ANTERIORES
- REFLEXIONES, TRASLACIONES Y ROTACIONES (10MO- 12MO)-

PROF. MARIANO MARTES PAGÁN- CATEDRÁTICO UPR- BAYAMÓN

LECTURAS ADICIONALES

MODOS DE PENSAMIENTO DE LOS HEMISFERIOS CEREBRALES

IZQUIERDO hemisferio lógico	DERECHO hemisferio holístico
LOGICO Analítico ABSTRACTO Secuencial (de la parte al todo) Lineal Abstracto Realista Verbal Temporal Simbólico Cuantitativo	HOLISTICO Intuitivo CONCRETO Global (del todo a la parte) Aleatorio Concreto Fantástico No verbal Atemporal Literal Cualitativo

HABILIDADES ASOCIADOS CON LOS HEMISFERIOS

IZQUIERDO Hemisferio Lógico	DERECHO Hemisferio Holístico
Escritura Símbolos Lenguaje Lectura Ortografía Oratoria Escucha Localización de hechos y detalles Asociaciones auditivas	Relaciones espaciales Formas y pautas Cálculos matemáticos Canto y música Sensibilidad al color Expresión artística Creatividad Visualización Emociones

ACTIVIDADES PARA LOS DOS HEMISFERIOS

Hemisferio Lógico	Hemisferio holístico
Hacer esquemas	Hacer mapas conceptuales
Dar reglas	Dar ejemplos
Explicar paso a paso	Empezar por explicar la idea global
Leer los textos desde el principio	Empezar por leer el final del texto para saber a dónde se va a ir a parar
Escribir un texto a partir de fotos o dibujos	Convertir un texto en un comic
Organizar en apartados	Organizar por colores
Dar opiniones razonadas	Expresar emociones e impresiones

ACTIVIDADES PARA ACTIVAR LOS DOS HEMISFERIOS

Trabajar con música
Cantar
Escribir
Recitar poesía
Ejercicios de Gimnasia cerebral
Expresar ideas con movimientos
Bailar
Tomado de:
El conocimiento geométrico

Relaciones espaciales, ejes de referencia:

EJES	POLO FUERTE	POLO DEBIL	CARACTERÍSTICAS
Vertical	arriba	abajo	Es el primero en manejarse. Es el eje de gravedad que afecta a todo lo que nos rodea, por eso su fácil adquisición. Es el eje menos variable, pues se puede considerar que el cielo está arriba y el suelo abajo.
Horizontal (antero-posterior)	delante	detrás	Es el eje relacionado con la marcha. Se desarrolla con la capacidad de andar y el niño lo asocia fácilmente con andar hacia adelante o hacia atrás. Se aprende más tarde porque los ejes horizontales varían según la posición de la persona, ya que lo que está adelante podría estar atrás con solo darnos vuelta.
Lateral	lado derecho	lado izquierdo	Es el más difícil y último de trabajarse. Corresponde a la "lateralidad". Inicialmente se trabaja con los lados, posteriormente con los términos derecha e izquierda. Está influenciado por los hemisferios del cerebro.

Artículos tomados de:

<http://www.braingym.org>
[www. melchor.gomez@uam.es](http://www.melchor.gomez@uam.es)

ESTANDARES DE GEOMETRIA DE GRADOS ANTERIORES

PRIMER GRADO

9.0 Reconoce, describe, nombra y compara figuras bidimensionales y tridimensionales.

G.FG.1.9.1 Identifica, describe, nombra, compara, dibuja y construye (dado un modelo) las figuras tridimensionales (cilindro, esfera, pirámide, prisma rectangular, cono y cubo).

G.FG.1.9.2 Identifica, describe, nombra, compara, dibuja y construye (dado un modelo) las figuras bidimensionales (cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo) o Identifica figuras de dos dimensiones en las caras de las figuras tridimensionales.

G.FG.1.9.3 Clasifica figuras geométricas por su forma y tamaño.

10.0 Describe, nombra e interpreta dirección y distancia espacial.

G.LR.1.10.1 Identifica la posición relativa de un objeto con relación a otro en la fase concreta y semiconcreta (dentro, fuera, al frente, atrás, encima, debajo, izquierda, derecha, entre, cerca y lejos).

11.0 Identifica y traza el eje de simetría en forma concreta (doblaje de papel y modelos físicos) y semiconcreta.

G.TS.1.11.1 Traza el eje de simetría.

12.0 Reconoce y describe transformaciones (traslación y rotación) en figuras planas.

G.TS.12.1 Identifica transformaciones en figuras geométricas

G.TS.12.2 Identifica figuras simétricas creadas por rotación y reflexión.

SEGUNDO GRADO

12.0 Identifica y describe las características de las figuras planas y del espacio.

G.FG.2.12.1 Describe, clasifica y construye formas geométricas planas y sólidas (círculo, triángulo, cuadrado, rectángulo, esfera, pirámide, cubo, prisma rectangular) de acuerdo con la forma y el número de las caras, aristas y vértices (se pueden usar las geotiras para las figuras planas).

G.FG.2.12.2 Compone y descompone figuras planas para formar otras figuras (dos triángulos rectos congruentes pueden formar un cuadrado, utilizando el tangrama).

13.0 Reconoce y describe transformaciones (traslación y rotación) en figuras planas.

G.TS.2.13.1 Identifica figuras congruentes y semejantes en diferentes posiciones.

G.TS.2.13.2 Identifica figuras que se han movido o aumentado o disminuido de tamaño.

14.0 Resuelve problemas utilizando ideas geométricas relacionadas con el diario vivir.

G.MG.2.14.1 Resuelve problemas, utilizando ideas geométricas relacionadas con el diario vivir y con el mundo del trabajo.

TERCER GRADO

10.0 Reconoce los elementos básicos de las figuras geométricas y las utiliza para describir figuras

G.FG.3.10.1 Identifica y representa puntos, rayos, segmentos, líneas y planos en situaciones matemáticas y del mundo real.

G.FG.3.10.2 Reconoce y dibuja rectas y líneas perpendiculares, paralelas y no paralelas por medio de reglas y cuadrados.

11.0 Describe y compara los atributos de las figuras bidimensionales y tridimensionales.

G.FG.3.11.1 Identifica, reconoce, nombra y compara figuras bidimensionales.

- G.FG.3.11.2** Identifica, dibuja, describe y clasifica polígonos por la cantidad de lados y de ángulos (triángulos y cuadriláteros especiales).
- G.FG.3.11.3** Identifica ángulos rectos en una figura bidimensional o en objetos cotidianos y determina qué otros ángulos son mayores o menores que un ángulo recto.
- G.FG.3.11.4** Identifica, construye, describe y clasifica objetos geométricos tridimensionales (cubo, prisma rectangular, pirámide, esfera, cono, cilindro)
- G.FG.3.11.5** Reconoce, construye, identifica y determina la cantidad de vértices, aristas y caras en una figura tridimensional.
- G.FG.3.11.6** Identifica los objetos comunes tridimensionales que se requieren para formar un objeto tridimensional más complejo.
- 12.0 Compara e identifica figuras bidimensionales semejantes y congruentes.**
 - G.TS.3.12.1** Compara e identifica figuras bidimensionales semejantes y congruentes.
- 13.0 Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales.**
 - G.TS.3.13.1** Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales.
- 14.0 Resuelve problemas, utilizando ideas geométricas relacionadas con el mundo real**
 - G.MG.3.14.1** Resuelve problemas, utilizando ideas geométricas relacionadas con el mundo real.
 - G.FG.2.12.2** Compone y descompone figuras planas para formar otras figuras (dos triángulos rectos congruentes pueden formar un cuadrado, utilizando el tangrama).
- 13.0 Reconoce y describe transformaciones (traslación y rotación) en figuras planas.**
 - G.TS.2.13.1** Identifica figuras congruentes y semejantes en diferentes posiciones.
 - G.TS.2.13.2** Identifica figuras que se han movido o aumentado o disminuido de tamaño.

HOJA REFLEXIVA DEL APRENDIZAJE

Yo conocía del tema....	Hoy aprendí....	Me gustaría aprender más sobre.....